



موسسه آموزش عالی آزاد

با مجوز رسمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

آزمون آزمایشی تحصیلات تکمیلی

(دوره‌های کارشناسی ارشد)

سال ۱۳۹۳

آزمون ۲۵ درصد اول

دفترچه حل تشریحی

مهندسی شیمی

کد (۱۲۵۷)

۱- گزینه ۲ درست است.

۲- گزینه ۱ درست است.

۳- گزینه ۳ درست است.

۴- گزینه ۳ درست است.

۵- گزینه ۴ درست است.

۶- گزینه ۱ درست است.

۷- گزینه ۴ درست است.

۸- گزینه ۱ درست است.

۹- گزینه ۴ درست است.

۱۰- گزینه ۴ درست است.

۱۱- گزینه ۱ درست است.

۱۲- گزینه ۴ درست است.

۱۳- گزینه ۲ درست است.

۱۴- گزینه ۲ درست است.

۱۵- گزینه ۳ درست است.

۱۶- گزینه ۳ درست است.

با توجه به متن ضرایب معتدله ویریال معیاری از برخوردهای مولکولی می باشد.

۱۷- گزینه ۴ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

However, a complete general form for expressing gas non-ideality is the series expansion first as the Virial equation of state

معادله ویریال از معادله واندروالس کاملتر می باشد.

۱۸- گزینه ۱ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

Virial coefficients are functions of the temperature only

ضرایب ویریال تابعی از دما می باشد.

۱۹- گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

It can be shown, by statistical mechanics, that the first coefficient is a function of the interaction of an isolated pair of molecules

ظریب اول ویریال نشاندهنده تأثیر بین دو مولکول بر یکدیگر می باشد.

۲۰- گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

The fan consists of a **rotating** arrangement of vanes or blades which act on the air

۲۱- گزینه ۴ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

Fans produce air flows with high volume and low pressure, as opposed to compressors which produce high pressures at a comparatively low volume

Fan و compressor دارای دو عملکرد متفاوت می‌باشند که fan دارای دبی حجمی بالاتر و فشار کمتر می‌باشد در صورتی که compressor تولید جریانی با دبی کمتر و فشار بالاتر می‌کند.

۲۲- گزینه ی ۳ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

While fans are often used to cool people, they do not actually cool air, but work by evaporative cooling of sweat and increased heat conduction into the surrounding air due to the airflow from the fans

سرمایش ایجاد شده توسط دمنده‌ها به علت تبخیر رطوبت پوست می‌باشد و دمنده خود تولید هوای سرد نمی‌کند.

۲۳- گزینه ۱ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

Thus, fans may become ineffective at cooling the body if the surrounding air is near body temperature and contains high humidity.

بنابراین چنانچه دما و رطوبت هوای ورودی کمتر باشد دمنده عملکرد بهتری دارد.

۲۴- گزینه ی ۲ درست است.

با توجه به این که در متن ذکر شده است:

One is palladium, which is permeable to hydrogen, but not (in any reasonable length of time) to other gases.

فقط هیدروژن می‌تواند از پالادیم نفوذ نماید.

۲۵- گزینه ۱ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

In such cases, at equilibrium (when the chemical potential of the diffusing gas must be the same on both sides of the membrane)

در هر دو طرف توانایی نفوذ گاز می‌بایستی برابر باشد.

۲۶- گزینه ۴ درست است.

در قسمت انتهایی متن هر سه گزینه به عنوان نتیجه‌ای از قانون دالتون برای فشار جزئی ذکر شده است

۲۷- گزینه ۱ درست است.

Distributor به معنی پخش کننده می‌باشد که هم معنی کلمه Sparger می‌باشد.

۲۸- گزینه ۳ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

At lower fluid velocities, the solids remain in place as the fluid passes through the voids in the material. This is known as a packed bed reactor

در سرعت‌های کم ذرات جامد بر روی سطح پخش کننده جمع می‌شوند و سیال از لابلای آنها می‌گذرد.

۲۹- گزینه ۳ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

As the fluid velocity is increased, the reactor will reach a stage where the force of the fluid on the solids is enough to balance the weight of the solid material. This stage is known as incipient fluidization and occurs at this minimum fluidization velocity

در مرحله اولیه سیالیت (حداقل سیالیت) نیروی ناشی از سیال بر وزن ذرات غلبه کرده و قادر به شناورسازی آنها می‌باشد.

۳۰- گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

Once this minimum velocity is surpassed, the contents of the reactor bed begin to expand and swirl around much like an agitated tank or boiling pot of water. The reactor is now a fluidized bed

گردش ذرات جامد سبب می‌شود که برج سیال شده همانند یک agitated tank رفتار نماید.

۳۱- گزینه ۳ درست است.

ضریب هدایت حرارتی آب به فرم مایع اشباع با افزایش دما ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۳۲- گزینه ۴ درست است.

با توجه به این که درون دیواره نقطه max نداریم یعنی:

$$x_{\max} > L$$

$$x_{\max} = \frac{K(T_2 - T_1)}{2qL} \quad (\text{اثبات در کتاب پارسه})$$

$$q < \frac{K(T_2 - T_1)}{2L^2} \quad (L \text{ نصف ضخامت دیواره است})$$

بنابراین هم‌چنان که از معادله فوق ملاحظه می‌شود اگر توان منبع از حدی کوچک‌تر باشد درون دیواره نقطه max تشکیل نمی‌شود.

با توجه به معادله بالا اگر K دیواره بزرگ باشد، اختلاف دمای طرفین دیواره زیاد باشد و یا ضخامت دیواره کم باشد ($\frac{K(T_2 - T_1)}{2L^2}$ بزرگ

باشد) منبع حرارتی قادر به ایجاد نقطه max درون دیواره نخواهد بود.

۳۳- گزینه ۱ درست است.

$$Q = qV = hA(T_w - T_\infty)$$

$$q \left[\frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^2} \right] = h \left(\frac{4}{3}\pi R^2 \right) (T_w - T_\infty)$$

$$T_w = T_\infty + \frac{qR}{3h}$$

۳۴- گزینه ۳ درست است.

انتقال حرارت در مخروط ناقص مشابه انتقال حرارت در استوانه‌ای است به قطر $D_e = \sqrt{D_1 D_2}$.

$$Q = KA_{av} \frac{\Delta T}{L}$$

$$A_{av} = \frac{\pi}{4} D_e^2, \quad D_e = \sqrt{D_1 D_2}$$

$$R = \frac{L}{KA_{av}} = \frac{L}{K \left(\frac{\pi}{4} D_1 D_2 \right)} = \frac{4L}{\pi K D_1 D_2}$$

۳۵- گزینه ۴ درست است.

با نوشتن بیلان انرژی برای کره داریم:

$$q_1'' \left(\frac{4}{3}\pi R_1^2 \right) + q \left[\frac{4}{3}\pi R_2^2 - \frac{4}{3}\pi R_1^2 \right] = q_2'' \left(\frac{4}{3}\pi R_2^2 \right)$$

$$q_2'' = q_1'' \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \frac{qR_2 \left(1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right)}{3}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}, \quad q_1'' = 4000 \frac{W}{m^2}, \quad q = 8000 \frac{W}{m^2}, \quad R_2 = 0.3 \text{ m}$$

$$q_2'' = 4000 \times \frac{1}{4} + \frac{8000 \times 0.3 \times \left(1 - \frac{1}{4} \right)}{3}$$

$$q_2'' = 1000 + 700 = 1700 \frac{W}{m^2}$$

۳۶- گزینه ۳ درست است.

شعاع بحرانی کره از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$r_{cr} = \frac{2k}{h} = \frac{2 \times 0.5}{10} = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{ضخامت عایق} = 10 - 2 = 8 \text{ cm}$$

۳۷- گزینه ۴ درست است.

عوامل غیر خطی شدن توزیع دما عبارتند از:

(۱) تغییر سطح انتقال حرارت در مسیر انتقال (مثل انتقال حرارت در راستای شعاعی در استوانه و کره)

(۲) k تابع دما باشد (k نزولی تقعر رو به بالا، k صعودی تقعر رو به پایین)

(۳) گرمایش یا سرمایش (ناپایدار) در دیواره انجام شود (تقعر رو به بالا گرمایش، تقعر رو به پایین سرمایش)

با توجه به توضیحات فوق گزینه ۴ جواب صحیح است.

۳۸- گزینه ۳ درست است.

دیمانسیون نرخ انتقال حرارت W می‌باشد.

۳۹- گزینه ۳ درست است.

چون مقاومت هوای اطراف از همه مقاومت‌ها بیشتر است (به علت h کم)، بنابراین مؤثرترین راه‌حل کاهش مقاومت هوا با افزایش h هواست.

۴۰- گزینه ۱ درست است.

با توجه به غیرخطی و درجه ۲ بودن توزیع دما دیواره می‌تواند دارای چشمه یا چاه حرارتی باشد با توجه به این‌که:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} = -100 < 0$$

بنابراین تقعر منحنی رو به پایین است، یعنی دیواره دارای چشمه حرارتی است.

۴۱- گزینه ۴ درست است.

کارائی پره مطابق معادله زیر بیان می‌شود.

$$\eta_p = \sqrt{\frac{kP}{hA}}$$

بنابراین برای داشتن کارائی بالا لازم است.

k بزرگ باشد.

h کوچک باشد.

$\frac{P}{A}$ بزرگ باشد.

۴۲- گزینه ۴ درست است.

برای داشتن Q بزرگ‌تر لازم است:

K بزرگ باشد.

h بزرگ باشد.

A, P بزرگ باشند.

۴۳- گزینه ۳ درست است.

$$\frac{\theta}{\theta_0} = e^{-mx}$$

با توجه به برابر شدن دماها داریم:

$$m_A x_A = m_B x_B$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}}$$

بنابراین:

$$\frac{k_B}{k_A} = \left(\frac{x_B}{x_A}\right)^2 = \left(\frac{\frac{L}{4}}{\frac{L}{2}}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$k_A = 4k_B$$

۴۴- گزینه ۴ درست است.

معادله بیلان انرژی در حالت کلی به صورت زیر است:

$$\frac{d}{dx} \left(kA \frac{dT}{dx} \right) + \dot{q}A = 0$$

با فرض k ثابت:

$$\frac{d}{dx} \left(A \frac{dT}{dx} \right) + \frac{\dot{q}A}{k} = 0$$

در صورتی که A ثابت باشد:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

در صورتی که A ثابت نباشد و $\dot{q} = 0$ باشد:

$$A \frac{d^2 T}{dx^2} + \left(\frac{dA}{dx} \right) \frac{dT}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \right) \frac{dT}{dx} = 0$$

در مخروط ناقص:

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$D \sim x$$

بنابراین:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} = \frac{1}{x^2} (2x) = \frac{2}{x}$$

۴۵- گزینه ۳ درست است.

ترتیب چیدن عایق‌ها در عایق‌بندی سطوح سرد عبارت است.

K نزولی با دما - K مستقل از دما - K صعودی با دما - سطح سرد

C - B - A - C مخزن

ترمودینامیک

۴۶- گزینه ۱ درست است.

$$C_p - C_v = T \bar{V} \frac{\alpha^2}{\beta}$$

$$C_p - C_v = 0 \Rightarrow C_p = C_v$$

$$\alpha = \left(\frac{1}{V} \frac{dV}{dT} \right)_P = 0$$

۴۷- گزینه ۱ درست است.

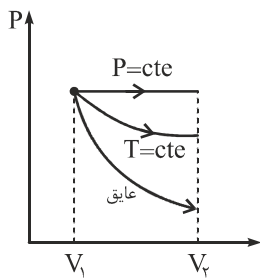
$$Q = \Delta h = m(h_g - h_1) = m(h_g - (h_f + xh_{fg})) = m(1-x)h_{fg}$$

$$\Rightarrow 4500 = 5 \times (1-x) \times 2000 \Rightarrow x = 0.55$$

$$x = \frac{\text{جرم بخار}}{\text{جرم کل}} \Rightarrow \text{جرم بخار} = 0.55 \times 5 = 2.75 \text{ kg}$$

$$\text{جرم مایع} = 2.25 \text{ kg}$$

۴۸- گزینه ۳ درست است.



بنابراین کاهش فشار در فرآیندهای بی‌درو به ازای یک ΔV یکسان از دیگر فرآیندها بیش‌تر می‌باشد. در واقع فشار نهایی کم‌تر خواهد بود.

۴۹- گزینه ۱ درست است.

حداقل دما در طی یک فرآیند بی‌درو حاصل می‌شود که:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_2}{600} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = 600 \times 9^{1-\gamma}$$

$$\left(C_V = \frac{R}{\gamma-1} \Rightarrow 4 = \frac{2}{\gamma-1} \Rightarrow \gamma = 1.5\right)$$

$$T_2 = 600 \times 9^{-0.5} = 200 \text{ k} \Leftrightarrow 200 \text{ k} \Leftrightarrow -73^\circ\text{C}$$

۵۰- گزینه ۱ درست است.

کار در فرآیند آدیاباتیک ($PV^k = \text{cte}$)

بنابراین شیب برابر $\frac{1}{k-1}$ می‌باشد.

$$\Delta u = -W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{K-1}$$

$$m = \frac{1}{K-1} = \frac{1}{2-1} = 1$$

۵۱- گزینه ۲ درست است.

بازده حداکثر مربوط به بازده حالت کارنو می‌باشد:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \eta_c = 1 - \frac{600}{1200} = \frac{1}{2}$$

$$\eta_{\text{واقعی}} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 0.8 \times \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{Q_C}{1800} = \frac{0.8}{2}$$

$$\frac{12}{20} = \frac{Q_C}{1800} \Rightarrow Q_C = \frac{12 \times 1800}{20} = 1080$$

$$W = Q_H - Q_C = 1800 - 1080 = 720 \text{ kJ}$$

۵۲- گزینه ۳ درست است.

در نقطه‌ی بحرانی دو رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)_{T_c} = 0, \quad \left(\frac{d^2P}{dV^2}\right)_{T_c} = 0$$

$$k = -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dP}\right)_{T_c} = \infty$$

۵۳- گزینه ۳ درست است.

$$W = P\Delta V \Rightarrow P(V_2 - V_1) = P\left(\frac{m}{\rho_2} - \frac{m}{\rho_1}\right) \Rightarrow W = 1 \times \left(\frac{10 \times 100}{4} - \frac{10 \times 100}{5}\right) = 250 - 200 = 50 \text{ atm.cm}^3$$

۵۴- گزینه ۲ درست است.

$$PV^n = \text{cte} \quad W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = \frac{R\Delta T}{1-n} \Rightarrow \left(C_V = \frac{R}{K-1}\right) \Rightarrow W = C_V \Delta T \frac{K-1}{1-n}$$

۵۵- گزینه ۳ درست است.

اگر ضریب ژول تامسون گاز برابر صفر شود آن‌گاه گاز در طی فرایند اختناق تغییر دما نمی‌دهد.

$$\mu = \left(\frac{dT}{dP}\right)_h = \frac{V - T \left(\frac{dV}{dT}\right)_P}{-C_P}$$

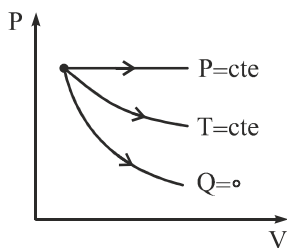
$$V = \frac{a}{P} + \frac{bT}{P} + \frac{CT^2}{P} \Rightarrow \left(\frac{dV}{dT}\right)_P = 0 + \frac{b}{P} + \frac{2CT}{P}$$

$$\mu = \frac{\frac{a}{P} + \frac{bT}{P} + \frac{CT^2}{P} - \frac{bT}{P} - \frac{2CT^2}{P}}{-C_P} = \frac{a - CT^2}{-C_P}$$

$$\Rightarrow a = 0, \quad c = 0$$

با صفر شدن c, a گاز حالت ایده‌آل داشته و در گاز ایده‌آل همواره $\mu = 0$ است.

۵۶- گزینه ۴ درست است.



با توجه به سطح زیر نمودار $P-V$ که مبین کار است در فرآیند ایزوبار کار در حالت ماکزیمم می‌باشد و کار در حالت ایزوترم از ادیباتیک بیش‌تر است.

۵۷- گزینه ۳ درست است.

دیگرام فاز نشان‌دهنده‌ی تغییرات $P-T$ می‌باشد.

که:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V_m}$$

به علت این‌که ΔV_m در تغییر جامد - مایع بسیار کوچک است بنابراین در نمودار فاز شیب خط تعادل ذوب بیش‌ترین است.

۵۸- گزینه ۱ درست است.

چنان‌چه سیستم را راکتور در نظر بگیریم:

$$\sum h_{in} + Q_{in} = \sum h_{out} + W_{out}$$

$$40 \times 70 + 60 \times 100 + Q = 100 \times 25 + (-5200) \Rightarrow Q = 25000 - 8800 - 5200 = 11000 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}$$

$$Q = MC\Delta T \Rightarrow -11000 = m \times 4 \times (35 - 85) \Rightarrow m^c = 55 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

۵۹- گزینه ۲ درست است.

نقطه جوش نرمال: $P = 1 \text{ atm}$

$$0 = \frac{-33000}{T} + 20 = 0 \Rightarrow T = 1650 \text{ K}$$

با توجه به معادله ی روبرو:

$$\frac{d \ln P^S}{dT} = \frac{\Delta H_{S \rightarrow V}}{RT^2} \Rightarrow \Delta H_{S \rightarrow V} = 34000 R$$

$$\frac{d \ln P^L}{dT} = \frac{\Delta H_{L \rightarrow V}}{RT^2} \Rightarrow \Delta H_{L \rightarrow V} = 33000 R$$

$$\Delta H_{S \rightarrow L} = \Delta H_{S \rightarrow V} - \Delta H_{L \rightarrow V} = 1000 R = 2000 \text{ cal}$$

۶۰- گزینه ۱ درست است.

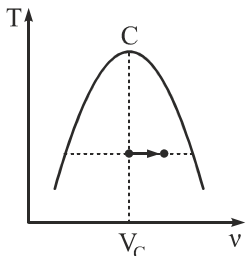
با توجه به مقدار ضریب ژول تامسون:

$$\mu = \frac{RT^2}{C_p} \left(\frac{dZ}{dT} \right)_P \Rightarrow \mu \propto \left(\frac{dZ}{dT} \right)_P$$

در فرآیند مربوط به میدل با افزایش دما در فشار ثابت ضریب تراکم پذیری کاهش یافته است بنابراین $\mu < 0$ می باشد سپس گاز در فرآیند اختناق گرم می شود. (مثل هلیوم و هیدروژن)

$$T_r < T_r$$

۶۱- گزینه ۲ درست است.



با توجه به این که میزان مایع با افزایش دما تغییر نمی کند بنابراین $(V = V_C)$ حجم مولی برابر حالت بحرانی می باشد و برای از بین بردن این مانع می بایست V را افزایش داد که با کاهش مولهای ظرف و یا افزایش حجم ظرف این موضوع امکان پذیر است.

۶۲- گزینه ۴ درست است.

$$B' = \frac{T_H}{T_H - T_L}, B = \frac{T_L}{T_H - T_L} \Rightarrow \frac{B'}{B} = \frac{T_H}{T_L} = \frac{1200}{300} = 4$$

$$\left(B' = \frac{4}{3}, B = \frac{1}{3} \right)$$

۶۳- گزینه ۴ درست است.

چنانچه قانون اول ترمودینامیک را حول مخزن بنویسیم:

$$\Delta u = Q - W \begin{cases} Q = 0 & \text{عایق} \\ W = 0 & \text{کار خلاء} \end{cases} \Rightarrow \Delta u = 0$$

$$\Delta u = C_V \Delta T = 0 \Rightarrow T = \text{ثابت} = 25^\circ \text{C}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow 18 \times 3 = 15 \times P_2 \Rightarrow P_2 = 3/6 \text{ kPa}$$

۶۴- گزینه ۱ درست است.

خواص شدتی جزء خواص مشخصه سیستم هستند که به ماده وابسته نبوده و قابل اندازه‌گیری در تمام نقاط ماده می‌باشند.

۶۵- گزینه ۱ درست است.

با نوشتن قانون اول ترمودینامیک برای سیستم‌های جاری و با توجه به این‌که سیستم فقط دارای جریان ورودی است و خروجی ندارد داریم:

$$Q + m_{in} h_{in} = m_{out} u_{out} \Rightarrow Q = -m [C_P T_{in} - C_V T_{out}] \Rightarrow Q = -m T_0 (C_P - C_V) = -m T_0 R \Rightarrow -830000 = -1000 \times T_0 \times 8/3$$

$$T_0 = 100k \approx -173$$

مکانیک سیالات

۶۶- گزینه ۴ درست است.

- مرکز فشار همواره در زیر مرکز سطح قرار دارد.

- مرکز فشار مرکز اثر نیروی برآیند می‌باشد. و نه متوسط.

- فشار کل و نیروی کل وارد بر یک سطح از روی مرکز سطح محاسبه شده و وابسته به مرکز فشار نمی‌باشد.

۶۷- گزینه ۲ درست است.

$$1 \text{ گشتاور در دیواره } 1 = F_1 \times L = \rho g \frac{L}{4} \times A \times \left(\frac{L}{2} + \frac{2}{3} \frac{L}{2} \right)$$

$$2 \text{ گشتاور دیواره } 2 = F_2 \times L = \rho g \frac{L}{4} \times A \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{L}{2} \right)$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{5}{1} = 5$$

۶۸- گزینه ۳ درست است.

$$\text{بالا نیروی افقی وارد از طرف سیال بالا: } F = \rho g h \cdot A = 0/2 \times \rho_w g \times 0/25 \times 1 \times 0/5 = 250N$$

$$F = (\rho g L + \rho_w g h') A = [0/2 \rho_w g \times 0/5 + \rho_w g \times 0/5] 1 \times 1 = 0/6 \rho_w g = 6000N$$

بنابراین نیروی کل برابر ۶۲۵۰N می‌باشد.

۶۹- گزینه ۴ درست است.

نیروی وارد بر دریچه ناشی از فشار در زیر دریچه می‌باشد:

$$P_D + 3 \times \gamma_w - 2 \times 5 \gamma_w = 0$$

$$P_D = 7 \gamma_w$$

$$\text{نیروی وارد بر دریچه: } F = P_D A = 7 \gamma_w \times 0/4 \times 0/4 = 11200N$$

بنابراین وزن دریچه باید برابر نیروی F باشد تا آب به بیرون نریزد.

۷۰- گزینه ۳ درست است.

$$\text{فشار تانک بسته: } -\rho g \times 0/6 - \rho g \times 1/4 + \rho g \times 1/4 = P_B$$

$$P_B = -500 \times 10 \times 0/6 = -3000pa$$

۷۱- گزینه ۱ درست است.

با توجه به خطی بودن فشار بر حسب y در می‌یابیم که دانسیته سیال ثابت می‌باشد. همچنین فشار داده شده مطلق است زیرا در $p_0 = 10^5 pa \leftarrow y = 0$ است.

$$p = 50y + 10^5 \xrightarrow{\text{فشار نسبی}} p' = p - 10^5 = 50y$$

$$p' = \rho g y \Rightarrow 50y = \rho g y \Rightarrow \rho = 50$$

۷۲- گزینه ۳ درست است.

$$P = \int_0^y \rho g dy = p = g \int_0^y 5 + 2y dy = g(5y + y^2)$$

$$\frac{p_2}{\rho_2} = \frac{5 \times 3 + 9}{5 \times 5 + 25} = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$$

۷۳- گزینه ۳ درست است.

طبق قانون پاسکال در سیالات ساکن فشار در تمام جهات یکسان است ولی در سیالی که لایه‌های آن نسبت به هم در حرکت هستند فشار در هر نقطه متوسط فشار در جهات مختلف است.

$$\text{در سیال ساکن } p = p_x = p_z = p_y$$

$$\text{در سیال متحرک } p = \frac{p_x + p_z + p_y}{3}$$

۷۴- گزینه ۲ درست است.

نیروی وزن = نیروی موینگی

$$2L \times \sigma \cos \alpha = Lht\gamma \Rightarrow t = \frac{2\sigma \cos \alpha}{\gamma h}$$

با توجه به این که ارتفاع موینگی (t) در هر دو برابر است:

$$\frac{2\sigma_1 \cos \alpha}{\rho_1 g h} = \frac{2\sigma_2 \cos \alpha}{2\rho_2 g h} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2\sigma_1}{\sigma_2}$$

۷۵- گزینه ۴ درست است.

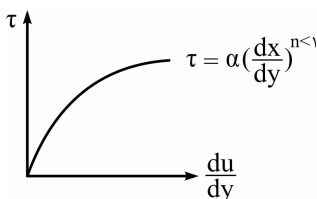
در گاز $v = \frac{\mu}{P}$ می‌باشد که با افزایش فشار مقدار ویسکوزیته‌ی سینماتیکی کاهش می‌یابد.

۷۶- گزینه ۳ درست است.

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

$$\frac{d\tau}{du'} = \frac{1}{2} \alpha \frac{1}{u'}$$

بنابراین با افزایش گرادیان سرعت شیب نمودار که مبین مقدار ویسکوزیته می‌باشد کاهش می‌یابد که این موضوع مشخص کننده سیال شبه پلاستیک است.



۷۷- گزینه ۱ درست است.

$$dT = r \cdot dF = r \tau \cdot dA = r \tau 2\pi r dr$$

$$\left(\tau = \mu \frac{v}{t} = \mu \frac{r\omega}{t} \right)$$

$$T = \frac{2\pi w \mu}{t} \int_0^r r^3 dr = \frac{\pi \mu w R^4}{2t}$$

حال اگر شعاع نصف و w چهار برابر شود:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4w \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 R^4}{w R^4} = 0.25 \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{4}$$

۷۸- گزینه ۴ درست است.

$w = \sigma$ (طول کششی سطحی) \Rightarrow نیروی وزن = نیروی کشش سطحی

$$w = 0.1 \left(\frac{N}{m} \right) (6)(2) (10^{-3} m) = 12 \times 10^{-4} N$$

که تقریباً برابر ۰/۱۲ گرم می‌باشد.

۷۹- گزینه ۱ درست است.

برآیند نیروها بر صفحه‌ی میانی برابر است با:

$$\tau_1 A = \tau_2 A \Rightarrow \mu_1 \frac{du_1}{dh_1} = \mu_2 \frac{du_2}{dh_2}$$

$$\mu_0 \times \frac{4V_0 - u}{h} = \frac{2}{3} \mu_0 \frac{u + V_0}{h} \Rightarrow 4V_0 - u = 1/5u + 1/5V_0$$

$$2/5V_0 = 2/5u \Rightarrow u = V_0$$

با فرض خطی بودن پروفایل سرعت:

۸۰- گزینه ۱ درست است.

مدول بالک سیال تراکم‌پذیر:

$$k = -V_0 \frac{\Delta P}{\Delta V} = -h \frac{\Delta P}{\Delta h} \Rightarrow \Delta h = \frac{-h_0 \Delta P}{k} \Rightarrow \Delta h = \frac{-2 \times 0.5}{100} = -\frac{1}{100} m = 1 cm$$

کنترل فرآیندها

۸۱- گزینه ۱ درست است.

تابع f را به شکل یک تابع پله‌ای واحد می‌نویسیم.

$$f(t) = 1 + [-1 - (1)]U_{\tau}(t) + [2\pi - (-1)]U_{\pi}(t) + [0 - 2\pi]U_{\nu}(t)$$

از تابع f لاپلاس می‌گیریم:

$$L[f(t)] = F(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s}e^{-\tau s} + \frac{(2\pi+1)}{s}e^{-\pi s} - \frac{2\pi}{s}e^{-\nu s}$$

$$\Rightarrow F(s) = \frac{1}{s} (1 - 2e^{-\tau s} + (2\pi+1)e^{-\pi s} - 2\pi e^{-\nu s})$$

۸۲- گزینه ۴ درست است.

با استفاده از تبدیل لاپلاس داریم:

$$s^2 y(s) + y(s) = L[f(x)]$$

$$\Rightarrow y(s) = \frac{L[f(x)]}{s^2 + 1}$$

$$y = L^{-1}[y(s)] = L^{-1} \left[\frac{1}{s^2 + 1} L[f(x)] \right] = L^{-1} \left[\frac{1}{L[s^2 + 1]} \right] * f(x)$$

$$= \int_0^x \sin(x-t) f(t) dt$$

۸۳- گزینه ۳ درست است.

پاسخ یک سیستم درجه اول به ورودی سینوسی به فرم $x(t) = A \sin \omega t$ برابر است با:

$$y(t) = \frac{A}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}} \sin(\omega t + \tan^{-1}(-\omega \tau))$$

پس داریم:

$$A = \sqrt{2}, \quad \frac{A}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\tau^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+\tau^2} = 2 \Rightarrow \tau^2 = 3 \Rightarrow \tau = \sqrt{3}$$

و با توجه به فرم تابع تبدیل درجه اول این سیستم $\frac{1}{\tau s + 1}$ ، گزینه ۳ درست است.

۸۴- گزینه ۳ درست است.

تابع تبدیل این سیستم عبارت است از:

$$G(s) = \frac{ke^{-\tau_d s}}{\tau s + 1}$$

که τ_d ترم تاخیر زمانی می باشد.

$$Ak = 8 \xrightarrow{A=2} 2k = 8 \Rightarrow k = 4$$

$$\tau = 12 - 4 = 8$$

$$\tau_d = 4$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{4e^{-4s}}{8s + 1}$$

۸۵- گزینه ۲ درست است.

۸۶- گزینه ۲ درست است.

$$y(s) = \frac{3}{s} \times \frac{2s+2}{4s+3}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left\{ s \times \frac{3}{s} \times \frac{2s+2}{4s+3} \right\} = 2$$

۸۷- گزینه ۳ درست است.

$$T(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$0.98 = 1 - e^{-\frac{t}{10}} \Rightarrow e^{-\frac{t}{10}} = 0.02$$

$$-\frac{t}{10} = -3.9 \Rightarrow t = 39 \text{ sec} = 0.65 \text{ min}$$

۸۸- گزینه ۳ درست است.

این سیستم دارای شیر غیر خطی $q_o = \frac{h^2}{3}$ می باشد، ابتدا سیستم را خطی کرده (به کمک بسط تیلور) و سپس تغییر ارتفاع سطح مایع را

بررسی می کنیم.

$$q_o = \frac{h^2}{3} \rightarrow q_o = \frac{h_s^2}{3} + (h - h_s) \cdot \frac{2}{3} h_s$$

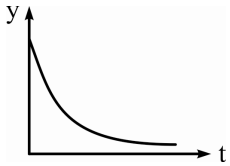
$$\rho q_i - \rho q_o = \rho A \frac{dh}{dt} \Rightarrow q_i - q = A \frac{dh}{dt}$$

$$\begin{cases} Q_i = q_i - q_{is} \\ H = h - h_s \end{cases} \Rightarrow Q_i - \frac{2}{3} h_s H = A \frac{dH}{dt}$$

$$Q_i R - \frac{2}{3} h_s H R = A R \frac{dH}{dT} \Rightarrow \tau = \frac{2A}{3h_s} \Rightarrow \tau \propto \frac{1}{h_s}$$

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{h_1}{h_2} \xrightarrow{\tau_2 = 2\tau_1} \frac{h_1}{h_2} = 2 \rightarrow h_2 = \frac{h_1}{2}$$

۸۹- گزینه ۳ درست است.



۹۰- گزینه ۲ درست است.

$$y(t) \Big|_{\text{step}} = \int_0^t y(t) \Big|_{\text{impulse}} dt$$

$$\rightarrow F(t) \Big|_{\text{step}} = \int_0^t e^{-t} \cos 2t dt = \frac{1}{5} e^{-t} (2 \sin 2t - \cos 2t)$$

۹۱- گزینه ۲ درست است.

$$L\{t \cdot e^{-2t} \cos 2t\} = -\{L\{e^{-2t} \cos 2t\}\}'$$

$$= -\{L\{\cos 2t\}_{s \rightarrow s+2}\}' = -\left(\frac{s+2}{(s+2)^2 + 4}\right)'$$

$$= -\left(\frac{(s+2)^2 + 4 - 2(s+2)^2}{(s^2 + 6s + 18)^2}\right) = -\frac{s^2 + 6s}{(s^2 + 6s + 18)^2}$$

۹۲- گزینه ۲ درست است.

طبق رابطه: $L\{tf(t)\} = -F'(s)$ داریم:

$$F(s) = \ln\left(1 + \frac{1}{s^2}\right)$$

$$\Rightarrow F'(s) = -\frac{2}{s(s^2+1)} \Rightarrow L\{tf(t)\} = -F'(s) = \frac{2}{s(s^2+1)}$$

$$\Rightarrow tf(t) = L^{-1}\left\{\frac{2}{s(s^2+1)}\right\} = L^{-1}\left\{-\frac{2s}{s^2+1} + \frac{2}{s}\right\} = -2 \cos t + 2$$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{2(1 - \cos t)}{t}$$

۹۳- گزینه ۳ درست است.

$$\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{\tau s + 1} \xrightarrow{\tau=AR=1} \frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{s+1}$$

$$Q_i(s) = \frac{1^0}{s} - \frac{1^0}{s} e^{-rs} = \frac{1^0}{s} (1 - e^{-rs})$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{1^0 (1 - e^{-rs})}{s(s+1)}$$

۹۴- گزینه ۴ درست است.

$$\frac{H_r(s)}{Q_1(s)} = \frac{1}{A_r s} \quad (1)$$

$$\frac{Q_1(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{A_1 \sqrt{h_{1s}} s + 1} \quad (2)$$

$$\frac{H_r(S)}{Q_i(S)} = \frac{1}{A_r S (A_1 \sqrt{h_{1s}} S + 1)} \quad (۳)$$

$$\frac{H_r(S)}{Q_i(S)} = \frac{1}{1 \times S \times (1 \times \sqrt{4} S + 1)} = \frac{1}{S(2S+1)}$$

اثبات معادله (۲) به صورت زیر است:

$$Q_i - (2\sqrt{h_1} - 2\sqrt{h_{1s}}) = A_1 \frac{dH_1}{dt}$$

$$2\sqrt{h_1} - 2\sqrt{h_{1s}} = \frac{1}{\sqrt{h_{1s}}} H_1$$

$$Q_i(s) - \frac{H_1(s)}{\sqrt{h_{1s}}} = A_1 s H_1(s)$$

$$\frac{H_1(s)}{Q_i(s)} = \frac{\sqrt{h_{1s}}}{A_1 \sqrt{h_{1s}} s + 1}$$

$$q_1 = 2\sqrt{h_1} \rightarrow Q_1(s) = \frac{1}{\sqrt{h_{1s}}} H_1(s) \Rightarrow \frac{Q_1(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{A_1 \sqrt{h_{1s}} s + 1}$$

۹۵- گزینه ۳ درست است.

$$L \left\{ \int_0^t f(u) du \right\} = \frac{F(S)}{S}$$

داریم:

$$f(u) = \frac{1 - e^{-u}}{u} \Rightarrow F(S) = L \left[\frac{1 - e^{-u}}{u} \right]$$

که برای محاسبه لاپلاس بالا از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$L \left\{ \frac{f(t)}{t} \right\} = \int_s^\infty F(V) dV$$

$$\Rightarrow L \left[\frac{1 - e^{-u}}{u} \right] = \int_s^\infty \frac{1}{V} - \frac{1}{V+1} dV = \left[\ln \frac{V}{V+1} \right]_s^\infty = \ln \frac{S+1}{S}$$

$$\Rightarrow L \left\{ \int_0^t f(u) du \right\} = \frac{F(S)}{S} = \frac{1}{S} \ln \frac{S+1}{S}$$

انتقال جرم و عملیات واحد

۹۶- گزینه ۳ درست است.

در فرآیند نفوذ جارویی یک بخار قابل میعان یک جزء را از یک مخلوط گازی جدا می‌نماید.

در نفوذ حرارتی: گرادیان دما سبب ایجاد گرادیان غلظت شده و سبب جداسازی می‌شود.

در فرآیند تراوش: جداسازی توسط غشا صورت می‌گیرد که ابتدا گاز درون غشا حل شده و سپس نفوذ می‌نماید.

در فرآیند جذب سطحی جذب یک جزء مایع توسط یک جامد می‌باشد.

۹۷- گزینه ۴ درست است.

در تئوری رسوخ:

$$\bar{N}_A = \bar{k}_L (C_{Ai} - C_{Ao}) = 2 \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi \theta}} (C_{Ai} - C_{Ao})$$

$$\bar{N}_A = 2 \sqrt{\frac{3/15 \times 10^{-8}}{3/14 \times 0.01}} (200 - 0) = 400 \times 10^{-3} = 0.4 \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

۹۸- گزینه ۴ درست است.

در صعود قطرات، چنانچه قطر ذره بزرگ باشد سطح ذره دچار تغییر شکل متناوب شده و این امر سبب تغییر انتقال جرم به صورت نوسانی می‌شود که تئوری انبساط سطح که بر گرفته از تئوری رسوخ و نوشوندگی می باشد در این مواقع مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۹۹- گزینه ۳ درست است.

در تشابه میان پدیده‌های انتقال لازم است تا رژیم جریان‌ها یکسان باشد و تشابه در جریان درهم هم با حفظ شرایط مناسب می‌تواند برقرار باشد.

۱۰۰- گزینه ۴ درست است.

در حالت درهم شار نفوذی مجموع شار حاصل از ضرایب نفوذ مولکولی و گردابه‌ای می‌باشد:

$$J_A = -(D_{AB} + E_D) \frac{dc_A}{dz}$$

بنابراین مقدار J_A بیش از حالت‌های دیگر خواهد بود. $E_D < 0$

۱۰۱- گزینه ۴ درست است.

با توجه به تعریف عدد Pe:

$$\left. \begin{aligned} pe_m &= Re Sc \\ pe_H &= Re Pr \end{aligned} \right\} \Rightarrow pe_m = pe_H \Rightarrow Sc = Pr.$$

از روابط بالا به این نتیجه می‌رسیم که Pr, Sc با هم برابر بوده که این امر در گازها صادق می‌باشد.

۱۰۲- گزینه ۲ درست است.

در جریان بر روی سطوح افقی:

$$\left. \begin{aligned} \text{در حالت آرام: } \overline{sh}_L &= a Re^{0.5} SC^{\frac{1}{3}} \\ \text{در حالت درهم: } \overline{sh}_T &= a' Re^{0.8} SC^{\frac{1}{3}} \end{aligned} \right\} \frac{\overline{sh}_L}{\overline{sh}_T} = f \left(\frac{1}{Re^{0.3}} \right)$$

۱۰۳- گزینه ۱ درست است.

$$\overline{sh} = \frac{\overline{k}_c L}{D_{AB}}$$

در جریان آرام ضخامت لایه مرزی برابر $\delta = \frac{\sqrt{2D}}{\sqrt{K_C}}$ است، در صورتی‌که از k_c در انتهای صفحه استفاده شود آن‌گاه J در انتهای صفحه

محاسبه می‌شود:

$$\delta_C = \frac{\sqrt{2D_{AB}}}{\sqrt{K_C}}$$

و هم‌چنین در جریان آرام رابطه‌ی بین ضریب انتقال جرم متوسط و موضعی به صورت:

$$\overline{k}_c = \sqrt{2} k_c \Rightarrow k_c = \frac{\overline{sh} D_{AB}}{\sqrt{2} L} \Rightarrow \frac{D_{AB}}{k_c} = \frac{\sqrt{2} L}{\overline{sh}}$$

$$\delta_C = \frac{\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{\overline{sh}} \right)}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} L}{\overline{sh}} = \frac{\sqrt{2} \times 1}{1500} = 0.001414 \text{ cm}$$

۱۰۴- گزینه ۴ درست است.

با توجه به کم بودن سرعت بر روی دیواره:

$$sh = \sqrt{2} / 41 \Rightarrow \frac{k_L \delta}{D_{AB}} = \sqrt{2} / 41 \Rightarrow k_L = \frac{D_{AB} \times \sqrt{2} / 41}{\delta} = k_L = \frac{5 \times 10^{-9} \times \sqrt{2} / 41}{1 \times 10^{-2}} = 17 \times 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۰۵- گزینه ۴ درست است.

با توجه به رابطه‌ی داده شده در مسئله:

$$\left. \begin{aligned} J'_A &= \rho_A (u_A - \bar{u}) = \rho_A u_A - \rho_A \bar{u} \\ J'_B &= \rho_B (u_B - \bar{u}) = \rho_B u_B - \rho_B \bar{u} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{با جمع دو رابطه}$$

$$J'_A + J'_B = m_A + m_B - \bar{u}(\rho_A + \rho_B) = m_t - \bar{u}\rho$$

$$J'_A + J'_B = \rho(\bar{v} - \bar{u})$$

۱۰۶- گزینه ۴ درست است.

با توجه به افزایش دما به ظرف ابتدا مایع دمایش بالا می‌رود.

$D \propto T$ رابطه‌ی ضریب نفوذ در مایعات

بنابراین ابتدا ضریب نفوذ به صورت خطی زیاد می‌شود.

پس از تبدیل مایع به گاز رابطه‌ی ضریب نفوذ و دما به صورت زیر می‌باشد:

$$D \propto T^{\frac{2}{3}} \quad (\text{رابطه ضریب نفوذ در گازها})$$

بنابراین ضریب نفوذ در حالت گاز به صورت منحنی با دما افزایش می‌یابد لازم به ذکر است با تغییر فاز از مایع به گاز ضریب نفوذ به شدت افزایش پیدا می‌کند زیرا ضریب نفوذ گازها به مراتب از مایعات بالاتر است.

۱۰۷- گزینه ۲ درست است.

با توجه به ثابت ماندن شرایط محیطی، D_{AC}, D_{AB} در هر دو حالت یکسان می‌باشد و با توجه به فرمول ضریب نفوذ در محلول‌های ساکن:

y' بر مبنای عادی از ماده‌ی نفوذ کننده است.

$$D_{Am} = \frac{1}{\frac{y'_B}{D_{AB}} + \frac{y'_C}{D_{AC}}}$$

بنابراین تعداد مول‌های A نقشی در ضریب نفوذ مخلوط ندارد.

$$y'_B = \frac{3}{6/5} = \frac{6}{13} \quad \text{در حالت دوم} \quad y'_B = \frac{3}{6/5} = \frac{6}{13} \quad \text{در حالت اول}$$

$$y'_C = \frac{3/5}{6/5} = \frac{7}{13} \quad \text{در حالت دوم} \quad y'_C = \frac{3/5}{6/5} = \frac{7}{13} \quad \text{در حالت اول}$$

بنابراین ضریب نفوذ ثابت می‌ماند.

۱۰۸- گزینه ۳ درست است.

با توجه به اصل بقای جرم (یا مول):

$$N_A \cdot A = cte \Rightarrow \frac{d}{dr}(N_A \cdot A_r) = 0 \Rightarrow \frac{d}{dr}(N_A \cdot 2\pi r L) = 0$$

$$\frac{d}{dr}(r N_A) = 0 \Rightarrow \frac{rdN_A}{dr} + N_A = 0 \Rightarrow \frac{dN_A}{dr} = \frac{-N_A}{r}$$

۱۰۹- گزینه ۳ درست است.

پروفایل غلظت در نفوذ در جزء ساکن برابر است با:

$$\frac{1-x_A}{1-x_{A_1}} = \left[\frac{1-x_{A_r}}{1-x_{A_1}} \right]^{\frac{z}{L}}$$

$$\frac{1-x_A}{0.2} = \left[\frac{0.8}{0.2} \right]^{\frac{z}{L}}$$



توجه: دقت شود در صورت سوال مقادیر ۰/۸ و ۰/۲ غلظت‌های جزء B است.

بنابراین در میانه‌ی فیلم $\left(Z = \frac{L}{2}\right)$ برابر است با:

$$1 - x_A = 2 \times 0.2 \Rightarrow x_A = 0.6, \quad x_B = 0.4$$

$$\frac{x_A}{x_B} = \frac{0.6}{0.4} = 1.5$$

۱۱۰- گزینه ۲ درست است.

با توجه به سوال در حالت ۵۰۵k حالت نفوذ همراه با واکنش ناهمگن می‌باشد:

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N_i} \frac{CD_{AB}}{Z} \ln \left[\frac{\sum N_i - x_{A2}}{\sum N_i - x_{A1}} \right] = (-1) \frac{CD}{Z} \ln \frac{1+x_{A2}}{1+x_{A1}} = \frac{CD_{AB}}{Z} \ln \frac{1+x_{A1}}{1+x_{A2}} = \frac{CD_{AB}}{Z} \ln(1+x_{A1})$$

دقت شود در سطح کاتالیست غلظت A صفر است ($x_{A2} = 0$)

در حالت ۴۹۵k نفوذ در جزء ساکن می‌باشد.

$$N'_A = \frac{CD_{AB}}{Z} \ln \frac{1-x_{A2}}{1-x_{A1}}$$

$$\frac{N_A}{N'_A} = \frac{\ln \frac{1+x_{A1}}{1+x_{A2}}}{\ln \frac{1-x_{A2}}{1-x_{A1}}} = \frac{\ln(1+x_{A1})}{\ln \frac{1-x_{A2}}{1-x_{A1}}}$$

نکته: در این مسئله در حالتی که واکنش داریم $\frac{N_A}{\sum N_i} = -1$ است. و در حالتی که واکنش نداریم $\frac{N_A}{\sum N_i} = 1$ است.

۱۱۱- گزینه ۴ درست است.

در نفوذ متقابل:

$$1) N_A = -N_B$$

$$2) \frac{dC_A}{dZ} = -\frac{dC_B}{dZ}$$

۳) سرعت‌های متوسط مولی و جرمی در صورتی با هم برابرند که جرم مولکولی اجزاء با هم برابر باشند.

۱۱۲- گزینه ۳ درست است.

$$N_A \cdot A \Big|_{in} - N_A \cdot A \Big|_{out} - kC_A dV = 0, \quad (dV = \pi r^2 dr)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 N_A) + kC_A = 0, \quad N_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dr}$$

$$\frac{-1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dC_A}{dr} \right) + kC_A = 0$$

$$C_A \left(r = \frac{r_0}{2} \right) = C_{A0}$$

$$C_A (r = R_0) = \frac{dC_A}{dr} = 0$$

غلظت روی سطح ثابت

سطح داخلی غیرقابل نفوذ

۱۱۳- گزینه ۲ درست است.

فقط در فرایندهایی که $\sum N_i = 0$ می‌باشد همواره: $F_G = k'_y$

$$F_G (y_{A1} - y_{A2}) = k'_y (y_{A1} - y_{A2})$$

۱۱۴- گزینه ۳ درست است.

در تصعید گلوله‌ی نفتالن رابطةی زمان تصعید و شعاع به صورت زیر است:

$$t_F \propto R_o^2$$

اگر t_F زمان تصعید کل باشد:

$$\frac{t_F}{t_r} = \left(\frac{R_o}{\frac{R_o}{2}} \right)^2 = 4$$

$$t_F = t_r + t_1$$

$$4t_r = t_r + t_1 \Rightarrow t_1 = 3t_r$$

بنابراین زمان تصعید نصف اولیه گلوله ۳ برابر مدت زمان نصف ثانویه آن می‌باشد.

۱۱۵- گزینه ۳ درست است.

همواره بر روی سطح نفوذ کننده از موازنه‌ی انتقال جرم داریم:

میزان جرم انتقال یافته توسط جابه‌جایی = میزان جرم نفوذ کننده بر روی سطح

$$-D_{AB} \cdot \frac{dC_A}{dZ} \Big|_{Z=0} = k_C (C_{AW} - C_{A\infty})$$

$$-D_{AB} \frac{dx_A}{dZ} \Big|_{Z=0} = k_C (x_{AW} - x_{A\infty})$$

سینتیک و طرح راکتورهای شیمیایی

۱۱۶- گزینه ۱ درست است.

زمان اتمام واکنش:

$$t_f = \frac{C_{A0}}{K} = \frac{C_{A0}}{k_0 T \exp\left[\frac{-E}{RT}\right]}$$

با دو برابر شدن غلظت اولیه و دما:

$$t_f = \frac{2C_{A0}}{2kT \exp\left[\frac{-E}{2RT}\right]}$$

زمان اتمام واکنش کاهش می‌یابد.

$$t_f \downarrow \leftarrow \uparrow \frac{1}{\exp[\]} \leftarrow \downarrow \frac{E}{RT} \leftarrow \uparrow T$$

۱۱۷- گزینه ۴ درست است.

درجه واکنش داده شده ۰/۵ می‌باشد:

$$\left. \begin{array}{l} \text{زمان نیمه عمر} \quad t_{1/2} = \frac{2^{n-1} - 1}{k(n-1)} C_{A0}^{1-n} \\ \text{زمان اتمام واکنش} \quad t_f = \frac{C_{A0}^{1-n}}{k(1-n)} \end{array} \right\} \frac{t_{1/2}}{t_f} = \frac{1 - 2^{n-1}}{1} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$$

$$t_f = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

۱۱۸- گزینه ۳ درست است.

$$-r_A = \frac{k_3 C_{E0} C_A}{M + C_A}$$

در ابتدای واکنش $M \ll C_A \Rightarrow$ سرعت حداکثر $r_{A \max} = k_3 C_{E_0}$

$$\frac{-r_A}{-r_{A \max}} = \int_{C_{A=2}}^{C_A} = \frac{C_A}{M + C_A} \Rightarrow 0.25 = \frac{2}{M+2} \Rightarrow M = 6$$

ثابت میکائلیس $M = 6$

$$\left. \frac{-r_A}{-r_{A \max}} \right)_{C_{A=1}} = \frac{1}{6+1} = \frac{1}{7}$$

۱۱۹- گزینه ۳ درست است.

$$-r_A \propto C_A^\alpha C_B^\beta$$

وقتی C_B ثابت بوده است:

$$\frac{-r_{A1}}{-r_{A2}} = \left(\frac{C_{A1}}{C_{A2}} \right)^\alpha \Rightarrow \frac{6}{12} = \left(\frac{1}{2} \right)^\alpha \Rightarrow \alpha = 1$$

وقتی C_A ثابت بوده است:

$$\frac{-r_{A1}}{-r_{A2}} = \left(\frac{C_{B1}}{C_{B2}} \right)^\beta \Rightarrow \frac{6}{24} = \left(\frac{2}{4} \right)^\beta \Rightarrow \beta = 2$$

$$n = \alpha + \beta = 3$$

بنابراین

۱۲۰- گزینه ۲ درست است.

در دماهای بسیار پایین $k_2 < 10$ می‌باشد یا به عبارتی مقدار k_2 بسیار کم می‌باشد.

$$k_2 = 10^6 \times \frac{1}{\exp\left[\frac{21500}{RT}\right]}$$

$$\downarrow \downarrow k_2 \leftarrow \uparrow \uparrow \exp\left[\frac{21500}{RT}\right] \leftarrow T \downarrow$$

$$-r_A = \frac{k_1 C_A^2}{10 + C_A} = k_1 C_A^2$$

بنابراین با دو برابر کردن غلظت، سرعت مصرف A تقریباً ۴ برابر می‌شود.

۱۲۱- گزینه ۱ درست است.

$$\left. \begin{aligned} \ln \frac{k_2}{k_1} &= -\frac{E}{R} \left[\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right] \\ \ln \frac{k_2}{k_2} &= -\frac{E}{R} \left[\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_2} \right] \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_2}$$

$$\frac{2}{T_2} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1} \Rightarrow \frac{2}{T_2} = \frac{T_2 + T_1}{T_1 T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{2 T_1 T_2}{T_2 + T_1}$$

البته چنانچه $T_1 = T_2 = T_0$ باشد آن‌گاه $T_2 = T_0$ باشد که فقط در گزینه ۱ صحیح است.

۱۲۲- گزینه ۴ درست است.

$$k_A = k_0 \cdot e^{\frac{-E}{RT}} \text{ برطبق تئوری آرنیوس}$$

$$k_B = k'_0 \cdot \sqrt{T} \cdot e^{\frac{-E}{RT}} \text{ بر طبق تئوری برخوردی}$$

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{k_0}{k'_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{T}}$$

با توجه به این که $k_0 \neq k'_0$ می‌باشد [زیرا این دو مقدار از نظر ابعادی با هم برابر نیستند] بنابراین نمی‌توان فقط با توجه به ۴ برابر شدن دما حکمی مشخص در قبال افزایش ثابت سرعت واکنش صادر نمود. زیرا با تغییر در تئوری مورد نظر ثوابت هم تغییر می‌نماید.

۱۲۳- گزینه ۱ درست است.

$$r_{A,B} = k_p C_{A_r}^* C_B - k_f C_{A_r,B}$$

با توجه به این که $C_{A_r}^*$ ماده حد واسط است بنابراین:

$$r_{A_r}^* = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} k_1 C_A^2 - k_p C_{A_r}^* - k_p C_{A_r}^* C_B + k_f C_{A_r,B}$$

$$C_{A_r}^* = \frac{\frac{1}{2} k_1 C_A^2 + k_f C_{A_r,B}}{k_p + k_p C_B}$$

$$r_{A_r,B} = \frac{0.5 k_1 k_p C_A^2 C_B - k_p k_f C_{A_r,B}}{k_p + k_p C_B}$$

۱۲۴- گزینه ۲ درست است.

با توجه به این که $r_A = f(C_A, C_B, T)$ بنابراین تئوری برخوردی حاکم می باشد.

$$r_A \propto \sqrt{T} e^{-\frac{E}{RT}}$$

با ۴ برابر شدن دما، ترم رادیکال ۲ برابر شده است و همچنین ترم ناشی از اکسپوننشیل افزایش می یابد بنابراین سرعت به بیش از ۲ برابر افزایش می یابد.

۱۲۵- گزینه ۳ درست است.

طبق تئوری حالت گذار مرحله‌ی مصرف ذره‌ی حد واسط کنترل کننده بوده و فقط k_p در معادله سرعت واکنش حضور خواهد داشت.

۱۲۶- گزینه ۲ درست است.

در واکنش‌های ابتدایی ضرایب استوکیومتری با درجات واکنش‌گرها برابر است و حال آن که این ضرایب می‌تواند کسری هم باشد. در صورتی که مولکولاریته فقط می‌تواند عددی صحیح باشد و معمولاً ۱ یا ۲ و به ندرت ۳ می‌باشد.

۱۲۷- گزینه ۲ درست است.

در مورد واکنش‌های بسیار سریع در محلول‌ها، قابلیت نفوذپذیری سیال نقش مهمی را ایفا می‌کند و نفوذ مولکول‌های ترکیب شوندگان در داخل محلول قبل از برخورد با یکدیگر گاهی اوقات مرحله محدودکننده واکنش را تشکیل می‌دهند که این مرحله را *microscopic limiting* می‌نامند.

۱۲۸- گزینه ۲ درست است.

$$r_A \cdot A = r_V \times V \Rightarrow 26 \times 0.5 \times 0.5 \times 6 = r_V \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5$$

$$r_V = \frac{26 \times 6}{0.5}$$

$$r_V \times V = r_m \cdot m \Rightarrow \rho = \frac{r_V}{r_W} = \frac{26 \times 6}{0.5 \times 4} = 108 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۱۲۹- گزینه ۳ درست است.

کاتالیزورها باعث افزایش یا نقصان سرعت واکنش می‌شوند و به صورت واسطه‌ای عمل کرده و خود بدون تغییر و یا فقط با تغییر مختصری باقی می‌مانند.

۱۳۰- گزینه ۲ درست است.

با توجه به متن کتاب *Levenspiel* محلول‌های محتوی آنزیم که عامل تولید کلئیدهایی با جرم مولکولی زیاد می‌باشد سیستم‌هایی بین حالت همگن و غیرهمگن هستند.

۱۳۱- گزینه ۲ درست است.

ابتدا معادله را بر حسب y' مرتب می‌کنیم: $y'(2x - 2e^{y^2}) + y = 0$

$$y' = \frac{-y}{2x - 2e^{y^2}} = \frac{y}{2e^{y^2} - 2x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y}{2e^{y^2} - 2x}$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{2e^{y^2} - 2x}{y} \Rightarrow x'y = 2e^{y^2} - 2x \Rightarrow x' + \frac{2}{y}x = \frac{2e^{y^2}}{y}$$

معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول به صورت تابعی از y برای متغیر x است.

$$\Rightarrow x = e^{-\int f(y)dy} \left[\int q(x)e^{\int f(y)dy} dy + c \right] = e^{-\int \frac{2}{y} dy} \left[\int 2e^{y^2} \cdot e^{\int \frac{2}{y} dy} dy + c \right]$$

$$= y^{-2} [e^{y^2} + c] \Rightarrow xy^2 = e^{y^2} + c \Rightarrow x = \frac{e^{y^2} + c}{y^2}$$

۱۳۲- گزینه ۳ درست است.

بالاترین مرتبه مشتق مربوط به ترم y''' است، لذا مرتبه معادله ۳ می‌باشد. درجه معادله برحسب بالاترین مشتق، برابر یک است. به دلیل وجود ترم y^2 معادله غیرخطی است. همچنین معادله همگن است زیرا که عبارت مستقل یا عدد ثابت در معادله وجود ندارد.

۱۳۳- گزینه ۴ درست است.

معادله داده شده حالت خاص معادله زیر (برنولی مرتبه سوم) است:

$$a_3 x^3 y''' + a_2 x^2 y'' + a_1 x y' + a_0 y = 0$$

با استفاده از تغییر متغیر $t = \ln x$ داریم:

$$\frac{dy}{dt} = x \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 3x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx}$$

با جای‌گذاری در معادله دیفرانسیل داریم:

$$a_3 \frac{d^3 y}{dx^3} + (a_2 - 3a_3) \frac{d^2 y}{dt^2} + (a_1 - a_2 + 2a_3) \frac{dy}{dt} + a_0 y = 0$$

در این مساله داریم:

$$a_3 = 1, \quad a_2 = 3, \quad a_1 = 1, \quad a_0 = 0$$

بنابراین معادله حاصل به صورت زیر خواهد بود:

$$y''' = 0$$

۱۳۴- گزینه ۲ درست است.

معادله را به فرم زیر می‌نویسیم:

$$y'' - \underbrace{\frac{2x}{x^2 - 1}}_{p(x)} y' + \frac{2}{x^2 - 1} y = 0$$

 $y_1 = x$ یک جواب معادله می‌باشد جواب دیگر، y_2 ، به صورت زیر است:

$$y_2 = \gamma(x) \cdot y_1(x), \quad \gamma = \int \frac{1}{y_1^2} e^{-\int p dx} dx$$

$$\gamma = \int \frac{1}{x^2} c(x^2 - 1) dx = c \int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx = c \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

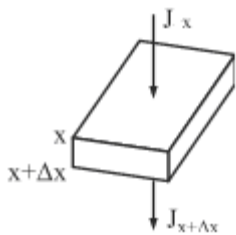
$$\Rightarrow y_2 = c \left(x + \frac{1}{x}\right) x = c(x^2 + 1)$$

$$\Rightarrow y = c_1 x + c_2 (x^2 + 1)$$

۱۳۵- گزینه ۲ درست است.

از آنجا که ماده‌ی A فقط با سطح داخلی لوله واکنش می‌دهد و واکنش در توده مایع انجام نمی‌شود بنابراین ترم واکنش در نوشتن موازنه جرم ظاهر نمی‌شود. بلکه از آن به عنوان شرط مرزی استفاده می‌شود چنانچه توزیع غلظت A در سطح مقطع لوله یکنواخت بوده و واکنش در توده مایع انجام می‌شود ترم واکنش در نوشتن موازنه جرم وارد می‌شود.

۱۳۶- گزینه ۲ درست است.



دنبال معادله‌ای هستیم که تغییرات غلظت را بر حسب x نشان دهد. از آن جاکه حرکت فاز مایع وجود ندارد، انتقال جرم فقط از طریق نفوذ صورت می‌گیرد.

حال المانی به ضخامت Δx و با مساحت A را در نظر گرفته و موازنه جرم را برای المان می‌نویسیم (A مساحت المان)

تجمع = مصرف - تولید + خروجی - ورودی

$$AJ \Big|_x - AJ \Big|_{x+\Delta x} + 0 - (KCA\Delta x) = 0$$

طرفین را بر Δx تقسیم کرده و Δx را به سمت صفر میل می‌دهیم:

$$-\frac{\partial J}{\partial x} - KC = 0 \quad \xrightarrow{J = -D \frac{\partial c}{\partial x}} \quad \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{K}{D} C = 0$$

۱۳۷- گزینه ۱ درست است.

ابتدا از معادله مشتق می‌گیریم:

$$2 \ln x + 2y^2 = c \Rightarrow \frac{2}{x} + 4yy' = 0$$

حال در این معادله جای y', y ، $-\frac{1}{y'}$ ، y قرار داده و معادله دیفرانسیل حاصل شده را حل می‌نماییم:

$$\frac{2}{x} + 4y \left(-\frac{1}{y'}\right) = 0 \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{4y}{y'} \Rightarrow \frac{2y'}{y} = 4x$$

$$\frac{2}{y} dy = 4x dx \Rightarrow 2 \ln y = 2x^2 + \ln c$$

$$\ln \frac{y^2}{c} = 2x^2 \Rightarrow y^2 = ce^{2x^2}$$

۱۳۸- گزینه ۳ درست است.

این معادله، معادله اویلر می‌باشد، پس با جانشینی $z = \ln(x+2)$ معادله به صورت $\frac{d^2 y}{dz^2} - 2 \frac{dy}{dz} + y = 0$ در می‌آید که داریم:

$$m^2 - 2m + 1 = 0 \Rightarrow m_1 = m_2 = 1$$

$$y = c_1 z e^z + c_2 e^z = c_1 (x+2) \ln|x+2| + c_2 |x+2|$$

که یک جواب آن $(x+2) \ln|x+2|$ می‌باشد.

۱۳۹- گزینه ۴ درست است.

$$z = x - y \rightarrow \begin{cases} y = x - z \\ \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{dz}{dx} \end{cases}$$

با جای گذاری در معادله دیفرانسیل اولیه داریم:

$$1 - \frac{dz}{dx} = \frac{z+5}{1-z}$$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dx} = 1 - \frac{z+5}{1-z} \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{2(z+2)}{z-1}$$

$$\frac{z-1}{z+2} dz = 2 dx \Rightarrow z - 2 \ln(z+2) = 2x + c$$

$$z = x - y \Rightarrow x - y - 2 \ln(x - y + 2) = 2x + c$$

$$\Rightarrow y = -x - 2 \ln(x - y + 2) + c$$

۱۴۰- گزینه ۲ درست است.

رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{d}{dx}(yy') = y'^2 + yy''$$

پس با انتگرال گیری از طرفین معادله داریم:

$$\frac{d}{dx}(yy') = 0 \Rightarrow yy' = c_1 \Rightarrow \frac{1}{2}y^2 = c_1x + c_2$$

$$\Rightarrow y^2 = Ax + B$$

۱۴۱- گزینه ۳ درست است.

برای معادله دیفرانسیل $Mdx + Ndy = 0$ اگر $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ باشد، معادله دیفرانسیل کامل است، برای هر چهار گزینه این دو مشتق جزئی

را محاسبه می کنیم:

گزینه	$\frac{\partial M}{\partial Y}$	$\frac{\partial N}{\partial X}$
۱	$\frac{xy}{(x^2 - y^2)^{\frac{3}{2}}}$	$\frac{-xy}{(x^2 - y^2)^{\frac{3}{2}}}$
۲	$\frac{x^2}{(x^2 - y^2)^{\frac{3}{2}}}$	$\frac{-y^2}{(x^2 - y^2)^{\frac{3}{2}}}$
۳	$\frac{-xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$	$\frac{-xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$
۴	$\frac{x^2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$	$\frac{y^2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

۱۴۲- گزینه ۳ درست است.

در ضمن در حالتی که $f(x)$ زوج باشد، بسط فوریه شامل جملات \cos و مقدار ثابت $\frac{a_0}{2}$ هم می باشد.

۱۴۳- گزینه ۱ درست است.

با فرض $u = e^y \Rightarrow u' = y'e^y$ معادله خطی مرتبه اول تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} \xrightarrow[\text{در معادله}]{\text{جایگذاری}} \quad xu' &= 3x^2 + u \Rightarrow u' - \frac{1}{x}u = 3x^2 \\ \Rightarrow u &= e^{-\int \frac{1}{x} dx} \left[\int 3x^2 e^{\int \frac{1}{x} dx} + c \right] = x \left[\int \frac{3x^2}{x} dx + c \right] \\ &= x \left[x^2 + c \right] \xrightarrow{u=e^y} e^y = x^2 + cx \end{aligned}$$

با جای گذاری شرط $y(1) = 0$ داریم:

$$e^0 = 1 + c \Rightarrow c = 0$$

$$\Rightarrow e^y = x^2 \Rightarrow y = \ln x^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} xy(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x^2 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x^2}{\frac{1}{x}} \underset{H.P.}{=} 0$$

۱۴۴- گزینه ۳ درست است.

از جانشینی برای تبدیل متغیر وابسته y به w استفاده شده است.

۱۴۵- گزینه ۳ درست است.

چون سیال از یک فضای حلقوی و طویل عبور می‌کند، تنها ترم سرعت u_z است. همچنین u_z تنها وابسته به r است، بنابراین

$$\rho \frac{DV}{DT} = -\nabla P + \mu \nabla^2 V + \rho g$$

$$\Rightarrow 0 = -\frac{\partial p}{dz} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right]$$

۱۴۶- گزینه ۱ درست است.

جریان در جهت z است، بنابراین V_z تنها مولفه سرعت است. همچنین لوله طویل است بنابراین V_z تنها تابعی از r می‌باشد. سیال در تماس با اتمسفر است. پس گرادیان فشار نیز در آن وجود ندارد، بنابراین معادله حرکت به صورت زیر خواهد بود:

$$\mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \right] + \rho g = 0$$

۱۴۷- گزینه ۳ درست است.

با تشکیل معادله مشخصه داریم:

$$m^2 + 4 = 0 \Rightarrow m_{1,2} = \pm 2i$$

$$\Rightarrow y_h = c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x$$

با توجه به این که قسمت ناهمگن معادله $3 \sin 2x$ می‌باشد و ریشه $2i$ نیز ریشه معادله همگن می‌باشد پس جواب خصوصی معادله به صورت زیر می‌باشد.

$$y_p = x(A \sin 2x + B \cos 2x)$$

و تنها گزینه‌ای که شامل جواب $x \sin 2x$ یا $x \cos 2x$ می‌باشد گزینه ۳ است.

۱۴۸- گزینه ۴ درست است.

اپراتور توابع e^x , xe^x , $(D-1)^2$ و اپراتور e^{2x} , $(D-2)$ است. پس معادله دیفرانسیل که دارای این جواب عمومی است برابر است با:

$$\begin{aligned} (D-2)(D-1)^2 y &= (D^3 - 4D^2 + 5D - 2)y \\ &= y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 0 \end{aligned}$$

۱۴۹- گزینه ۱ درست است.

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \frac{dm}{dt}$$

$$\dot{m} = \rho Q = \rho 2\pi r \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} \rightarrow \rho 2\pi r \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} \Big|_r - \rho 2\pi r \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} \Big|_{r+\Delta r}$$

$$= \frac{d(\rho v)}{dt} \quad V = 2\pi r \Delta r \varphi$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\rho r \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} \right) = \frac{d(\varphi \rho)}{dt}$$

۱۵۰- گزینه ۲ درست است.