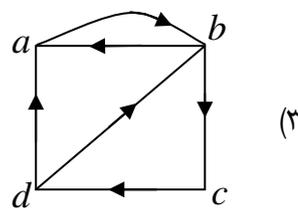
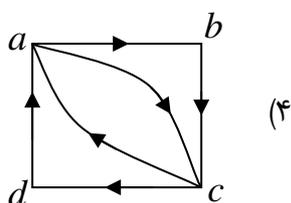
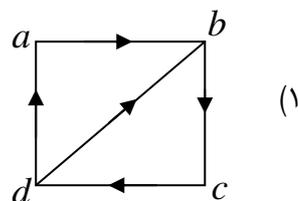
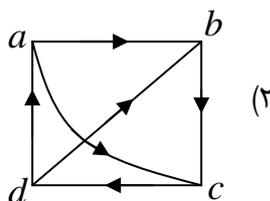


باسمه تعالی

فصل سوم : ترکیبیات

الف : رابطه و گراف و ماتریس

۱ : رابطه ی متناظر به کدام گراف زیر ، روی مجموعه ی  $A = \{a, b, c, d\}$  ، تراییی است ولی متقارن نیست؟ (کنکور ۱۳۸۰)

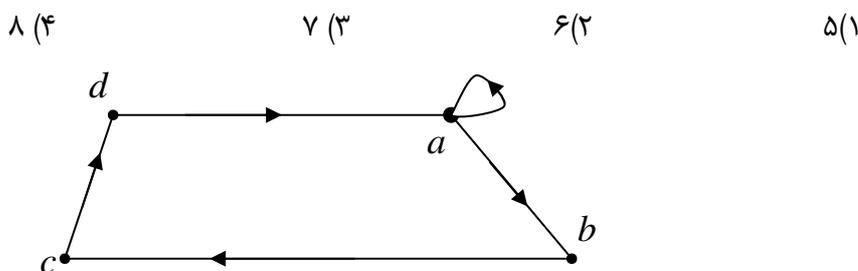


حل: واضح است رابطه های تمام گراف نامتقارن هستند ولی اگر ماتریس مجاورت گراف مربوط به گزینه ی ۲ را تشکیل دهیم. داریم :

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow M^2 \ll M$$

یعنی این رابطه تراییی می باشد.

۲ : اگر  $M$  ماتریس متناظر با گراف مقابل یک رابطه باشد، ماتریس  $M^2$  چند درایه ی یک دارد؟



حل :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow M^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

لذا تعداد یک های ماتریس  $M^2$  برابر ۷ می باشد.

\*\*\*

۳: ماتریس متناظر به یک رابطه به شکل زیر است. این رابطه کدام خاصیت را دارد؟ (کنکور ۱۳۸۶)

$$\begin{matrix} & a & b & c \\ a & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ b & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ c & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

(۱) پادمتقارن (۲) تریایبی (۳) بازتابی (۴) غیر متقارن

حل: ماتریس داده شده متقارن نیست. زیرا اگر  $R$  رابطه ی متناظر ماتریس داده شده باشد،  $(b,a) \in R$  ولی  $(a,b) \notin R$

.....

ب: اصل شمول و عدم شمول

۱: چند دسته ۳ تایی گل، از ۵ نوع گل مختلف، می توان ساخت؟ (تکرار مجاز ایست.) (کنکور ۱۳۸۰)

(۱) ۳۴ (۲) ۳۲ (۳) ۳۵ (۴) ۴۲

حل: اگر  $k$  نوع مختلف به تعداد مورد نیاز موجود باشد، تعداد انتخاب  $n$  گل از بین  $k$  نوع گل موجود که در آنها تکرار نیز مجاز

است، برابر  $\binom{n+k-1}{n}$  می باشد. لذا داریم:

$$\binom{n+k-1}{n} = \binom{3+5-1}{3} = \binom{7}{3} = 35$$

\*\*\*

۲: چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که نه بر ۵ تقسیم پذیر باشد و نه بر ۶؟ (کنکور ۱۳۸۲)

(۱) ۵۴۰ (۲) ۵۷۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۶۳۰



حل : با توجه به این ماتریس ، واضح است که این رابطه بازتابی است و متقارن و پاد متقارن نمی باشد. لذا گزینه ی ۱ درست است.

\*\*\*

۵ : به چند طریق می توان ۱۲ سکه را بین سه نفر تقسیم کرد، به طوری که لااقل به هر کدام یک سکه برسد؟ ( کنکور ۱۳۸۷ )

۳۶(۴)

۴۵(۳)

۴۸(۲)

۵۵(۱)

حل : ۱۲ سکه یکسان هستند.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12 \xrightarrow{x_i \geq 1} y_1 + y_2 + y_3 = 9$$

$$|S| = \binom{11}{2} = 55$$

\*\*\*

۶ : چند عدد سه رقمی وجود دارد که در آنها هر یک از ارقام ۳ و ۶ ، حداقل یک بار ظاهر شوند؟ ( کنکور ۱۳۸۸ )

۵۶(۴)

۴۸(۳)

۵۲(۲)

۵۴(۱)

حل :

$$\text{تعداد کل اعداد سه رقمی} = 9 \times 10 \times 10 = 900$$

$$8 \times 9 \times 9 + 8 \times 9 \times 9 - 7 \times 8 \times 8 = 848$$

$$900 - 848 = 52$$

\*\*\*

**موفق باشید.**

**جابر عامری دبیر ریاضی دبیرستان های شهرستان های اهواز و باوی**