

۱ آزمون گروهی دوم

۱. حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$1 - \frac{2}{1(1+2)} - \frac{2}{(1+2)(1+2+3)} - \frac{4}{(1+2+3)(1+2+3+4)} - \dots - \frac{100}{(1+\dots+99)(1+2+\dots+100)}$$
۲. در صفحه ی شطرنج از بالا سمت چپ شروع کرده در خانه ی اول یک دانه ی گندم ، در خانه ی سمت راست آن ۲ دانه ی گندم، در خانه ی سوم چهار دانه ی گندم و به همین ترتیب ادامه می دهیم و وقتی به انتهای هر سطر رسیدیم به سمت چپ ترین خانه ی سطر پایین آن رفته و این کار را ادامه می دهیم و به ترتیب کل صفحه را پر می کنیم. اگر خانه ی گوشه ی سمت چپ سفید باشد چه کسری از کل گندم ها در خانه های سفید است؟
۳. کمترین مقدار $\frac{a}{b}$ در مجموعه ی زیر چند است؟

$$\{(a, b) | a, b \in R, (a + 1)(b + 1) = ab, 0 < b\}$$
۴. نمرات دانش آموزان یک کلاس ۱۱ نفره، اعدادی صحیح از صفر تا ۲۰ است. فرض کنید میانگین نمرات ۱۸ و میانه ی نمرات ۱۹ است. کمترین نمره ی کلاس حداقل چند می تواند باشد؟ (منظور از میانه ی ۱۱ عدد این است که اگر عدد ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، عدد ششم میانه ی آنها است.)
۵. در گروهی نظامی ۲۰۰ سرباز داریم که هر شب ۳ تا از آنها با هم نگهبانی می دهند. آیا ممکن است بعد از مدتی هر یک از سربازها با هر سرباز دیگر دقیقاً یک بار نگهبانی داده باشند.
۶. در داخل مستطیل $ABCD$ مربع $MNFQ$ قرار داده شده است. می دانیم $AB = 7$ و همچنین اضلاع مربع و مستطیل با هم موازی اند. اگر مجموع مساحت $ABNM$ و $CDQF$ برابر با ۱۲۳ و مجموع مساحت های $ADQM$ و $BCFN$ برابر با ۳۱۲ باشد، مساحت $MNFQ$ چند است.
۷. مربع $ABCD$ به ضلع یک داده شده است و نقطه ی M داخل مربع از راس A, B و ضلع DC به یک فاصله است. مساحت چهار ضلعی های داخل مربع چند است.
۸. دو رقم آخر عدد ۲۹۹۹ را بدست آورید.
۹. ثابت کنید ۲۰۰۶ را نمی توان به صورت جمع ده عدد مربع کامل فرد نوشت.
۱۰. آقای فراموش کار، ساعت ۷ صبح از منزل خود که در چهار راه مرکزی شهر است خارج شده و تا کنون که ساعت ۱۰ شب است به منزل برگشته است. خیابان های شهر، افقی و عمودی هستند و فاصله ی هر دو چهار راه مجاور یک کیلومتر است. می دانیم نام برده در هر ساعت از چهار راهی به چهار راه مجاورش می رود. اکنون او در چند چهار راه ممکن است باشد.