



بخش A: این بخش دوازده سوال دارد که پاسخ درست هر یک از آنها 5 امتیاز دارد.

جوابهای خود را در قسمت مشخص شده در انتهای هر سوال بنویسید:

1. تعداد کتابهای داستان با جلد آبی و کتابهای درسی با جلد آبی با هم برابر است. می‌دانیم  $\frac{2}{5}$  کتابهای داستان و  $\frac{3}{4}$  کتابهای درسی آبی رنگ هستند، چه کسری از کل کتابها آبی رنگ هستند؟

جواب: \_\_\_\_\_

2. یک کشاورز 2017 سیب می‌چیند که میانگین وزن آنها 100 گرم است. میانگین وزن سیب‌هایی که سنگین‌تر از 100 گرم هستند، برابر 122 گرم می‌باشد. و میانگین وزن سیب‌هایی که سبک‌تر از 100 گرم هستند، برابر 77 گرم می‌باشد. حداقل تعداد سیب‌هایی که دقیقاً 100 گرم هستند، چند تا است؟

جواب: \_\_\_\_\_ سیب

3. جمع سه ضلع از مستطیلی برابر  $2017 \text{ cm}$  و جمع طول ضلع چهارم و قطر نیز  $2017 \text{ cm}$  است. طول قطر مستطیل را بدست آورید.

جواب: \_\_\_\_\_ cm

4. فرض کنید  $a, b, c, d$  اعدادی حقیقی باشند به طوریکه  $0 \leq a \leq b \leq c \leq d$  و  $c + d = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$  باشد. بیشترین مقدار ممکن برای  $a + b$  را بیابید.

جواب: \_\_\_\_\_

5. اگر  $a, b, c$  سه عدد حقیقی مثبت باشند، کمترین مقدار ممکن برای کسر  $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc}$  را بیابید.

جواب: \_\_\_\_\_

6. یک هشت ضلعی که طول ضلع‌های آن 3 و 3 و 11 و 11 و 15 و 15 و 15 و 15 سانتی‌متر می‌باشد، داخل یک دایره محاط شده است. مساحت هشت ضلعی چقدر است؟

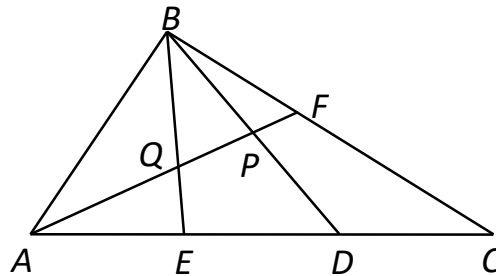
جواب: \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$

7. اگر  $x$  و  $y$  اعدادی حقیقی باشند به طوری که  $4x^2 + y^2 = 4x - 2y + 7$ . بیشترین مقدار ممکن برای  $5x + 6y$  را بیابید.

جواب: \_\_\_\_\_

8. در مثلث  $ABC$  نقاط  $E$  و  $D$  روی ضلع  $AC$  و نقطه  $F$  روی ضلع  $BC$  طوری قرار دارند که  $AE = ED = DC$  و  $BF:FC = 2:3$ . پاره خط  $AF$  دو پاره خط  $BD$  و  $BE$  را به ترتیب در نقاط  $P$  و  $Q$  قطع می کند. نسبت مساحت  $EDPQ$  به مساحت  $ABC$  را بیابید.

جواب: \_\_\_\_\_

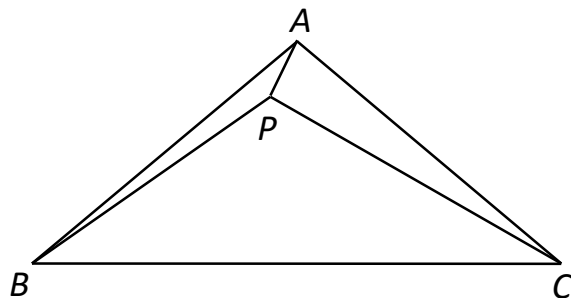


9. مجموع هشت عدد حقیقی نامنفی  $x_1, x_2, \dots, x_8$  برابر عدد 8 است. بزرگترین مقدار ممکن برای  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_7x_8$  چند است؟

جواب: \_\_\_\_\_

10. فرض کنید مثلث  $ABC$  متساوی الساقین بوده که  $AB=AC$  و  $\widehat{BAC} = 100^\circ$ . نقطه  $P$  داخل مثلث  $ABC$  طوری قرار دارد که  $\widehat{CBP} = 35^\circ$  و  $\widehat{PCB} = 30^\circ$ . اندازه زاویه  $\widehat{BAP}$  را پیدا کنید.

جواب: \_\_\_\_\_<sup>°</sup>



11. اگر  $xyz = -1$  و  $c = z + \frac{1}{z}$  و  $b = y + \frac{1}{y}$  و  $a = x + \frac{1}{x}$  باشد، مقدار عبارت  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + abc}$  را بدست آورید.

جواب: \_\_\_\_\_

12. آرمان و نریمان و آریو هر یک تعداد متفاوتی تيله دارند. اگر پنج برابر مجموع حاصلضرب‌های دو به دوی تعداد تيله‌های این افراد، با هفت برابر حاصلضرب تعداد تيله‌های هر سه نفر مساوی باشد، بیشترین مقدار ممکن برای مجموع تعداد تيله‌های آنها را بیابید.

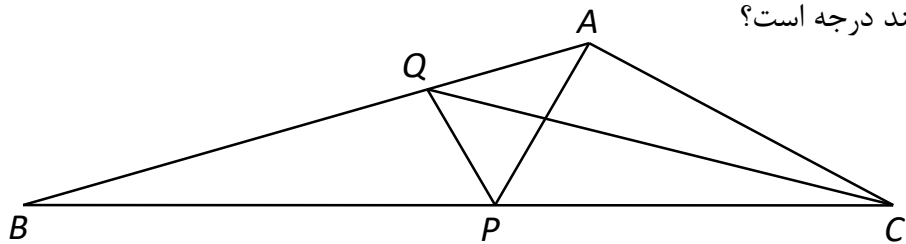
جواب: \_\_\_\_\_

**بخش B:** این بخش شامل سه سوال تشریحی می‌باشد که هر یک 20 امتیاز دارد. جواب تشریحی هر سوال را در زیر آن و عدد آخر جواب را در محل مربوطه بنویسید.

1.  $y$  و  $x$  دو عدد صحیح نامنفی هستند به طوری که  $2^6 + 2^x + 2^{3y}$  یک عدد مربع کامل کوچکتر از 10000 است. بیشترین مقدار ممکن برای  $x+y$  چند است؟

جواب: \_\_\_\_\_

2. در مثلث  $ABC$  داریم  $\hat{B} = 16^\circ$  و  $\hat{C} = 28^\circ$ . نقطه  $P$  روی ضلع  $BC$  چنان قرار دارد که  $\widehat{BAP} = 44^\circ$  و همچنین نقطه  $Q$  روی ضلع  $AB$  چنان قرار دارد که  $\widehat{QCB} = 14^\circ$ . اندازه  $\widehat{PQC}$  چند درجه است؟



جواب: \_\_\_\_\_<sup>o</sup>

3. فرض کنید  $f(x)$  و  $g(x)$  دو چند جمله‌ای **تکین** درجه دو و متمایز باشند به طوریکه  $f(1) + f(2017) + f(2017^2) = g(1) + g(2017) + g(2017^2)$  اگر  $f(x) = g(x)$  باشد، مقدار  $x$  را پیدا کنید.

جواب: \_\_\_\_\_