فصل پنجم: واماندگی ناشی از بارگذاری دینامیکی (متغیر)

آشنایی با خستگی در فلزات

در بسیاری از مواقع، اجزای ماشین‌ها تحت تنش‌های تکراری یا نوسانی دچار خرابی می‌شوند.

در حالیکه تنش ماکزیمم واقعی زیر استحکام نهایی ماده و حتی اغلب زیر استحکام تسلیم ماده است.

مشخصهٔ این خرابی‌ها آن است که تنش‌ها دفعات بسیار زیادی تکرار شده‌اند.

در نتیجه به این نوع خرابی‌ها واماندگی خستگی گفته می‌شود.

××

یک تار مشخص روی سطح محور دوار که تحت بار خمشی قرار دارد در هر چرخش محور هم تحت کشش و هم تحت فشار قرار می‌گیرد.

اگر محور با سرعت ۱۷۲۵ دور بر دقیقه بچرخد آنگاه این تار هر دقیقه ۱۷۲۵ بار متحمل تنش کششی و فشاری می‌گردد.

در خرابی استاتیکی تنش از استحکام تسلیم فراتر می‌رود و قطعه تغییر شکل زیادی می‌دهد.

معمولاً قبل از اینکه قطعه دچار شکست شود می‌توان آن را تعویض کرد.

اما شکست خستگی بدون هیچ نشانه و هشداری بطور ناگهانی و یکباره روی می‌دهد و در نتیجه خطرناک است.

××

شکست خستگی ظاهری شبیه به شکست ترد دارد: سطوح شکست هموار و عمود بر محور تنش هستند و گلویی شدن اتفاق نمی‌افتد.

البته مکانیزم شکست خستگی با مکانیزم شکست ترد کاملاً متفاوت است.

واماندگی خستگی ناشی از تشکیل و گسترش ترک است.

ترک خستگی نوعاً از یک ناپیوستگی در ماده که در آن تنش ماکزیمم است آغاز می‌شود.

××

این ناپیوستگی‌ها ممکن است به دلایل زیر ایجاد شوند:

- مناطقی که دو عضو مانند چرخدنده روی هم غلتش و لغزش داشته و فشار بالایی به هم وارد می‌کنند.
- در محل درج نقش شرکت، رد باقیمانده از ابزار، خراش‌ها، پلیسه‌ها یا ایرادهای دیگر ساخت قطعه.
- حفره، ناخالصی یا نابجایی کریستالی که در حین ساخت ماده در آن ایجاد می‌گردد.

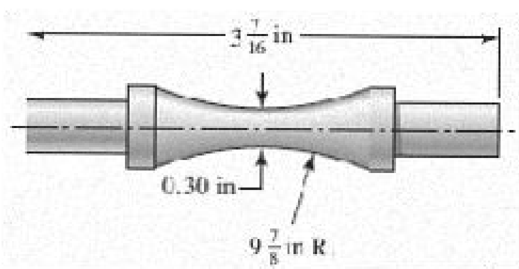
xxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxxx xxxxxxx xx

آزمون خستگی

برای تعیین استحکام مواد تحت اثر بارهای خستگی نمونه‌های آزمون تحت نیروهای تکراری یا متغیر با بزرگی مشخص قرار گرفته و تعداد سیکل‌ها تا زمان شکست شمرده می‌شوند.

رایج‌ترین دستگاه آزمون خستگی ماشین تیر دوار سرعت بالای مور است.

xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxx x



نمونه آزمون برای ماشین خستگی تیر دوار مور

xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxx

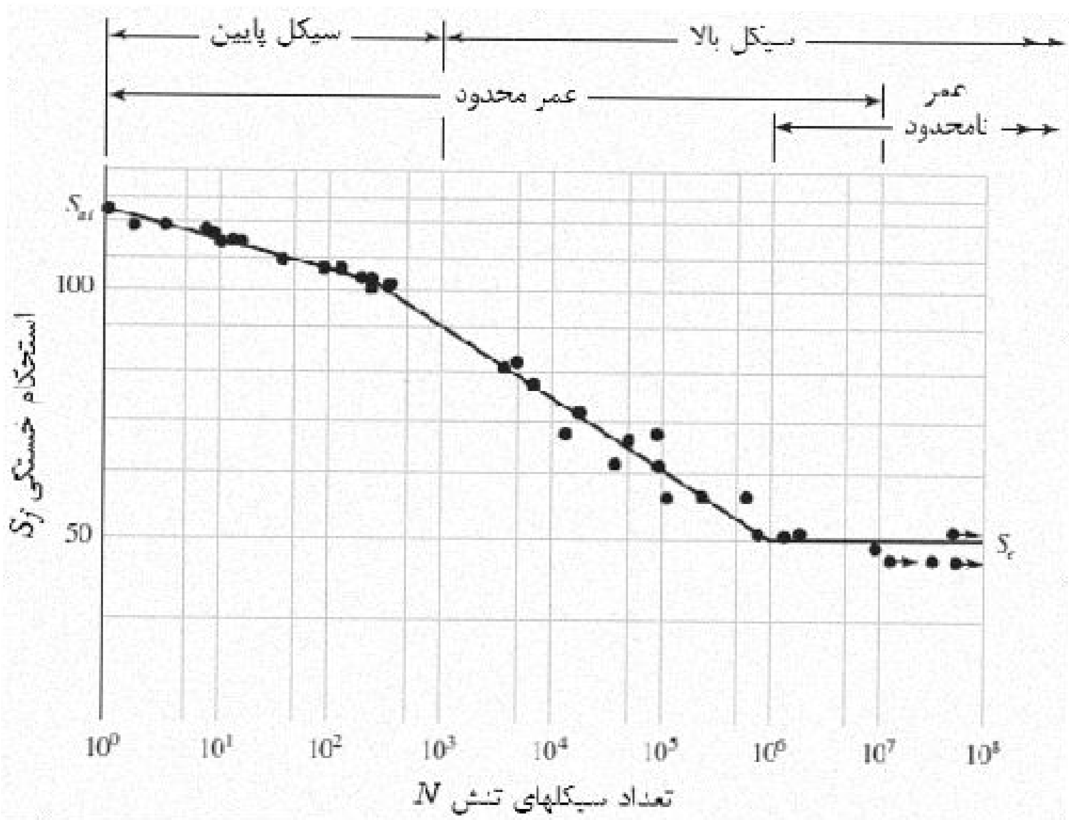
آزمون اول تحت تنشی که قدری کمتر از استحکام نهایی ماده است انجام می‌شود. آزمون دوم در تنشی کمتر از مقدار تنش اول صورت می‌گیرد.

این فرایند ادامه یافته و نتایج بصورت نمودار رسم می‌شوند. نمودار حاصل نمودار خستگی S-N نام دارد.

محور افقی این نمودار تعداد سیکلهای اعمال تنش را نشان می‌دهد.

xxxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxx

نمودار خستگی S-N



xxxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxx

برای فولادها یک زانویی در نمودار وجود دارد.

استحکام متناظر با این زانویی حد دوام یا حد خستگی نامیده شده و با S_e نشان داده می‌شود.

نمودار S-N هرگز برای فلزات و آلیاژهای غیرآهنی افقی نمی‌گردد.

بنابراین این مواد حد دوام ندارند. به عنوان مثال آلومینیم فاقد حد دوام است.

xxxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxx

حد دوام Endurance limit

در این مواد استحکام خستگی S_f بصورت استحکام در تعداد مشخصی از سیکل‌های معکوس شدن تنش که معمولاً $N=5\times10^8$ است تعریف می‌شود.

$$S'_e = \begin{cases} 0.5S_{ut} & \text{for } S_{ut} \le 1400 \text{ MPa} \\ 700 \text{ MPa} & \text{for } S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \end{cases} \qquad (۵-۱)$$

S_{ut} : استحکام کششی نهایی

علامت پریم روی S'_e نشان دهنده حد دوام نمونه تیر دوار است.

حد دوام عضوی مشخص از ماشین که تحت بارگذاری دلخواه قرار دارد با S_e نشان داده می‌شود.

xxxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxx

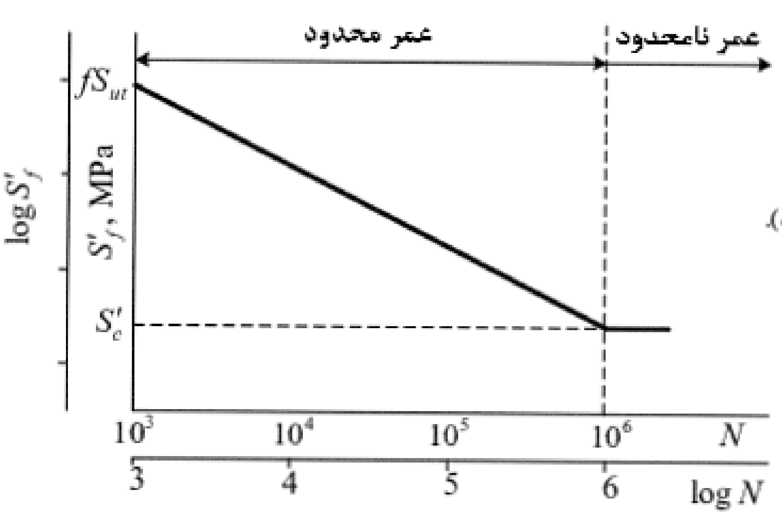
استحکام خستگی در ناحیه عمر محدود

هدف این بخش ایجاد روشی است که استحکام خستگی فولادها را در ناحیه عمر محدود با استفاده از نتایج آزمون کشش ساده تعیین کند.

اگر داده‌های تجربی را بر روی کاغذ لگاریتمی رسم کنیم به رابطه‌ای خطی بین لگاریتم استحکام خستگی S'_f و عمر N می‌رسیم. یعنی:

$$\log S'_f = b \log N + C \qquad (۵-۲)$$

xxxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxx



(دقت کنید که استحکام برحسب مگاپاسکال است).

xxxx xxxxx xxxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxx

اگر تنش در نمونه کمتر از S'_e باشد نمونه عمر بینهایت خواهد داشت.

اما اگر تنش از S'_e بیشتر شود از نمودار اخیر یا معادله (۵-۲) برای محاسبه عمر استفاده می‌کنیم.

مطابق نمودار استحکام خستگی برای عمر ۱۰۰۰ سیکل برابر fS_{ut} می‌باشد که ضریب f را معمولاً 0.8 می‌گیریم.

ضمناً در عمر $۱۰^۶$ استحکام خستگی برابر S'_e است.

با جایگذاری مشخصات این دو نقطه از نمودار در معادله (۵-۲) مقادیر b و C بدست می‌آیند

$$b=-\frac{1}{3}\log\frac{fS_{ut}}{S'_e}=-\frac{1}{3}\log\frac{0.8S_{ut}}{S'_e}$$

$$C=\log\frac{\left(fS_{ut}\right)^2}{S'_e}=\log\frac{\left(0.8S_{ut}\right)^2}{S'_e} \qquad (۵-۳)$$

معادله (۵-۲) را بصورتهای زیر هم می‌توان نوشت:

وقتی عمر را داشته باشیم و استحکام خستگی را بخواهیم:

(۵-۴)

اما وقتی استحکام خستگی (تنش متغیر) را داشته باشیم و عمر مطلوب باشد:

$$N=10^{-C/b}\,S_f'^{\,1/b}=10^{-C/b}\,\sigma_a^{\,1/b} \quad 10^3\le N\le 10^6 \qquad (۵-۵)$$

مثال (۵-۱)

حد دوام یک نمونه فولادی ۱۱۲MPa و استحکام کششی آن ۳۸۵MPa است. استحکام خستگی متناظر با عمر ۷۰×۱۰^۳ سیکل چقدر است؟

حل: از معادلات (۵-۲) و (۵-۳) بهره می‌گیریم:

$$b=-\frac{1}{3}\log\frac{0.8S_{ut}}{S'_e}=-\frac{1}{3}\log\frac{0.8\times385}{112}=-0.146$$

$$C=\log\frac{\left(0.8S_{ut}\right)^2}{S'_e}=\log\frac{\left(0.8\times385\right)^2}{112}=2.928$$

$$\log S'_f=-0.146\log\left(70\times10^3\right)+2.928=2.2206 \quad \Rightarrow$$

مثال (۵-۲)

حد دوام یک نمونه فولادی ۱۱۲MPa و استحکام کششی آن ۳۸۵MPa است. اگر تنش متغیر $\sigma_a = 166\ \text{MPa}$ به قطعه وارد شود عمر آن چند سیکل خواهد بود؟

حل: از معادلات (۵-۲) و (۵-۳) بهره می‌گیریم:

$$b = -\frac{1}{3}\log\frac{0.8S_{ut}}{S'_e} = -\frac{1}{3}\log\frac{0.8\times 385}{112} = -0.146 \quad , \quad C = \log\frac{\left(0.8S_{ut}\right)^2}{S'_e} = \log\frac{\left(0.8\times 385\right)^2}{112} = 2.928$$

$$\log(166.19) = -0.146\log N + 2.928 \quad \Rightarrow$$

ضرایب اصلاح کننده حد دوام

برای تعیین حد دوام در آزمایشگاه، نمونه تیر دوار مورد استفاده با دقت بسیار آماده شده و تحت شرایط کاملاً کنترل شده تست می‌شود.

برای تخمین حد دوام یک قطعه واقعی S_e از روی حد دوام نمونه آزمایشگاهی S'_e از معادله مارین استفاده می‌کنیم:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e \tag{5-6}$$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

k_a : ضریب اصلاح شرایط سطح k_b : ضریب اصلاح اندازه k_e : ضریب اصلاح بار

k_d : ضریب اصلاح دما k_c : ضریب قابلیت اطمینان

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

ضریب سطح k_a

سطح نمونه تیر دوار به‌خوبی پرداخت شده است.

در قطعات واقعی در موارد بسیاری اندک چنین شرایطی برقرار است.

ضریب اصلاح سطح به کیفیت پرداخت سطح قطعه واقعی و استحکام نهایی ماده آن بستگی داشته و با معادله زیر حساب می‌شود:

$$k_a = aS_{ut}^{b} \quad (۵-۷)$$

جدول ۵-۱- پارامترهای a و b برای ضریب اصلاح سطح مارین.

پرداخت سطح	ضریب a	توان b
سنگ‌زنی	۱/۵۸	-۰/۰۸۵
ماشینکاری یا کشش سرد	۴/۵۱	-۰/۲۶۵
نورد گرم	۵۷/۷	-۰/۷۱۸
فورج	۲۷۲	-۰/۹۹۵

مثال (۵-۳)

فولادی دارای استحکام نهایی ۵۲۰MPa و سطح ماشینکاری شده است، k_a را تخمین بزنید.

حل: برای سطح ماشینکاری شده با استفاده از جدول (۵-۱) بدست می‌آید:

$$a = 4.51 \quad , \quad b = -0.265$$

بنابراین:

ضریب اندازه k_b

شکست خستگی معمولاً از ترکی که در سطح قطعه یا نزدیکی سطح قطعه قرار دارد آغاز می‌شود.

از آنجا که هر چه اندازه یا قطر قطعه بزرگتر باشد اندازه سطح یا لایه سطحی آن بیشتر می‌شود خطر رخداد خستگی در آن بیشتر خواهد بود.

چون اندازه قطعه واقعی با نمونه آزمون خستگی متفاوت است برای لحاظ کردن تأثیر اندازه از ضریب اندازه استفاده می‌کنیم.

×××

ضریب اندازه برای خمش و پیچش با روابط زیر بدست می‌آید:

$$k_b = \begin{cases} 1 & d \le 8 \text{ mm} \\ 1.189 d^{-0.097} & 8 \text{ mm} \le d \end{cases} \qquad (۵\text{-}۸)$$

که در آن d قطر سطح مقطع بر حسب میلی‌متر است.

برای بارگذاری محوری اثر اندازه نداریم بنابراین $k_b=1$ خواهد بود.

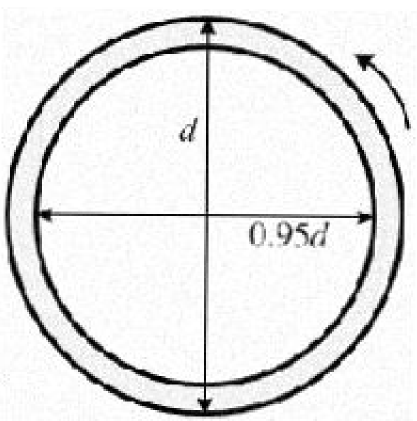
برای سطح مقطع‌های غیر دایره‌ای از قطر مؤثر d_e استفاده می‌کنیم.

$$\underbrace{V_{0.95\sigma}}_{\text{قطعه واقعی}} = \underbrace{V_{0.95\sigma}}_{\text{نمونه تیر دوار}}$$

×××

وقتی این دو حجم را مساوی قرار دهیم طول‌ها با هم ساده شده و تنها نیاز به بررسی مساحتها داریم.

برای سطح مقطع گرد دوار سطح تنش ۹۵ درصد برابر سطح داخل حلقه‌ای است که قطر خارجی آن d و قطر داخلی آن $0.95d$ است.



منظور از "دوار" سطح مقطعی است که می‌چرخد مانند محور یک موتور الکتریکی در حالیکه موتور روشن است. سطح مقطع "غیر دوار" یعنی سطح مقطعی که نمی‌چرخد مانند تیرهای بکار رفته در یک ساختمان.

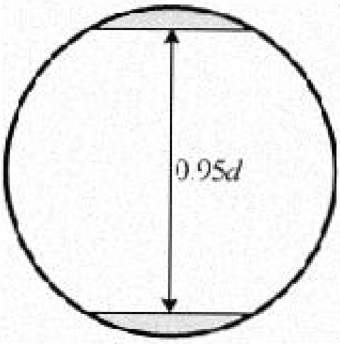
بنابراین سطح تنش ۹۵ درصد برای یک سطح مقطع گرد دوار برابر است با:

(۵-۹)

×××

معادله (۵-۹) برای دایره توخالی دوار هم صادق است.

برای دایره‌توپر یا توخالی غیر دوار سطح تنش ۹۵ درصد برابر مساحت خارج از دو تار موازی است که در فاصله $0.95d$ از هم قرار دارند.

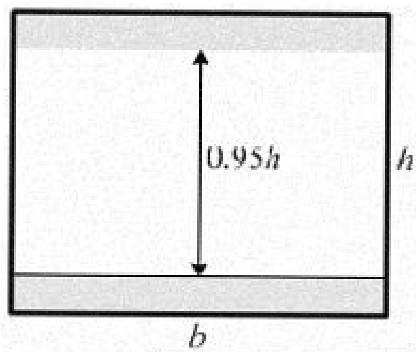


$$A_{0.95\sigma} = 0.01046d^2 \qquad (۵-۱۰)$$

xxx xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxx

با مساوی قرار دادن دو معادله (۵-۹) و (۵-۱۰) می‌توان قطر موثر را بدست آورد:

(۵-۱۱)



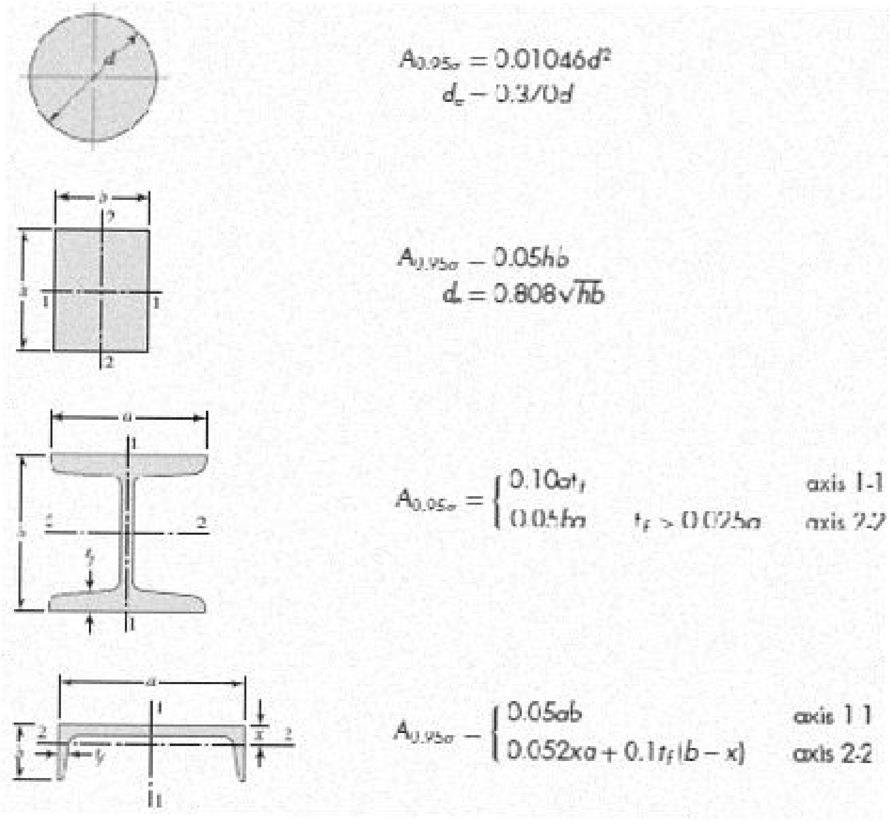
برای یک سطح مقطع مستطیلی با ابعاد $h\times b$ داریم $A_{0.95\sigma}=0.05hb$.

بنابراین قطر مؤثر برای این مقطع برابر است با:

$$A_{0.95\sigma} = 0.0766d_e^2 = 0.05hb \;\Rightarrow\; d_e = 0.808(hb)^{1/2} \qquad (۵-۱۲)$$

xxx xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxx

جدول ۶-۲- مساحت $A_{0.95\sigma}$ برای شکل‌های ساختمانی رایج تحت خمش غیر دوار.



مثال (۵-۴)

یک محور فولادی که تحت بارگذاری خمشی قرار دارد دارای قطر 32 mm است. استحکام کششی نهایی متوسط ماده محور برابر 690 MPa است. ضریب اندازه مارین را برای حالت‌های زیر تعیین کنید:

الف) محور در حالت دوار استفاده شود.

ب) محور در حالت غیر دوار استفاده شود.

حل (الف): قطر محور d=32mm است بنابراین ضریب اندازه از معادله (۵-۸) برابر است با:

×××

دقت کنید که در این رابطه قطر بر حسب میلی‌متر قرار داده شده است.

(ب): ابتدا قطر مؤثر را از معادله (۵-۱۰) بدست می‌آوریم:

بنابراین ضریب اندازه از معادله (۵-۸) برابر است با:

$$k_b = 1.189d^{-0.097} = 1.189(11.84)^{-0.097} = 0.94$$

×××

ضریب بارگذاری k_c

مقادیر متوسط ضریب بار به ترتیب برای بارگذاری خمشی، محوری و پیچشی برابر است با:

$$k_c = \begin{cases} 1 & \text{بار خمشی} \\ 0.85 & \text{بار محوری} \\ 0.59 & \text{بار پیچشی} \end{cases} \qquad (۵-۱۳)$$

مقدار k_c=0.59 تنها وقتی به کار می‌رود که بارگذاری خستگی پیچشی محض داشته باشیم.

×××

ضریب دما k_d

جدول زیر برای یافتن k_d در دماهای مختلف بکار می‌رود.

جدول ۶-۳- ضریب اصلاح دمای مارین k_d.

دما $^{\circ}C$	ضریب اصلاح دما K_d
۲۰	۱/۰۰۰
۵۰	۱/۰۱۰
۱۰۰	۱/۰۲۰
۱۵۰	۱/۰۲۵
۲۰۰	۱/۰۲۰
۲۵۰	۱/۰۰۰
۳۰۰	۰/۹۷۵
۳۵۰	۰/۹۴۳
۴۰۰	۰/۹۰۰
۴۵۰	۰/۸۴۳
۵۰۰	۰/۷۶۸
۵۵۰	۰/۶۷۲
۶۰۰	۰/۵۴۹

برای اعمال ضریب دمای رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$\left(S_e'\right)_T = k_d \times \left(S_e'\right)_{RT} \tag{۵-۱۴}$$

××

مثال (۵-۵)

یک فولاد دارای استحکام کششی ۴۸۰MPa بوده و قرار است برای ساخت قطعه‌ای که در دمای ۲۲۵ $^{\circ}C$ کار می‌کند استفاده گردد. حد دوام را در دمای کار برای این قطعه برای حالات زیر حساب کنید.

الف) حد دوام در دمای اتاق مطابق آزمون ۲۷۰MPa باشد.

ب) تنها استحکام کششی را در دمای اتاق بدانیم.

حل: با استفاده از جدول برای ۲۲۵ $^{\circ}C$ داریم:

××

بنابراین برای حالت (الف) از معادله (۵-۱۴) بدست می‌آید:

$$\left(S_e'\right)_{225^\circ} = k_d \times \left(S_e'\right)_{20^\circ} = 1.010 \times 270 = 272.7 \;\; \text{MPa}$$

در حالت (ب) ابتدا از معادله (۵-۱) حد دوام را در دمای اتاق از استحکام نهایی تعیین می‌کنیم:

$$\left(S_e'\right)_{20^\circ} = 0.5\left(S_{ut}\right)_{20^\circ} = 0.5 \times 480 = 240 \;\; \text{MPa}$$

سپس حد دوام دمای کار را با کمک معادله (۵-۱۴) بدست می‌آوریم:

×××

ضریب قابلیت اطمینان k_c

جدول ۶-۴- ضریب قابلیت اطمینان k_c.

قابلیت اطمینان ٪	ضریب قابلیت اطمینان k_c
۵۰	۱/۰۰۰
۹۰	۰/۸۹۷
۹۵	۰/۸۶۸
۹۹	۰/۸۱۴
۹۹/۹	۰/۷۵۳
۹۹/۹۹	۰/۷۰۲
۹۹/۹۹۹	۰/۶۵۹
۹۹/۹۹۹۹	۰/۶۲۰

×××

ضریب اثرات گوناگون دیگر k_f

ضریب k_f اثر عوامل دیگر در کاهش حد دوام را اعمال می‌کند.

از جمله این عوامل می‌توان به تنش‌های پسماند، خوردگی، رطوبت، آبکاری و . . . اشاره کرد.

درحالیکه تنش‌های پسماند کششی در سطح سبب کاهش حد دوام می‌گردد.

×××

واماندگی خستگی از تنش‌های کششی که سبب باز شدن ترکها می‌شود نشأت می‌گیرد.

در نتیجه هر عاملی که تنش کششی را کاهش دهد احتمال واماندگی خستگی را هم کم می‌کند.

××

تمرکز تنش و حساسیت به شکاف

وجود ناپیوستگی‌هایی مانند سوراخ، شیار یا شکاف در قطعه تنش‌ها را بطور قابل توجهی در مجاورت ناپیوستگی افزایش می‌دهد.

به منظور تعیین تنش ماکزیمم ناشی از ناپیوستگی از ضریب تمرکز تنش هندسی K_t (یا K_{ts}) استفاده کردیم.

در عمل بعضی مواد کاملاً به وجود شکاف حساس نیستند لذا برای این مواد باید مقدار کاهش یافته K_t (یا K_{ts}) را مورد استفاده قرار داد.

در واقع برای این مواد تنش ماکزیمم برابر است با:

(۵-۱۵)

که در آن K_f مقدار کاهش یافته K_t و σ_0 تنش نامی است.

××

K_f ضریب تمرکز تنش خستگی نامیده شده و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$K_f = \frac{\text{تنش ماکزیمم در نمونه شکافدار}}{\text{تنش در نمونه بدون شکاف}}$$

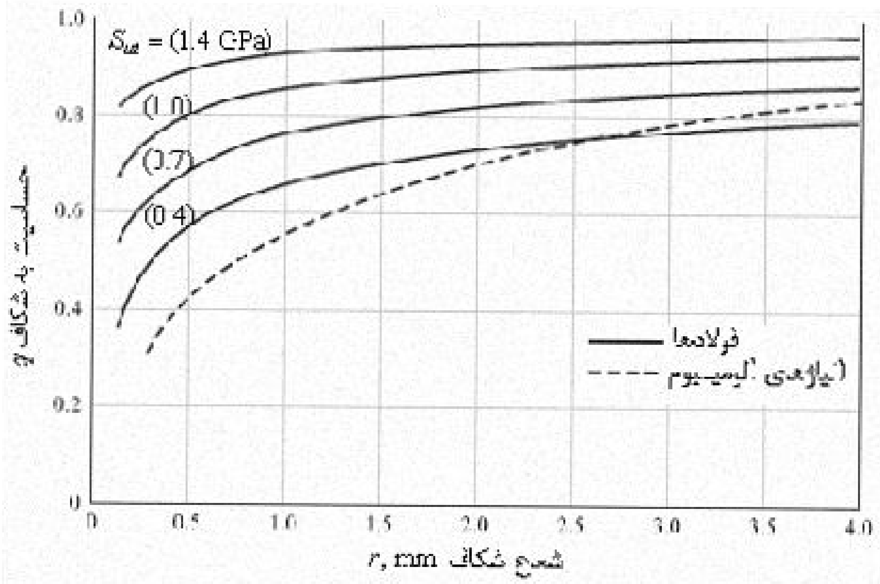
$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}\ ,\ q_{shear} = \frac{K_{fs} - 1}{K_{ts} - 1} \qquad (۵-۱۶)$$

که در آن q عددی بین صفر و یک است.

طبق معادله بالا اگر $q=0$ باشد آنگاه $K_f=1$ شده و ماده اصلاً حساسیتی به شکاف نخواهد داشت.

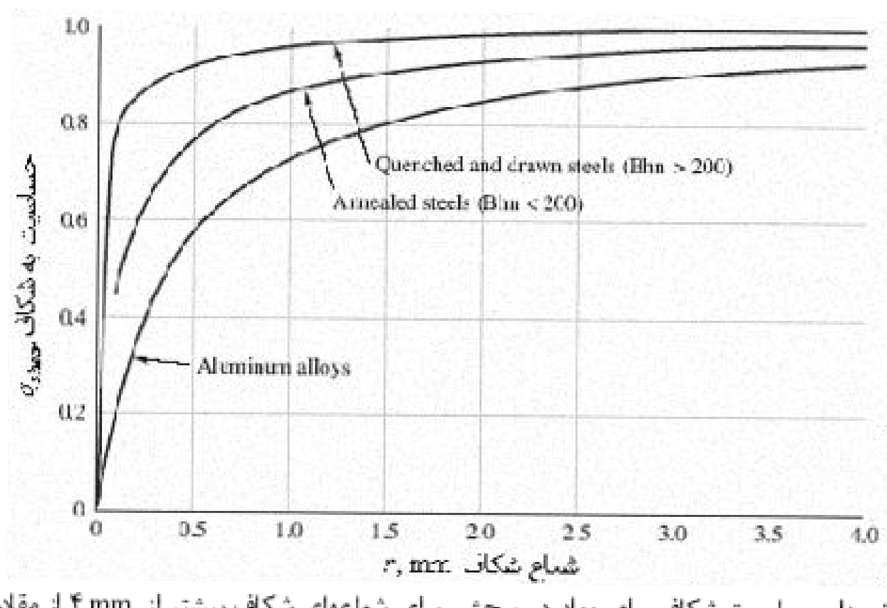
اما اگر $q=1$ باشد $K_f= K_t$ شده و ماده کاملاً به شکاف حساس است.

xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxx xxxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxxx xxxxxx



شکل ۶-۳- نمودار حساسیت شکاف برای فولادها و آلیاژهای آلومینیوم که تحت خمش معکوس شونده یا بارهای محوری معکوس شونده قرار دارند. برای شعاعهای شکاف بیشتر از ۴mm از مقادیر q متناظر با ۴ = r mm استفاده نمایید.

xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxx



شکل ۶-۴- نمودار حساسیت شکاف برای مواد در پیچش. برای شعاعهای شکاف بیشتر از ۴ mm از مقادیر q متناظر با r = ۴mm استفاده نمایید.

xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxxxx xxxxxx xxxxxx

برای چدن‌ها نیز استفاده از q=0.2 توصیه می‌گردد.

برای یافتن ضریب تمرکز تنش خستگی در تحلیل یا طراحی ابتدا از هندسه قطعه و نمودار مربوطه K_t را پیدا کنید.

سپس ماده را مشخص کرده q را از روی نمودار پیدا کنید. در نهایت از معادله زیر K_f را محاسبه نمایید:

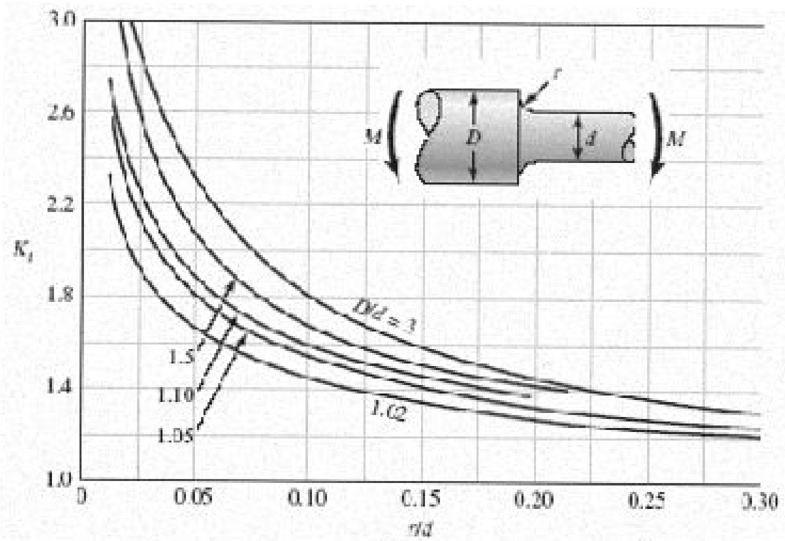
(۵-۱۷)

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

مثال (۵-۶)

محوری فولادی که تحت خمش است دارای استحکام نهایی ۶۹۰MPa بوده و شانه‌ای با شعاع گردشدگی ۳mm دارد که قطر ۳۲mm را به قطر ۳۸mm وصل می‌کند.

K_f را محاسبه کنید.



$$\left.\begin{aligned} \frac{D}{d} &= \frac{38}{32} = 1.19 \\ \frac{r}{d} &= \frac{3}{32} = 0.094 \end{aligned}\right\} \Rightarrow K_t = 1.65$$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

از نمودار شکل (۶-۳) برای S_{ut}=690Mpa و r =3mm بدست می‌آید: $q = 0.84$

بنابراین:

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

مثال (۵-۷)

نمونه‌ای بدون شکاف را با حد دوام ۳۸۰ MPa در نظر بگیرید. اگر نمونه طوری شکافدار شود که K_f=1.6 باشد ضریب ایمنی واماندگی برای سیکل $N > 10^6$ در تنش معکوس شونده ۲۰۰ MPa چقدر خواهد بود؟

حل: تنش معکوس شونده ماکزیمم برابر است با:

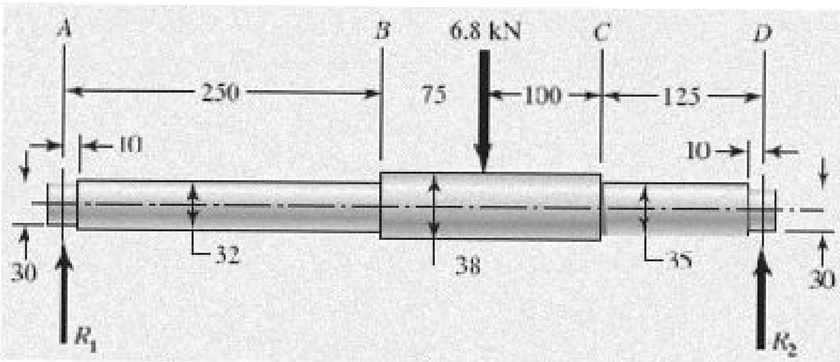
در نتیجه ضریب ایمنی مساوی است با :

$$n=\frac{S'_e}{(\sigma_a)_{max}}=\frac{380}{320}=1.19$$

××

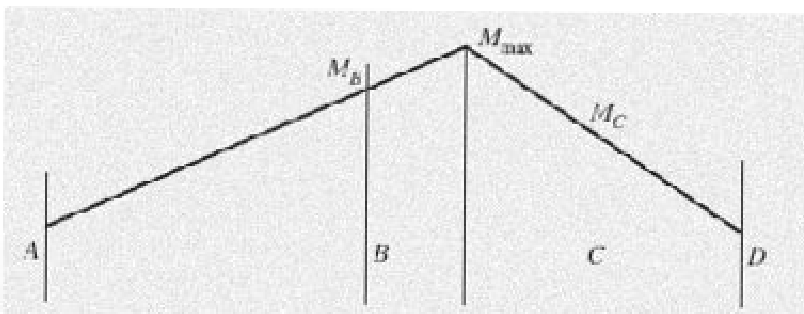
مثال (۵-۸)

شکل زیر محور دواری را نشان می‌دهد که در نقاط A و D تکیه‌گاه ساده داشته و توسط نیروی غیردوار F=6.8kN بارگذاری شده است. اگر S_{ut}=690Mpa و S_y=580Mpa باشد عمر قطعه را تخمین بزنید. تمام گردشدگیها شعاع ۳ میلی‌متر دارند. محور دوار بوده و بار ثابت است. سطح قطعه ماشینکاری شده است.



××

حل : ابتدا نمودار گشتاور خمشی را در طول محور رسم می‌کنیم:



××

بنابراین باید تنش ماکزیمم را در نقاط E و B محاسبه کنیم. به این منظور ابتدا مقدار گشتاور را در این نقاط بدست می‌آوریم.

$$\sum M_D=0\Rightarrow R_1\times 550=F\times 225\Rightarrow R_1=\frac{6.8\times 225}{550}=2.78\,\text{kN}$$

$$M_E=R_1\times x_1=2780\times(0.25+0.075)=903.5\ \text{N.m}$$

××

ابتدا تنش ماکزیمم را در نقطه E محاسبه می‌کنیم:

$$(\sigma_{\max})_E = \frac{M_E c}{I} = \frac{M_E \frac{D}{2}}{\pi \frac{D^4}{64}} = \frac{32 M_E}{\pi D^3} = \frac{32 \times 903.5}{\pi \left(38 \times 10^{-3}\right)^3} = 167.7 \text{ MPa}$$

در نقطه B چون تمرکز تنش داریم ابتدا باید تنش نامی را بدست آوریم:

$$(\sigma_0)_B = \frac{M_B c}{I} = \frac{32 M_B}{\pi d^3} = \frac{32 \times 695}{\pi \left(32 \times 10^{-3}\right)^3} = 216.2 \text{ MPa}$$

حال برای تعیین تنش ماکزیمم در این نقطه از معادله (۵-۱۵) استفاده می‌کنیم:

×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ××××××

مقدار K_f از معادله (۵-۱۷) بدست می‌آید:

$$K_f = 1 + q\left(K_t - 1\right)$$

مانند قبل با استفاده از نمودارهای مربوطه می‌توان نشان داد (مثال (۵-۵)):

$$K_t = 1.65 \quad , \quad q = 0.84$$

بنابراین:

$$K_f = 1 + q\left(K_t - 1\right) = 1 + 0.84\left(1.65 - 1\right) = 1.55$$

در نتیجه تنش ماکزیمم در نقطه B برابر است با:

چون این تنش از تنش بدست آمده در E بیشتر است پس بیشتر در معرض واماندگی بوده و بقیه محاسبات را برای آن انجام می‌دهیم.

×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ××××××

برای تعیین عمر محور باید استحکام را در نقطه تنش ماکزیمم (یعنی B) با تنش در همین نقطه مقایسه کنیم.

چون تنش ماکزیمم از تنش تسلیم کمتر است پس واماندگی استاتیکی رخ نداده و باید واماندگی خستگی را بررسی کنیم.

از معادله (۵-۱) حد دوام نمونه تیر دوار برابر است با:

حد دوام محور از معادله (۵-۶) بدست می‌آید:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

در این مرحله باید ضرایب اصلاح را یک به یک پیدا کنیم.

×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ×××××× ××××××

چون سطح محور ماشینکاری شده ضریب اصلاح سطح برابر است با:

$$k_a = a S_{ut}^b = 4.51 \times \left(690\right)^{-0.265} = 0.798$$

چون محور دوار است ضریب اصلاح اندازه برابر است با:

$$k_b = 1.189 d^{-0.097} = 1.189\left(32\right)^{-0.097} = 0.85$$

می‌توان نشان داد ضرایب اصلاح دیگر واحد است (به عهده دانشجو) یعنی: $k_c = k_d = k_e = k_f = 1$

لذا حد دوام محور برابر است با:

تنش ماکزیمم محور از مقدار بدست آمده برای حد دوام آن بیشتر است پس عمر بینهایت نداشته و در ناحیه عمر محدود قرار داریم.

××

در ناحیه عمر محدود مقدار عمر از معادله (۵-۵) بدست می‌آید:

از معادله (۵-۳) ضرایب b و C برابرند با:

$$b = -\frac{1}{3}\log\frac{0.8S_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3}\log\frac{0.8\times 690}{234} = -0.123$$

$$C = \log\frac{\left(0.8S_{ut}\right)^2}{S_e} = \log\frac{\left(0.8\times 690\right)^2}{234} = 3.111$$

بنابراین عمر محور برابر است با:

$$N = 10^{-3.111/(-0.123)}335.1^{1/(-0.123)} = 58\times 10^3$$

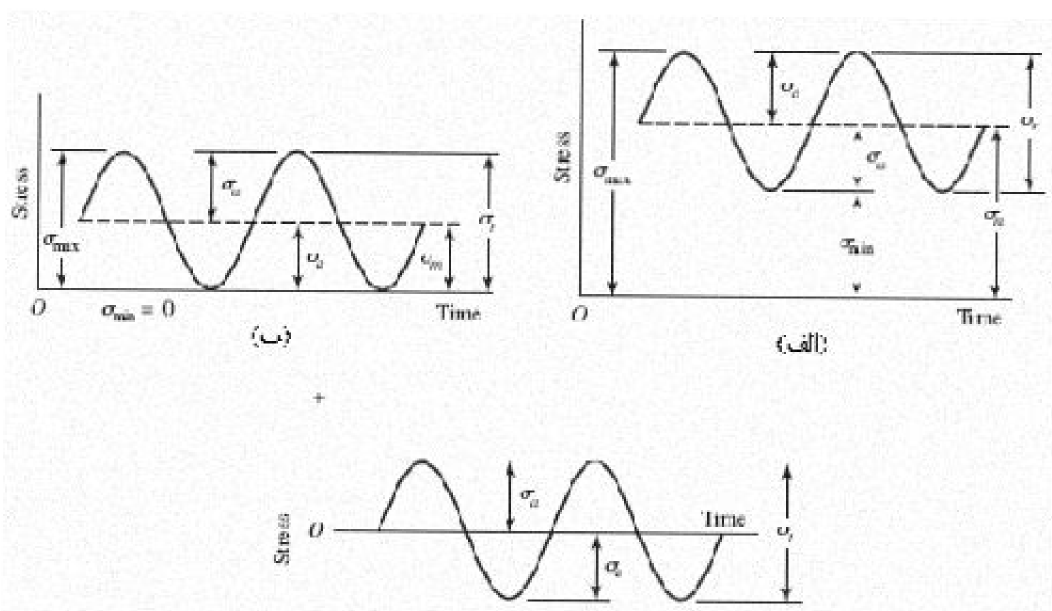
یعنی عمر پیش‌بینی شده برای محور ۵۸۰۰۰ دور است.

××

مشخصه‌های تنشهای نوسانی

σ_{min} ← تنش مینی‌موم σ_{max} ← تنش ماکزیمم σ_m ← تنش میانگین

σ_a ← تنش متناوب σ_r ← محدوده تنش



(الف) (ب) (ج)

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \tag{۵-۱۸}$$

(۵-۱۹)

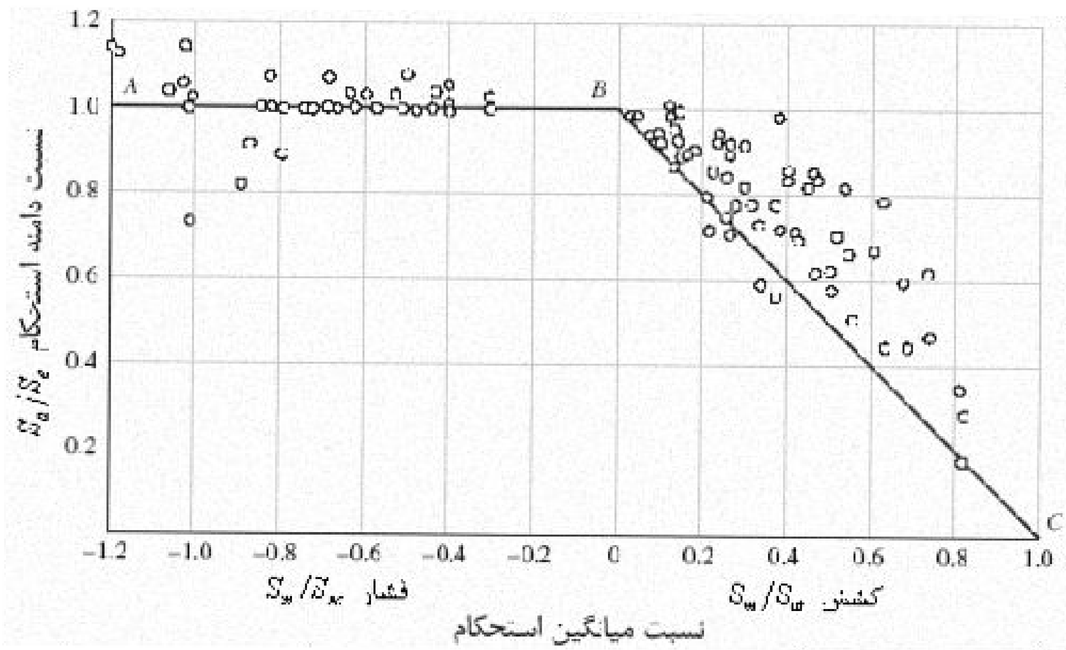
×××

معیارهای واماندگی خستگی برای تنش نوسانی

شکل زیر نتایج آزمون‌های تجربی را برای واماندگی خستگی نشان می‌دهد.

محور افقی نمایشگر نسبت استحکام میانگین به استحکام نهایی است.

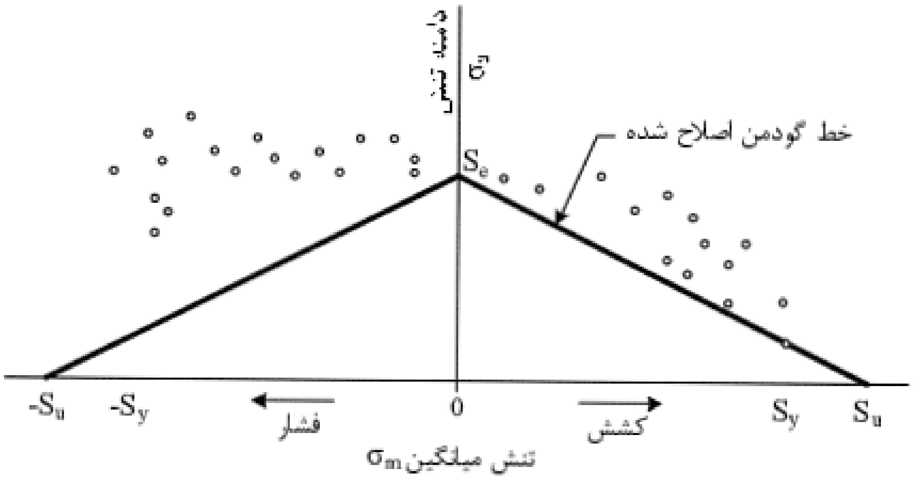
محور عمودی هم نسبت استحکام متناوب به حد دوام را نشان می‌دهد.



نمودار واماندگی خستگی برای تنشهای میانگین کششی و فشاری.

×××

معیار واماندگی خستگی گودمن اصلاح شده



××

در این نمودار تنش میانگین σ_m روی محور افقی رسم می‌شود.

تنش کششی در سمت راست و تنش فشاری در سمت چپ محور قرار می‌گیرند.

دامنه تنش σ_a هم روی محور قائم رسم می‌گردد.

معادله معیار گودمن اصلاح شده در کشش عبارت است از:

$$\frac{\sigma_a}{S_e}+\frac{\sigma_m}{S_u}=1$$

(۵-۲۰)

در نتیجه معادله طراحی عبارت است از:

$$\frac{\sigma_a}{S_e}+\frac{\sigma_m}{S_u}=\frac{1}{n}$$

(۵-۲۱)

××

معیار واماندگی خستگی سودربرگ

ایراد معیار گودمن اصلاح شده:

وقتی تنش میانگین روی محور افقی از S_y بیشتر گردد باید شاهد واماندگی تسلیم باشیم اما این معیار توانایی پیش‌بینی این وضعیت را ندارد.

برای برطرف کردن این نقیصه معیار سودربرگ برای طراحی پیشنهاد گردید که S_e را روی محور قائم به S_y روی محور افقی متصل می‌کند.

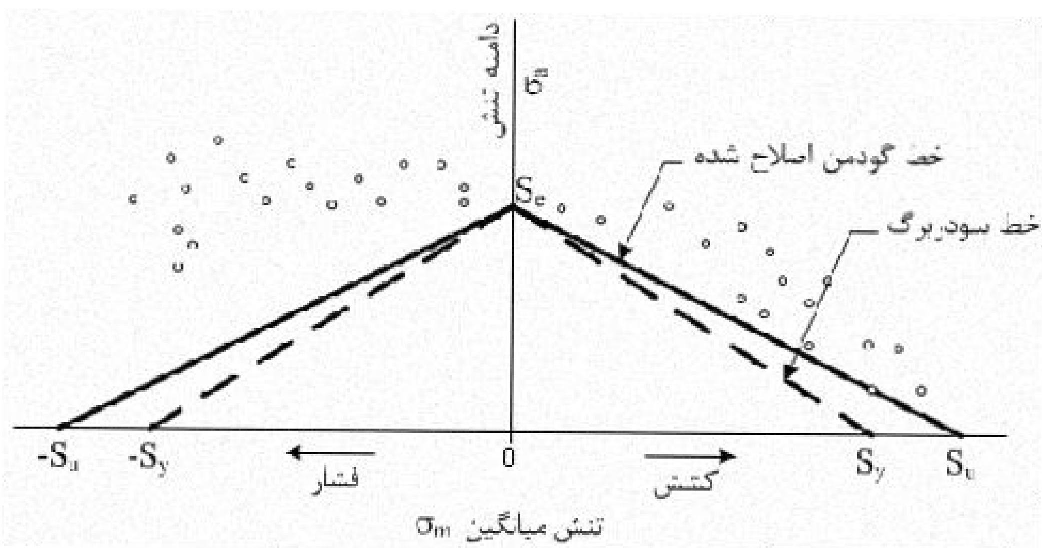
معادله معیار سودربرگ در کشش عبارت است از:

(۵-۲۲)

در نتیجه معادله طراحی عبارت است از:

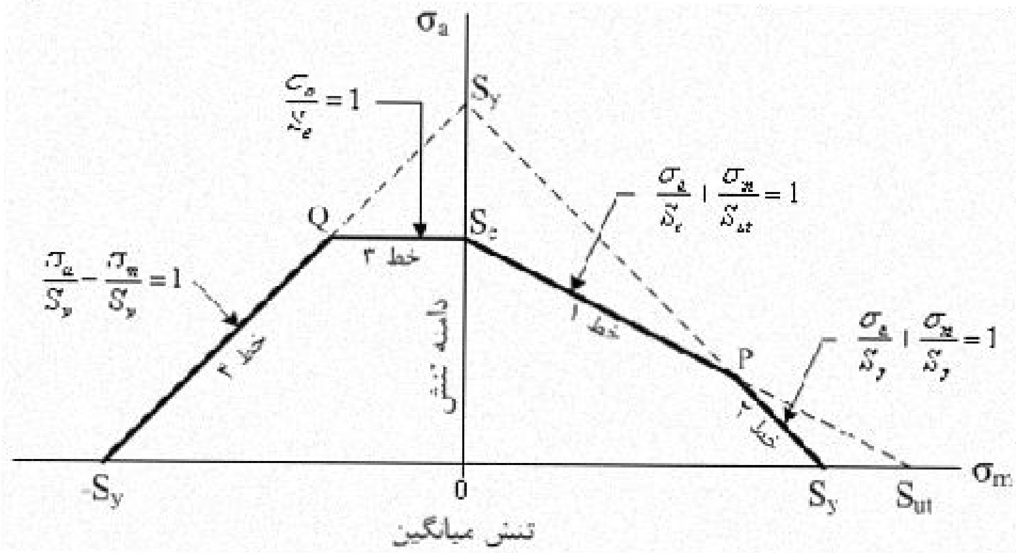
$$\frac{\sigma_a}{S_e}+\frac{\sigma_m}{S_y}=\frac{1}{n} \qquad (۵\text{-}۲۳)$$

××



××

معیار واماندگی خستگی گودمن- لانگر



××

در این نمودار خطی که S_y را روی محور قائم به $-S_y$ روی محور افقی وصل می‌کند تعیین کننده واماندگی در اثر تسلیم فشاری است.

همچنین خطی که از S_y روی محور قائم به S_y روی محور افقی کشیده می‌شود واماندگی ناشی از تسلیم کششی را مشخص می‌کند. این دو خط را خطوط تسلیم استاتیکی لانگر می‌نامیم.

تقاطع این خطوط در هر ربع صفحه یعنی نقاط P و Q نمایانگر گذر از واماندگی خستگی به واماندگی ناشی از تسلیم است.

××

خط توپر در نمودار مشخص کننده واماندگی ناشی از خستگی یا تسلیم است.

داخل نمودار این خط توپر ناحیه ایمن برای طراحی است.

برای استفاده از نمودار، ابتدا تنش میانگین σ_m را حساب می‌کنیم.

اگر تنش میانگین کششی (مثبت) بود خطوط ۱ و ۲ ، و اگر فشاری بود خطوط ۳ و ۴ باید مورد بررسی قرار گیرد.

××

سپس تنش متناوب را بدست می‌آوریم.

برای حالت تنش میانگین کششی، ضریب ایمنی مربوط به خط ۱ و ضریب ایمنی مربوط به خط ۲ را تعیین می‌کنیم.

مقدار کوچکتر در دو ضریب بدست آمده ضریب ایمنی مسأله خواهد بود.

اگر ضریب ایمنی خط ۱ کوچکتر بود قطعه در معرض واماندگی خستگی است و اگر ضریب ایمنی خط ۲ کوچکتر بود در معرض واماندگی استاتیک است.

به همین ترتیب برای حالت تنش میانگین فشاری، ضریب ایمنی مربوط به خط ۳ و ضریب ایمنی مربوط به خط ۴را تعیین می‌کنیم.

××

مثال (۵-۹)

استحکام نهایی، استحکام تسلیم و استحکام حد دوام قطعه‌ای به ترتیب برابر با 500 MPa ، 400 MPa و 200 MPa است.
اگر تنش وارد بر قطعه در محدوده 50 MPa تا 150 MPa نوسان کند ضریب ایمنی قطعه را بیابید.

حل:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \frac{150+50}{2} = 100 \text{ MPa}$$

تنش میانگین کششی است پس باید از معادله خط ۱ و ۲ استفاده کرد.

××

ابتدا خط ۱:

$$\frac{\sigma_m}{S_u} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{100}{500} + \frac{50}{200} = \frac{1}{n_d} \Rightarrow n_d = 2.22$$

حال خط ۲:

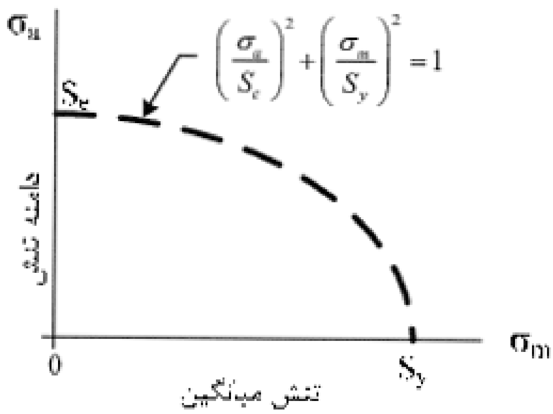
$$\frac{\sigma_m}{S_y} + \frac{\sigma_a}{S_y} = \frac{1}{n_s} \Rightarrow \frac{100}{400} + \frac{50}{400} = \frac{1}{n_s} \Rightarrow n_s = 2.67$$

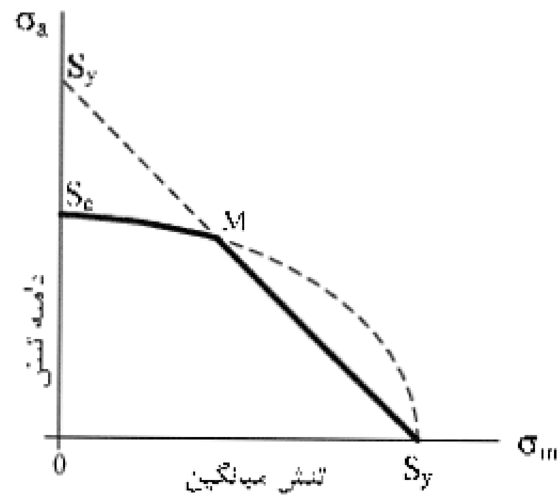
ضریب ایمنی مسأله برابر است با:

$$n = n_d = 2.22$$

××

معیار واماندگی خستگی بیضوی ASME

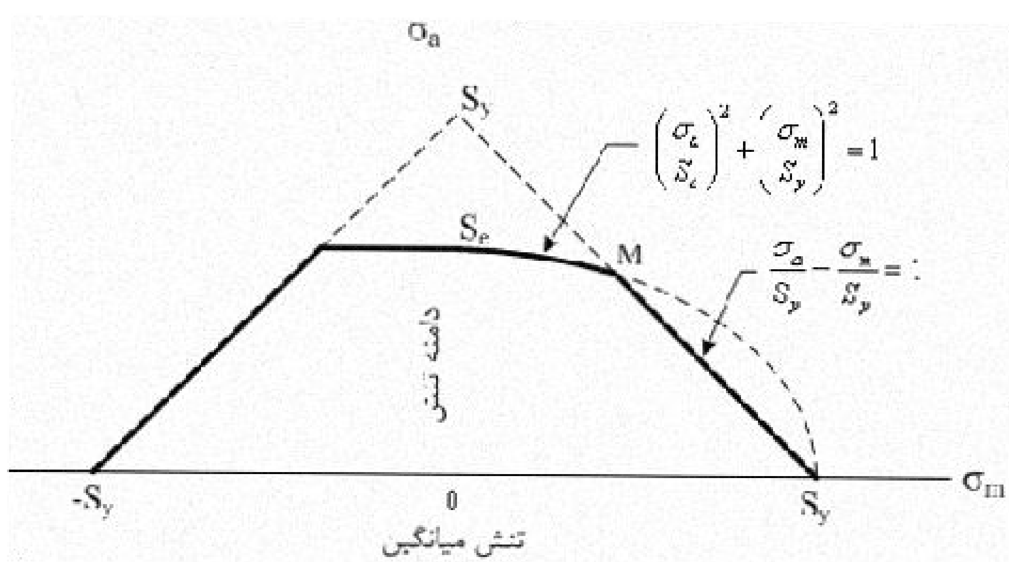




مانند قبل خطی که از S_y روی محور قائم به S_y روی محور افقی کشیده می‌شود واماندگی ناشی از تسلیم کششی را مشخص می‌کند.

××

معیار واماندگی خستگی بیضوی ASME - لانگر



xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

داخل نمودار توپر ناحیه ایمن برای طراحی است.

روی خط و بیرون آن واماندگی خواهیم داشت که ممکن است ناشی از تسلیم و یا خستگی باشد.

معادله طراحی برای قسمت بیضوی این معیار با تقسیم استحکامها بر ضریب ایمنی بصورت زیر حاصل می‌شود:

(۵-۲۴)

نحوه استفاده از این نمودار، همانند نمودار معیار گودمن- لانگر است.

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

مثال (۵-۱۰)

مثال (۵-۹) را با کمک معیار بیضوی ASME - لانگر حل کنید.

حل: با توجه به اینکه تنها معادله خط ۱ برای دو معیار گودمن-لانگر و بیضوی ASME - لانگر متفاوت است فقط این خط را بررسی می‌کنیم.

چرا که ضریب ایمنی مربوط به بارگذاری استاتیکی یعنی خط ۲ مانند مثال قبل برابر با $n_s = 2.67$ است.

مطابق با معادله بیضی داریم:

$$\left(\frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_y}\right)^2 = \frac{1}{n_d^2}$$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

پس مطابق با این معیار قطعه بیشتر در معرض واماندگی استاتیکی بوده و ضریب ایمنی آن برابر است با:

$$n = n_s = 2.67$$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

مثال (۵-۱۱)

فولادی دارای استحکام تسلیم ۵۱۰ MPa و استحکام نهایی ۶۵۰ MPa است. این فولاد با کشش سرد به شکل میله ساخته شده و باید بار اولیه کششی ۳۶ kN و بار کششی نوسانی بین ۰ تا ۷۲ kN را تحمل کند. این میله فولادی دارای گوشه گرد

شده با شعاع ۵ mm است که ضریب تمرکز تنش هندسی 2.02 در آن ایجاد می‌کند. قطر مناسب میله را برای عمر بینهایت و ضریب ایمنی 2.0 محاسبه نمایید.

حل: چون $S_{ut} < 1400\text{Mpa}$ است بنابراین:

××

برای بدست آوردن S_e از رابطه $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S_e'$ استفاده می‌کنیم.

برای کشش سرد: $k_a = aS_{ut}^b = 4.51 \times (650)^{-0.265} = 0.8$

چون بارگذاری محوری است پس اثر اندازه نداشته $K_b=1$ خواهد بود.

ضمن اینکه برای بار محوری ضریب بارگذاری برابر $K_c=0.85$ است.

از آنجا که در صورت مسأله چیزی قید نشده فاکتور قابلیت اطمینان و اثرات گوناگون را برابر با واحد می‌گیریم: $k_e = k_f = 1$

××

بنابراین در کل خواهیم داشت: $S_e = 0.8 \times 1 \times 0.85 \times 1 \times 1 \times 1 \times 325 = 221\text{ MPa}$

حال باید ضریب تمرکز تنش خستگی یعنی K_f را محاسبه کنیم.

در صورت مسأله ضریب تمرکز تنش هندسی $K_t = 2.02$ داده شده است.

برای $r = 5\text{mm}$ و $S_{ut} = 650\text{Mpa}$ از نمودار $q = 0.87$ بدست می‌آید.

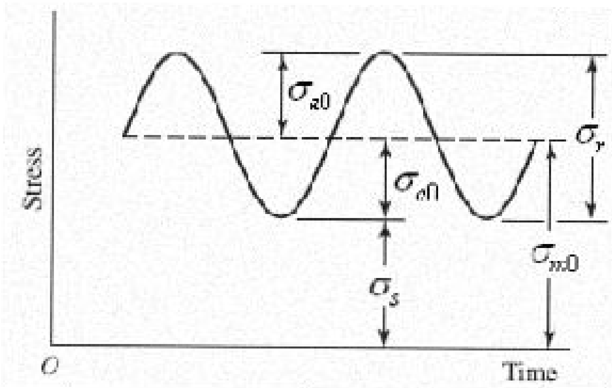
در نتیجه خواهیم داشت:

××

$$\sigma_{max})_0 = \frac{F_{max}}{A} = \frac{36\times10^3 + 72\times10^3}{\pi d^2/4} = \frac{137.5\times10^3}{d^2}$$

تنش مینی‌موم برابر است با:

$$\sigma_{min})_0 = \frac{F_{min}}{A} = \frac{36\times10^3 + 0}{\pi d^2/4} = \frac{45.84\times10^3}{d^2}$$



×××

مطابق با شکل داریم:

$$\sigma_{m0}=\frac{\sigma_{max})_0+\sigma_{min})_0}{2}=\frac{91.67\times10^3}{d^2}$$

$$\sigma_{a0}=\frac{\sigma_{max})_0-\sigma_{min})_0}{2}=\frac{45.84\times10^3}{d^2}$$

برای یافتن σ_a و σ_m باید ضریب تمرکز تنش خستگی را بر σ_{a0} و σ_{m0} اعمال کنیم:

$$\sigma_a=K_f\,\sigma_{a0}=1.89\times\frac{45.84\times10^3}{d^2}=\frac{86.64\times10^3}{d^2}$$

×××

چون تنش میانگین کششی است پس باید خطوط ۱ و ۲ بررسی شود.

ابتدا خط ۱: معادله طراحی برای این خط عبارت است از:

$$\frac{\sigma_a}{S_e}+\frac{\sigma_m}{S_u}=\frac{1}{n}\;\Rightarrow\;\frac{\dfrac{86.64\times10^3}{d^2}}{221\times10^6}+\frac{\dfrac{173.26\times10^3}{d^2}}{650\times10^6}=\frac{1}{2}\;\Rightarrow\;d=36.3\text{mm}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_y}+\frac{\sigma_m}{S_y}=\frac{1}{n}\;\Rightarrow\;\frac{\dfrac{86.64\times10^3}{d^2}}{510\times10^6}+\frac{\dfrac{173.26\times10^3}{d^2}}{510\times10^6}=\frac{1}{2}\;\Rightarrow\;d=31.9\text{mm}$$

بنابراین قطر میله باید $d\geq36.3\text{mm}$ انتخاب گردد.

×××

واماندگی خستگی در پیچش

در بخش‌های قبل دیدیم مطابق با تئوری انرژی واپیچش استحکام تسلیم در برش برابر $S_{sy}=0.577S_y$ می‌باشد.

آزمون‌های تجربی نشان داده است این رابطه برای حدس حد دوام در برش یعنی S_{se} نیز سودمند است.

بطوریکه اگر حد دوام مشخص باشد طبق تئوری انرژی واپیچش می‌توان نوشت:

(۵-۲۵)

در بارگذاری پیچشی نیازی به رسم نمودار معیار واماندگی نداریم.

×××××× ×××××× ×××××× ××××× ××××××× ×××××× ×××××× ×××××× ××××××× ××××××

زیرا نتایج تجربی نشان داده‌اند تنها دو حالت ساده برای وقوع واماندگی در پیچش امکانپذیر است.

حالت اول که مربوط به واماندگی خستگی است وقتی رخ می‌دهد که داشته باشیم:

$$\tau_a = S_{se} \qquad (۲۶\text{-}۵\text{-الف})$$

حالت دوم هم که ناشی از واماندگی استاتیکی است هنگامی اتفاق می‌افتد که:

(۲۶-۵-ب)

×××××× ×××××× ×××××× ××××××× ××××× ×××××× ××××××× ×××××× ××××××× ××××××

آسیب خستگی جمع شونده

فرض کنید به جای یک تنش معکوس شونده σ که برای n سیکل اعمال می‌شود قطعه به مدت n_1 سیکل تحت σ_1، n_2 سیکل تحت σ_2و . . . قرار داشته باشد.

در این حالت می‌خواهیم عمر خستگی قطعه‌ای را که تحت این تنش‌های معکوس شونده قرار دارد تخمین بزنیم

یا اگر قطعه عمر بینهایت دارد ضریب ایمنی آن را برآورد کنیم.

به این منظور از دو روش قانون ماینر و مانسون کمک می‌گیریم.

×××××× ×××××× ×××××× ××××××× ×××××× ××××× ××××××× ××××× ×××××× ×××××

روش قانون ماینر

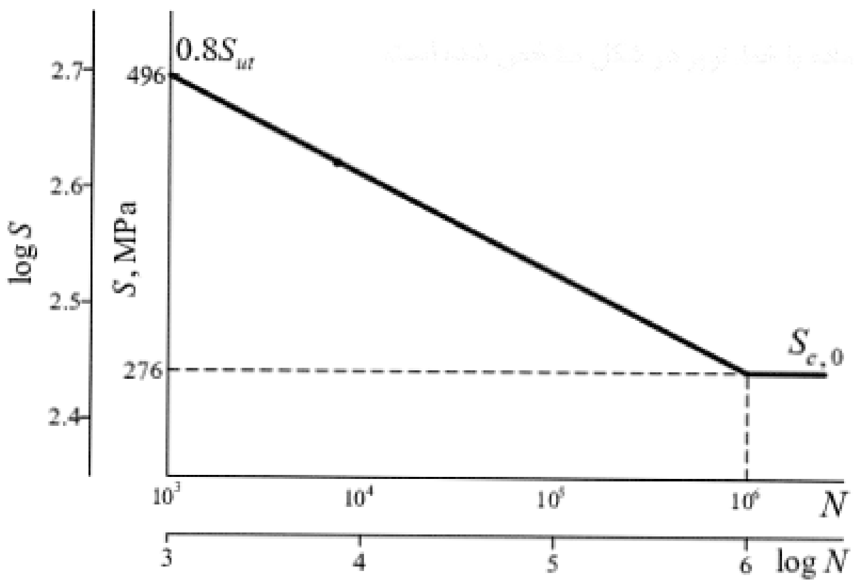
بیان ریاضی قانون ماینر به صورت زیر است:

(۵-۲۷)

در این رابطه n_i تعداد سیکل اعمال تنش σ_i و N_i عمر ماده بکر تحت تنش σ_i است.

برای توضیح قانون ماینر فولادی با خواص S_{ut}=620Mpa و $S_{e,0}$=276Mpa را در نظر بگیرید.

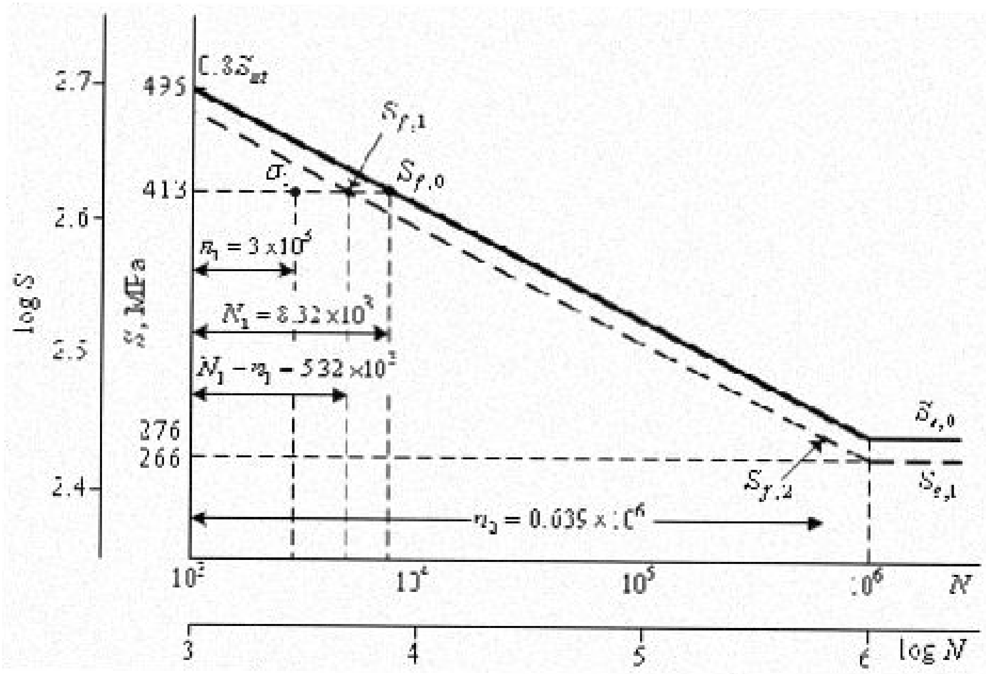
نماد $S_{e,0}$ نشان دهنده حد دوام ماده بکر یا آسیب ندیده است.



فرض کنید یک تنش معکوس شونده مثلاً σ_1=413Mpa را برای n_1=3000 سیکل اعمال کنیم.

چون $\sigma_1 > S_{e,0}$ است بنابراین حد دوام آسیب خواهد دید.

با استفاده از نمودار قبلی عمر ماده در تنش σ_1=413Mpa برابر N_1=8320 سیکل است.



××

بنابراین عمر قطعه آسیب دیده برای استحکام $S_{f1}=\sigma_1$ برابر N_1-n_1 است که نقطه اول نمودار $S-N$ جدید را طبق قانون ماینر بدست می‌دهد.

برای یافتن نقطه دوم نمودار باید تعیین کنیم که چند سیکل n_2 از تنش $\sigma_2=S_{e,0}$ را می‌توان به ماده آسیب دیده قبل از واماندگی اعمال کرد.

چون $\sigma_2=S_{e,0}$ است N_2 (یعنی عمر ماده بکر تحت تنش σ_2) برابر با ۱۰^۶ است.

××

با استفاده از قانون ماینر داریم:

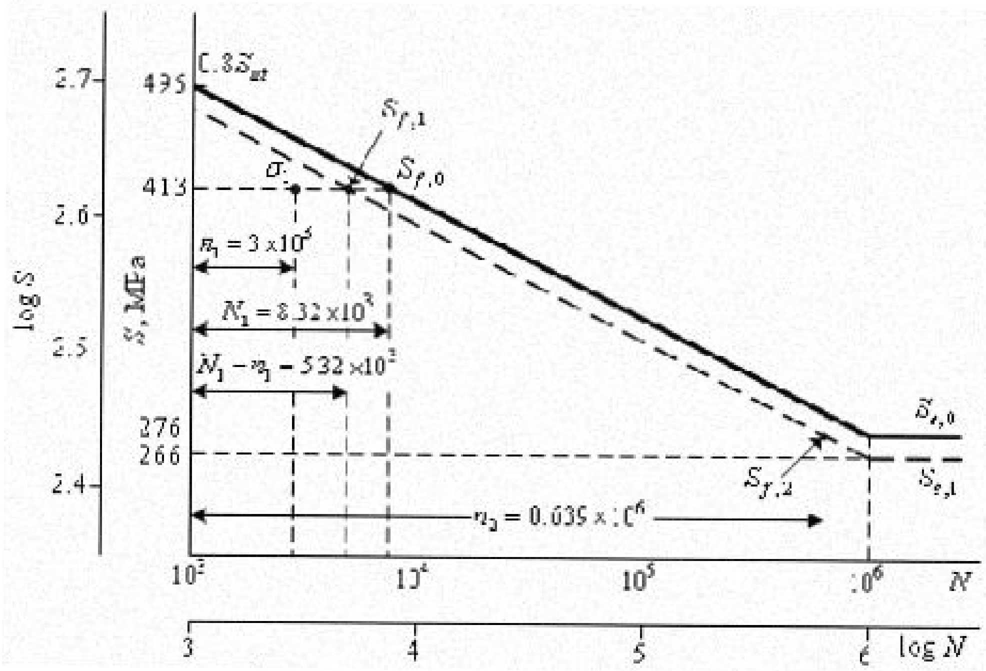
$$\frac{n_1}{N_1}+\frac{n_2}{N_2}=1$$

یا به بیان دیگر:

بنابراین:

$$n_2=\left(1-\frac{3\times10^3}{8.32\times10^3}\right)\times10^6=0.639\times10^6 \text{ cycles}$$

که این متناظر با استحکام عمر محدود S_{f2} در شکل می‌باشد.



xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

بنابراین عمر قطعه آسیب دیده برای استحکام $S_{f1}=\sigma_1$ برابر N_1-n_1 است که نقطه اول نمودار $S\!-\!N$ جدید را طبق قانون ماینر بدست می‌دهد.

برای یافتن نقطه دوم نمودار باید تعیین کنیم که چند سیکل n_2 از تنش $\sigma_2=S_{e,0}$ را می‌توان به ماده آسیب دیده قبل از واماندگی اعمال کرد.

چون $\sigma_2=S_{e,0}$ است N_2 (یعنی عمر ماده بکر تحت تنش σ_2) برابر با ۱۰^۶ است.

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

با استفاده از قانون ماینر داریم:

$$\frac{n_1}{N_1}+\frac{n_2}{N_2}=1$$

یا به بیان دیگر:

بنابراین:

$$n_2=\left(1-\frac{3\times10^3}{8.32\times10^3}\right)\times10^6=0.639\times10^6\ \text{cycles}$$

که این متناظر با استحکام عمر محدود S_{f2} در شکل می‌باشد.

××

خطی که بین S_{f1} و S_{f2} ترسیم شود مطابق قانون ماینر نمودار $S–N$ ماده آسیب دیده خواهد بود.

خط حاصل را امتداد می‌دهیم تا خط $N=10^6$ سیکل را قطع کرده و حد دوام جدید ماده آسیب دیده بدست آید.

××

ایرادات قانون ماینر

هرچند قانون ماینر بدلیل سادگی کاربرد زیادی دارد اما از دو جنبه با واقعیت تطابق ندارد.

اول اینکه طبق این معیار استحکام نهایی ماده یعنی S_{ut} بدلیل اعمال σ_1 آسیب دیده و کاهش می‌یابد (به شکل در $N=10^3$ توجه کنید).

$$\frac{n_1}{N_1}+\frac{n_2}{N_2}=\frac{n_2}{N_2}+\frac{n_1}{N_1}=1$$

در حالی‌که آزمون‌ها این دو پیش‌بینی را تصدیق نمی‌کنند.

××

روش قانون مانسون

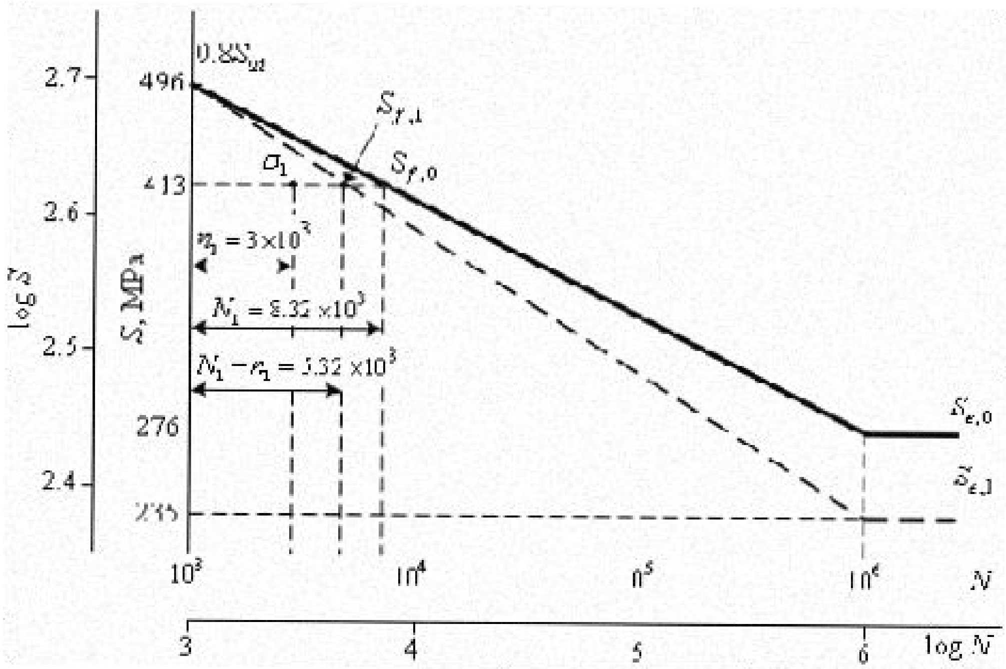
برای حل این دو نقیصه استفاده از قانون روش مانسون توصیه می‌گردد.

در روش مانسون همه خطوط در نمودار $S–N$ چه برای ماده بکر و چه برای ماده آسیب دیده باید در $N=10^3$ از نقطه $0.8S_{ut}$ بگذرند.

به منظور توضیح این روش به مثال قبل برمی‌گردیم.

نقطه اول به مختصات $(S_{f1}=\sigma_1=413,\ N_1\text{-}n_1=5320)$ به همان روش قبلی بدست می‌آید.

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx



xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

این نقطه را به نقطه $(0.8S_{ut},10^3)$ وصل می‌کنیم و خط حاصل را امتداد می‌دهیم تا خط 10^6 سیکل را قطع کند.

این نقطه تقاطع حد دوام ماده آسیب دیده را نشان می‌دهد.

مطابق شکل مثلاً تنش معکوس شونده 255Mpa هر تعداد سیکل هم که اعمال شود به حد دوام ماده بکر آسیب نمی‌زند (عمر نامحدود می‌دهد).

اما اگر بعد از آسیب ماده توسط σ_1=413Mpa اعمال شود سبب آسیب اضافی می‌شود (عمر محدود می‌دهد).

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

مسائل فصل پنجم

مسأله ۵-۱- استحکام حد دوام یک میله از جنس فولاد AISI 1035 باقطر 32mm که تحت ماشینکاری قرار گرفته است را پیدا کنید. استحکام کششی میله 710MPa است.

حل: استحکام حد دوام نمونه تیر دوار با استفاده از معادله (۵-۱) بدست می‌آید:

$S'_e = 0.5 \times S_{ut} = 0.5 \times 710 = 355 \text{ MPa}$

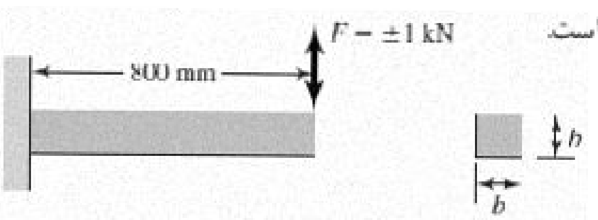
برای تعیین حد دوام قطعه واقعی باید از معادله مارین بهره گرفت: $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$

حال ضرایب اصلاح را محاسبه می‌کنیم. برای سطح ماشینکاری شده از معادله (۵-۷) و جدول (۵-۱) ضریب اصلاح سطح را بدست می‌آوریم: $k_a = aS_{ut}^b = 4.51 \times (710 \text{ MPa})^{-0.265} = 0.792$

ضریب اصلاح اندازه از معادله (۵-۸) بدست می‌آید: $k_b = 1.189 d^{-0.097} = 1.189(32 \text{ mm})^{-0.097} = 0.85$

سایر ضرایب اصلاح هم برابر با واحد است. در نتیجه: $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e = 0.792 \times 0.85 \times 355 = 238.8 \text{ MPa}$

مسأله ۵-۲- تیر مربعی و یکسرگیردار شکل زیر دارای طول 0.8m بوده و سر آزاد آن بار قائم کاملا معکوس شونده به بزرگی ±1KN را تحمل می‌کند. استحکام نهایی ماده ۵۷۰ MPa و استحکام تسلیم آن ۳۱۰ MPa است. اگر بخواهیم این تیر بار وارد شده را به تعداد 10^4 سیکل با ضریب اطمینان 1.5 تحمل کند ابعاد سطح مقطع آن باید چقدر باشد؟ از تمرکز تنش انتهای میله صرفنظر کنید. ماده تیر با نورد گرم ساخته شده است. ضریب f را در رابطه $S\text{-}N$ برابر با 0.9 فرض کنید.



حل: گشتاور و تنش در قسمت بحرانی (انتهای) تیر برابرند با:

$M_{max} = F_{max} \times l = 1000 \times 800 \times 10^{-3} = 800 \text{N.m}$ $M_{min} = F_{min} \times l = -1000 \times 800 \times 10^{-3} = -800 \text{N.m}$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}c}{I} = \frac{800 \times \frac{b}{2}}{\frac{1}{12} b \times b^3} = \frac{4800}{b^3} \quad \sigma_{min} = \frac{M_{min}c}{I} = \frac{-800 \times \frac{b}{2}}{\frac{1}{12} b \times b^3} = -\frac{4800}{b^3}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = 0 \qquad \sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right| = \frac{4800}{b^3}$$

استحکام حد دوام نمونه آزمون عبارت است از: $S'_e = 0.5 \times S_{ut} = 0.5 \times 570 = 285 \text{ MPa}$

برای اصلاح این حد دوام لازم است ابعاد مقطع را بدانیم. با توجه به اینکه ابعاد سطح مقطع مجهول است از یک حدس اولیه استفاده می‌کنیم که به نظر می‌رسد معقول‌ترین حدس اولیه همان جواب طراحی استاتیک باشد. به راحتی می‌توان نشان داد که در این مسأله تنش معادل وان‌میزز با تنش ماکزیمم برابر است. بنابراین طبق معیار وان‌میزز خواهیم داشت:

$$\sigma' = \sigma_{max} = \frac{S_y}{n} \quad \Rightarrow \quad \frac{4800}{b^3} = \frac{310\times10^6}{1.5} \quad \Rightarrow \quad b = 28.5\text{mm}$$

حال با استفاده از این مقدار، ضریب اصلاح اندازه را تعیین می‌کنیم:

$$d_e = 0.808b = 23.05\,\text{mm} \quad \Rightarrow \quad k_b = 1.189d^{-0.097} = 1.189\left(23.05\,\text{mm}\right)^{-0.097} = 0.877$$

ضریب اصلاح سطح هم مانند قبل بدست می‌آید: $k_a = aS_{ut}^b = 57.7\times\left(570\text{ MPa}\right)^{-0.718} = 0.606$

سایر ضرایب اصلاح هم برابر با واحد هستند: $k_c = k_d = k_e = k_f = 1$

بنابراین حد دوام اصلاح شده برابر است با: $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e = 0.606\times0.877\times285 = 151.5\text{ MPa}$

با توجه به اینکه عمر مورد نیاز کمتر از ۱۰^۶ دور است طراحی را برای عمر محدود انجام می‌دهیم.

$$b = -\frac{1}{3}\log\frac{0.9S_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3}\log\frac{0.9\times570}{151.5} = -0.1766 \qquad C = \log\frac{\left(0.9S_{ut}\right)^2}{S_e} = \log\frac{\left(0.9\times570\right)^2}{151.5} = 3.2398$$

$$S_f = 10^C N^b = 10^{3.2398}\left(10^4\right)^{-0.1766} = 341.5\text{ MPa}$$

برای بدست آوردن معادلات طراحی برای ناحیه عمر محدود کافیست در معادلاتی که برای عمر نامحدود داریم S_f را جایگزین S_e کنیم. در این مسأله چون تنش میانگین نداریم معادله طراحی بصورت مقابل خواهد بود: $\sigma_a = \frac{S_f}{n}$

$$\Rightarrow \quad \frac{4800}{b^3} = \frac{341.5\times10^6}{1.5} \quad \Rightarrow \quad b = 27.6\text{mm}$$

با توجه به اینکه اندازه بدست آمده کمتر از مقدار حدس اولیه است بنابراین باید بار دیگر محاسبات را تکرار کنیم:

$$d_e = 0.808b = 22.3\text{mm} \quad \Rightarrow \quad k_b = 1.189d^{-0.097} = 1.189\left(22.3\text{mm}\right)^{-0.097} = 0.8798$$

سایر ضرایب اصلاح بدون تغییر نکرده و خواهیم داشت:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e = 0.606\times0.8798\times285 = 151.95\text{ MPa}$$

$$b = -\frac{1}{3}\log\frac{0.9S_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3}\log\frac{0.9\times570}{151.95} = -0.1761 \qquad C = \log\frac{\left(0.9S_{ut}\right)^2}{S_e} = \log\frac{\left(0.9\times570\right)^2}{151.95} = 3.2385$$

$$S_f = 10^C N^b = 10^{3.2385}\left(10^4\right)^{-0.1761} = 342.1\text{ MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{S_f}{n} \quad \Rightarrow \quad \frac{4800}{b^3} = \frac{342.1\times10^6}{1.5} \quad \Rightarrow \quad b = 27.6\text{mm}$$

چون جواب به دست آمده در قسمت قبل در این قسمت هم تکرار شد لذا حل همگرا شده و $b = 27.6\text{mm}$ جواب مسأله است.

مسأله ۵-۳- یک میله فولادی با حداقل خواص مکانیکی $S_{ut} = 551\,\text{MPa}$ ، $S_y = 413\,\text{MPa}$ ، $S_e = 276\text{MPa}$ تحت تنش پیچشی ثابت 103 MPa و تنش خمشی متناوب 172 MPa قرار گرفته است. ضریب اطمینان این میله را برای شکست استاتیک و همچنین ضریب اطمینان را برای عمر بینهایت یا عمر مورد انتظار آن را در ناحیه عمر محدود پیدا کنید. برای آنالیز خستگی از دو معیار زیر استفاده کنید: الف: معیار گودمن اصلاح شده ب: معیار بیضوی ASME

حل: برای بارگذاری خمشی تنش‌ها عبارتند از:

$$\sigma_{max} = 172\,\text{MPa} \quad , \quad \sigma_{min} = -172\,\text{MPa} \quad , \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = 0 \quad , \quad \sigma_a = \left|\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}\right| = 172\,\text{MPa}$$

و برای بارگذاری پیچشی:

$$\tau_{max} = 103\,\text{MPa} \quad , \quad \tau_{min} = 103\,\text{MPa} \quad , \quad \tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2} = 103\,\text{MPa} \quad , \quad \tau_a = \left|\frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2}\right| = 0$$

چون ترکیبی از تنش‌های نرمال و برشی به قطعه وارد می‌شود باید همانند طراحی استاتیک تنش معادل وان- میزز را بدست آوریم:

$$\sigma'_m = \sqrt{(\sigma_m)^2 + 3(\tau_m)^2} = \sqrt{0 + 3\times 103^2} = 103\sqrt{3} = 178.4\,\text{MPa}$$
$$\sigma'_a = \sqrt{(\sigma_{a,bending})^2 + 3(\tau_a)^2} = \sqrt{172^2 + 0} = 172\,\text{MPa}$$

حل برای طراحی استاتیک از معادله خط لانگر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\sigma'_a}{S_y} + \frac{\sigma'_m}{S_y} = \frac{1}{n_{static}} \quad \Rightarrow \quad n_{static} = \frac{S_y}{\sigma'_a + \sigma'_m} = \frac{413}{172 + 178.4} = 1.18$$

برای طراحی خستگی مطابق با معیار گودمن اصلاح شده داریم:

$$\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_{dynamic}} \quad \Rightarrow \quad \frac{172}{276} + \frac{178.4}{551} = \frac{1}{n_{dynamic}} \quad \Rightarrow \quad n_{dynamic} = 1.06$$

برای معیار بیضوی ASME نیز داریم:

$$\left(\frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_y}\right)^2 = \frac{1}{n_{dynamic}{}^2} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{172}{276}\right)^2 + \left(\frac{178.4}{413}\right)^2 = \frac{1}{n_{dynamic}{}^2} \quad \Rightarrow \quad n_{dynamic} = 1.32$$

مسأله ۵-۴- یک قطعه از ماشین به مدت 4×10^3 سیکل تحت تنش $\pm48\text{MPa}$ و سپس به مدت 6×10^4 سیکل تحت تنش $\pm38\text{MPa}$ و در نهایت تحت تنش $\pm32\text{MPa}$ قرار می گیرد. این قطعه تحت آخرین بارگذاری در چند سیکل می‌تواند بدون شکست کارکند. برای قطعه مورد نظر $S_{ut} = 76\text{MPa}$ ، $f = 0.9$ و حد دوام تصحیح شده $S_e = 30\,\text{MPa}$ است.

الف: ازروش ماینر استفاده کنید. ب: از روش مانسون استفاده کنید.

حل: چون تنش‌های وارده از حد دوام قطعه بیشتر هستند پس قطعه عمر بینهایت نداشته و در ناحیه عمر محدود قرار دارد. در ابتدا عمر متناظر با هریک از تنش‌ها را بدست می آوریم:

$$b=-\frac{1}{3}\log\frac{fS_{ut}}{S'_e}=-\frac{1}{3}\log\frac{0.9S_{ut}}{S'_e}=-\frac{1}{3}\log(\frac{0.9\times 76}{30})=-0.11931$$

$$C=\log\frac{\left(fS_{ut}\right)^2}{S'_e}=\log\frac{\left(0.9S_{ut}\right)^2}{S'_e}=2.193$$

$$N=10^{-C/b}\,{S'_f}^{1/b}=10^{-C/b}\,{\sigma_a}^{1/b}\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}N_1=10^{-2.193/-0.11931}48^{1/-0.11931}=19468\\ N_2=10^{-2.193/-0.11931}38^{1/-0.11931}=137940\\ N_3=10^{-2.193/-0.11931}32^{1/-0.11931}=582420\end{cases}$$

الف) با استفاده از روش ماینر: زیرا در روش ماینر از فرمول زیر استفاده می‌کنیم که در آن N متناظر با عمر ماده بکر تحت تنش اعمالی است:

$$\frac{n_1}{N_1}+\frac{n_2}{N_2}+\frac{n_3}{N_3}=1\quad\Rightarrow\quad\frac{4\times 10^3}{19468}+\frac{6\times 10^4}{137940}+\frac{n_3}{582420}=1\quad\Rightarrow\quad n_3=209420$$

پس بر اساس روش ماینر قطعه می‌تواند قبل از شکست به مدت 209420 سیکل تحت تنش $\pm 32\,\text{MPa}$ کار کند.

ب) با استفاده از روش مانسون: در روش مانسون بعد از هر بار اعمال تنش باید نمودار S-N جدید را تعیین کنیم. به منظور رسم نمودار S-N نیاز به دو نقطه از آن داریم که نقطه $\left(fS_{ut},10^3\right)=\left(0.9\times 76,10^3\right)$ در همه نمودارها مشترک است. بعد از اعمال تنش σ_1 نقطه دوم نمودار عبارت است از: $\left(\sigma_1,N_{R1}=N_1-n_1\right)=\left(48,19468-4000=15468\right)$.

حال با کمک این دو نقطه ضرایب مربوط به فرمول ناحیه عمر محدود را تعیین می‌کنیم:

$$\log S'_f=b\log N+C\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}\log\left(0.9\times 76\right)=b\log 10^3+C\\ \log 48=b\log 15468+C\end{cases}\quad\Rightarrow\quad b=-0.1294\quad,\quad C=2.2233$$

با کمک ضرایب بدست آمده عمر قطعه تحت تنش σ_2 را تعیین می‌کنیم:

$$N=10^{-C/b}{\sigma_2}^{1/b}=10^{-2.2233/-0.1294}38^{1/-0.1294}=93989$$

اکنون بعد از اعمال تنش σ_2 باید نمودار S-N جدید را بدست آوریم. نقطه دوم نمودار در این حالت عبارت است از:

$$\left(\sigma_2,N_{R2}=N-n\right)=\left(38,93989-60000=33989\right)$$

بنابراین:

$$\log S'_f=b\log N+C\quad\Rightarrow\quad\begin{cases}\log\left(0.9\times 76\right)=b\log 10^3+C\\ \log 38=b\log 33989+C\end{cases}\quad\Rightarrow\quad b=-0.1667\quad,\quad C=2.3353$$

با کمک ضرایب بدست آمده می‌توان عمر قطعه تحت تنش σ_3 را تعیین نمود:

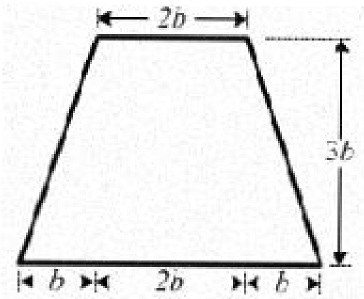
$$n_3 = 10^{-C/b}\,\sigma_2^{1/b} = 10^{-2.3353/-0.1667}\,32^{1/-0.1667} = 95478$$

یعنی قطعه تحت تنش σ_3 به مدت 95478 سیکل عمر خواهد کرد.

مسأله ۵-۵- نسبت تنش (σ_a/σ_m) را در نقاط گذار از واماندگی خستگی به تسلیم برای معیار واماندگی گودمن- لانجر در حالتهای تنش میانگین کششی و فشاری بدست آورید. (همراه با راه‌حل و رسم نمودار واماندگی مربوطه).

حل: به عهده دانشجو **پاسخ:** برای طرف فشاری: $\dfrac{\sigma_a}{\sigma_m} = \dfrac{S_e}{S_e - S_y}$ برای طرف کششی: $\dfrac{\sigma_a}{\sigma_m} = \dfrac{S_e\left(S_u - S_y\right)}{S_u\left(S_y - S_e\right)}$

مسأله ۵-۶- قطر معادل (برای محاسبه ضریب اصلاح اندازه k_b) را برای مقطع غیردوار مقابل بدست آورید.



حل: به عهده دانشجو **پاسخ:** $d_e = 1.5b$