



گزینه ۴

۱

$$\frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right)$$

$$\frac{3}{2} \left(\frac{50-1}{100} \right) = \frac{3}{2} \times \frac{49}{100} = \frac{147}{200}$$

گزینه ۲

۲

حاصل هر کسر را به دست می آوریم و سپس بر هم تقسیم می کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(-2)(-3)(4) \div 12 - 3}{(-4)(-7)(-1)} = \frac{24 \div 12 - 3}{-28} = \frac{2-3}{-28} = \frac{-1}{-28} = \frac{1}{28} \\ \frac{9 \times (-4) \div 18}{2+5} = \frac{-36 \div 18}{7} = \frac{-2}{7} \end{array} \right.$$

$$\frac{(-2)(-3)(4) \div 12 - 3}{(-4)(-7)(-1)} \div \frac{9 \times (-4) \div 18}{2+5} = \frac{1}{28} \div \frac{-2}{7} = -\left(\frac{1}{28} \div \frac{2}{7} \right)$$

$$= -\left(\frac{1}{28} \times \frac{7}{2} \right) = -\frac{1}{8}$$

گزینه ۳

۳

$$1 + \underbrace{2-3}_{-1} - \underbrace{4+5}_{+1} + \underbrace{6-7}_{-1} - \underbrace{8+9}_{+1} - \dots + \underbrace{598-599}_{-1} - 600 =$$

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots - 1 - 600 \xrightarrow{\text{طبق الگوی بین اعداد}} 0 - 600 = -600$$

گزینه ۳

۴

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{20}$$

$$B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{19}{20}$$

$$A + B = 2 + \frac{2}{2} + \frac{3}{3} + \frac{4}{4} + \dots + \frac{20}{20}$$

$$A + B = 2 + \underbrace{1+1+\dots+1}_{19} = 2 + 19 = 21 \xrightarrow{\text{مربع}} (21)^2 = 21 \times 21 = 441$$

$$\frac{-1}{\frac{(-\frac{1}{24})}{4}} \div \frac{\frac{1}{3}}{-4} = \frac{-1}{\frac{(-\frac{1}{24})}{4}} \div \frac{\frac{1}{3}}{-4} = \frac{-1}{(-\frac{1}{6})} \div \frac{1}{-4} = \frac{6}{1} \div (-\frac{1}{24}) = 6 \times (-24) = -144$$

$$3\frac{1}{4} + 2\frac{2}{5} = \frac{13}{4} + \frac{12}{5} = \frac{65 + 48}{20} = \frac{113}{20}$$

$$1\frac{1}{3} + 5\frac{1}{2} = \frac{4}{3} + \frac{11}{2} = \frac{8 + 33}{6} = \frac{41}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{(3\frac{1}{4} + 2\frac{2}{5})}{2\frac{1}{3}(1\frac{1}{3} + 5\frac{1}{2})} = \frac{\frac{113}{20}}{\frac{9}{3} \times \frac{41}{6}} = \frac{\frac{113}{20}}{\frac{369}{24}} = \frac{678}{1845} = \frac{226}{615}$$

$$\frac{3 \times 6 \times 5 + 24 \times 54 \times 12 + 14 \times 48 \times 30}{5 + 8 \times 9 \times 12 + 14 \times 8 \times 10}$$

$$= \frac{3 \times 6 \times 5 + (3 \times 8) \times (6 \times 9) \times 12 + 14 \times (6 \times 8) \times (3 \times 10)}{5 + 8 \times 9 \times 12 + 14 \times 8 \times 10}$$

$$= \frac{(3 \times 6) \times 5 + (3 \times 6) \times (8 \times 9 \times 12) + (3 \times 6) \times (14 \times 8 \times 10)}{5 + 8 \times 9 \times 12 + 14 \times 8 \times 10}$$

$$= \frac{(3 \times 6)(\cancel{5 + 8 \times 9 \times 12 + 14 \times 8 \times 10})}{(\cancel{5 + 8 \times 9 \times 12 + 14 \times 8 \times 10})} = 3 \times 6 = 18$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{4 \times 6} + \dots + \frac{1}{98 \times 100} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \dots + \frac{1}{98} \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} + \frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right) \end{aligned}$$

دقت کنید که به غیر از اعداد $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\left(-\frac{1}{99}\right)$ و $\left(-\frac{1}{100}\right)$ بقیه کسرها به صورت ۲ تایی قرینه یکدیگرند که حاصل جمع صفر دارند، در نتیجه:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{4 \times 6} + \dots + \frac{1}{98 \times 100} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{6} - \frac{100 + 99}{9900} \right) \\ &= \frac{5}{2 \times 6} - \frac{199}{99 \times 200} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2 - 3 \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{1-3}} \div \frac{-3}{2 \frac{1}{5}} \right) \div \frac{-3}{\frac{11}{5}} = \left(\frac{2 - \frac{3}{2}}{1 + \frac{1}{-2}} \div \frac{-3}{\frac{11}{5}} \right) \div \frac{-3}{\frac{11}{5}} \\ &= \left(\frac{\frac{-3}{2}}{\frac{1}{2}} \div \frac{-3}{\frac{11}{5}} \right) \div \frac{-3}{\frac{11}{5}} = \left(-3 \div \frac{-15}{11} \right) \div \frac{-15}{11} \\ &= -3 \times \frac{-11}{15} \times \frac{-11}{15} = -\frac{11 \times 11}{5 \times 15} = \frac{-121}{75} \xrightarrow{\text{قرینه معکوس}} \frac{75}{121} \end{aligned}$$

$$\text{گزینه "۲": } b < 0, a < 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > a$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\text{گزینه "۱": } (a + b) < b < a < 0 < (a - b)$$

$$\text{گزینه "۳": } a < 0, b < 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > b$$

$$\text{گزینه "۴": } a < 0, b < 0 \Rightarrow ab > 0 \Rightarrow ab > b$$

دقت کنید اگر صورت و مخرج کسری در یک عدد مثبت ضرب شود، اختلاف و مجموع صورت و مخرج نیز در آن عدد ضرب می‌شوند.

$$\frac{3}{7} : \begin{cases} \text{اختلاف صورت و مخرج} : 7 - 3 = 4 \\ \text{مجموع صورت و مخرج} : 7 + 3 = 10 \end{cases}$$

$$\text{اختلاف} : 4 \xrightarrow{\times 16} 64$$

$$\text{مجموع} : 10 \xrightarrow{\times 16} 160$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 197 + 198 + 199 + 200 = ?$$

به تعداد ۱۰۰ تا، ۲۰۱ داریم، پس مجموع برابر است با:

$$(1 + 200) + (2 + 199) + (3 + 198) + \dots + (100 + 101) = 100 \times 201 = 20100$$

در یک لیگ از آنجایی که مجموع تعداد گل‌های زده شده با تعداد گل‌های خورده برابر است، بنابراین مجموع تفاضل گل تمام تیم‌ها بایستی برابر صفر باشد. اگر z تفاضل گل تیم هفتم باشد، داریم:

$$(+4) + (+5) + (-7) + (+3) + (-2) + (-6) + z = 0$$

$$\Rightarrow -3 + z = 0 \Rightarrow z = +3$$

$$A = \left(\frac{1-5}{5}\right)\left(\frac{1-6}{6}\right)\left(\frac{1-7}{7}\right)\dots\left(\frac{1-99}{99}\right) = \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{6}{7}\right) \times \dots \times \left(-\frac{98}{99}\right)$$

چون تعداد ۱-هایی که در هم ضرب شده‌اند فرد است، در نهایت حاصل منفی خواهد بود.

$$A = \overbrace{(-1) \times (-1) \times (-1) \times \dots \times (-1)}^{\text{تا } 98} \times \frac{4}{99} = (-1) \times \frac{4}{99} = -\frac{4}{99}$$

$$B = -\frac{2}{A} \times \frac{6}{11} = \frac{-2}{-\frac{4}{99}} \times \frac{6}{11} = 2 \times \frac{99}{4} \times \frac{6}{11} = 27$$

برای اینکه عدد صحیح باشد، باید ۱۸ بر $a + 1$ قابل تقسیم باشد. برای اینکه عبارت $\frac{18}{a+1}$ کوچکترین مقدار ممکن باشد، باید عدد ۱۸ را بر بزرگترین عدد صحیح منفی تقسیم کنیم تا حاصل برابر -18 گردد که کمترین حالت ممکن است، پس داریم:

$$\frac{18}{a+1} = -18 \Rightarrow a+1 = \frac{18}{-18} = -1 \Rightarrow a = -2$$

عدد صحیح است $a = -2$

پس با جایگذاری $a = -2$ ، کوچکترین عدد صحیح کسر یعنی -18 به دست می‌آید.