

تمرین ۱. در هر قسمت زاویه بین بردارهای داده شده را به دست آورید.

$$(۱) \quad ۲i - j \quad \text{و} \quad -۴i + ۲j \quad (۲) \quad \sqrt{۳}i - k \quad \text{و} \quad -۳i + ۶j + \sqrt{۳}k$$

تمرین ۲. تصویر بردار $۲i - j + ۴k$ در راستای هر یک از بردارهای زیر به دست آورید.

$$(۱) \quad \sqrt{۳}j + k \quad (۲) \quad -i - j + k$$

تمرین ۳. بردار $-۸i + ۱۲j - ۳k$ را در راستای بردار $i - ۲j - ۲k$ تجزیه کنید.

تمرین ۴. در هر یک از قسمت‌های زیر خط گذرا از نقطه p در راستای بردار N را به صورت یک تابع برداری توصیف کنید.

$$(۱) \quad N = -i + ۳j, p = (۲, -۱) \quad (۲) \quad N = ۲i + j - k, p = (۰, -۳, ۱)$$

تمرین ۵. در هر یک از قسمت‌های زیر معادله صفحه گذرا از نقطه p عمود بر راستای بردار N را به دست آورید.

$$(۱) \quad N = -i + ۳j + ۲k, p = (۲, ۲, -۳) \quad (۲) \quad N = ۲i + j - k, p = (۰, -۳, ۱)$$

تمرین ۶. به ازای تابع $f(x, y, z) = x^۲\sqrt{y-z}$ عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

$$(۱) \quad f_{yzz} \quad (۲) \quad \frac{\partial^۴ f}{\partial y \partial x^۲ \partial z}$$

تمرین ۷. در هر یک از قسمت‌های زیر مشتق یا مشتقات جزئی ترکیب را به صورت مستقیم و همچنین به کمک قاعده زنجیری محاسبه و نتیجه را با هم مقایسه کنید.

$$(۱) \quad f(x, y) = y^۲x + x; \quad x = \cos(t + s), \quad y = \sin(r - s)$$

$$(۲) \quad f(x, y, z) = x \cos xy - \sin xz; \quad x = ۱ - t, \quad y = t - s, \quad z = s^۲ - t$$

تمرین ۸. مشتق جهتی توابع زیر را در نقطه p و در جهت بردار A به دست آورید.

$$(۱) \quad f(x, y) = x^۲ \sin ۲y, \quad p = (۱, \pi/۲), \quad A = ۳i - ۴j$$

$$(۲) \quad f(x, y, z) = xy + yz + xz, \quad p = (۱, ۲, -۱), \quad A = ۲i + j - k$$

تمرین ۹. گرادیان توابع زیر را به دست آورید.

$$f(x, y, z) = yze^{xy} \sin xz \quad (۲) \qquad f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2} \quad (۱)$$

تمرین ۱۰. گرادیان تابع $f(x, y) = e^{\sin x^2 y}$ در نقطه $(-۱, \pi)$ را محاسبه کنید.

تمرین ۱۱. گرادیان تابع $f(x, y, z) = (\sec x)^{\sec yz}$ را محاسبه کنید. سپس مقدار $f(\frac{\pi}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{\pi}{4})$ را به دست آورید.

تمرین ۱۲. واگرایی میدان‌های برداری زیر را محاسبه کنید.

$$F(x, y) = xy(e^x \mathbf{i} + e^y \mathbf{j}) \quad (۱)$$

$$F(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2) \mathbf{i} + xy \mathbf{j} + \ln(y^2 + z^2) \mathbf{k} \quad (۲)$$

تمرین ۱۳. لاپلاسین توابع زیر را محاسبه کنید.

$$f(x, y, z) = z + \ln \sin xy \quad (۲) \qquad f(x, y) = \frac{x \sin y}{x - y} \quad (۱)$$

تمرین ۱۴. تاب میدان‌های برداری زیر را محاسبه کنید.

$$F(x, y, z) = x^2 z \mathbf{i} - 2xz \mathbf{j} + yz \mathbf{k} \quad (۱)$$

$$F(x, y, z) = \sin(x - y) \mathbf{i} + \sin(y - z) \mathbf{j} + \sin(z - x) \mathbf{k} \quad (۲)$$