

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام دوستای عزیز. ایام به کام!

لینک PDF شامل تمام نمونه سوالات استاد مسافر میباشد.

واحد جزوه و نمونه سوال وبلاگ کلاس ۳۰۵

دبیرستان علامه صدرتهرانی

ممد جواد قزوینی

علیرضا امیر

سید علیرضا خفصر

ممد رضا طیب سنانر



Helli305.ir

۱۰ / ۵ / ۹۳

عبارت‌ها و

معادله

درجه دوم

ط) m را طوری بیابید که معادلات $x^2 + 2x + m = 0$ و $x^2 - 2x - 2m = 0$ یکی ریشه مشترک داشته باشند و بعد به ازای این مقدار m ، ریشه های دو معادله را بیابید.

د) در هر مورد زیر α, β ریشه های معادله (۱) اند. m را طوری بیابید که α, β در معادله (۲) صدق کنند:

$$I) \begin{cases} mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0 & (1) \\ \Sigma(\alpha + \beta) = 7\alpha\beta & (2) \end{cases} \quad ; \quad II) \begin{cases} (m-1)x^2 - 2mx - 3m + 1 = 0 & (1) \\ 2\alpha - 3\beta = 5 & (2) \end{cases}$$

ک) ریشه معادله m را طوری بیابید که عبارت

$$P = (m^2 - 1)x^2 + 2(m-1)x + 2$$

(۱) به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ مثبت باشد.

(۲) دو ریشه حقیقی داشته باشد.

(۳) دو ریشه مثبت داشته باشد.

(۴) دو ریشه باشد x_1, x_2 داشته باشد که $x_1 > 0 > x_2$ و $|x_1| > |x_2|$

(۵) بر حسب مقادیر مختلف m تعداد و علامت ریشه های P را تعیین کنید.

(۶) دو ریشه حقیقی داشته باشد یکی نزدیکتر از ۱، دیگری کوچکتر از ۱.

$$x > 1, P < 1$$

(۷) دو ریشه در بازه $(0, 1)$ داشته باشد.

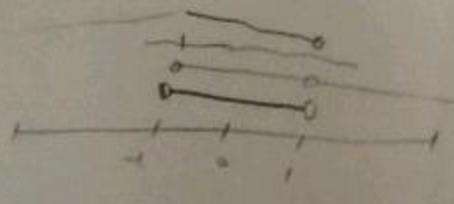
ل) معادله درجه دومی بنویسید با ریشه های α, β که

$$\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 7 \\ (\alpha + 2)(\beta + 2) = 20 \end{cases}$$

م) نمودار تابع با ضابطه $y = x^2 + mx + 6 - m^2$ به ازای کدام مقادیر m از ناحیه

چهارم مختصات نمی گذرد؟

$$\begin{aligned} 2m^2 - 2 \\ 1 - 1m^2 + 4m^2 + 4 - 1m \\ -1m^2 \\ -5m^2 + 4m + 4 \\ 2x = 9x + 2 \\ 2y - 2x \\ 11 \\ 42.5F \end{aligned}$$



دامد هـ

و

بد

ناب ع

تمرین حسابان

تابع - دامنه و برد

الف) دامنه تابعها با ضابطه های زیر را بیابید :

$$y = \sqrt{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x+1}} \quad (۲ : ۰)$$

$$y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x-|x|}} \quad (۱)$$

$$y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{[x]} \quad (۴ :)$$

$$y = \sqrt{\sqrt{x^2+7x-6} - x - 3} \quad (۳)$$

$$y = \sqrt{x+2 - [2x]} \quad (۷ :)$$

$$y = \sqrt{x+1} - \sqrt{1-2x} \quad (۵)$$

$$y = \log_2 \log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{2}}(x+1) \quad (۸ :)$$

$$y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x} \quad (۷)$$

$$y = \frac{1}{|2x-3| - |x-1|} \quad (۱۰ :)$$

$$y = \frac{1}{[x] + [1-x]} \quad (۹)$$

ب) برد تابعها با ضابطه های زیر را بیابید :

$$y = \sqrt{2x - x^2 + 1} \quad (۲ :)$$

$$y = -2x^2 + x \quad (۱)$$

$$y = \left[\frac{x^2+x}{x^2+x-2} \right] \quad (۴ :)$$

$$y = x + \frac{2}{x-5} \quad (۳)$$

$$y = |x-1| - |x+2| \quad (۷ :)$$

$$y = |x-1| + |x+2| \quad (۵)$$

$$y = x - \sqrt{2-x^2} \quad (۸ :)$$

$$y = \sqrt{\frac{1-|x|}{1+|x|}} \quad (۷)$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{1-bx}} \quad (10)$$

$$y = \sqrt{x-1} - \sqrt{x-4} \quad (9)$$

(ج) دامنه تابعها با ضابطه های زیر را به ازای مقادیر مختلف a بیابید.

$$y = \sqrt{\frac{(a-1)x + a + 1}{x-1}} \quad (11)$$

$$y = \sqrt{2x^2 + ax} \quad (1)$$

(د) فرض کنید $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx}$. همه مقادیر a را بیابید که به ازای هر کدام از آنها دست کم

یکی مقدار مثبت از f وجود دارد که به ازای آن دامنه f برابرند.

اعمال

روث وابع

و فرکی

نواب عم

اعمال در ری توابع و ترکیب تابعها

الف) در هر کدام از موارد زیر تابعهای $\frac{f}{g}$ ، $f+g$ ، $f \circ g$ و $f \circ f$ را مشخص کنید:

$$1) f = \{(0, 1), (1, 2), (3, 4), (4, 2), (-5, 0), (7, 4)\}$$

$$g = \{(1, -2), (3, 7), (4, 0), (5, 2), (-6, 7), (8, 0)\}$$

$$2) f(x) = \sqrt{9-x^2}$$

$$g = \{(2, 0), (3, 2), (4, 1), (5, 7), (-1, 2), (1, 0), (0, 4)\}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \geq 1 \\ 1-x & x < 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad g(x) = \begin{cases} x-2 & x \geq 2 \\ -2x-2 & -2 \leq x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$4) f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \leq 1 \\ x-2 & x > 2 \end{cases} \quad \text{و} \quad g(x) = \begin{cases} 2x-1 & x > 0 \\ -x-2 & x < -1 \end{cases}$$

ب) اگر f تابعی باشد که دامنه هر کدام از تابعها با ضابطه های زیر را بنویسید:

$$1) g(x) = f(2x-1) \quad ; \quad 2) h(x) = f\left(\frac{[x]-1}{x-1}\right) \quad ; \quad 3) t(x) = 1-2f(x^2-1)$$

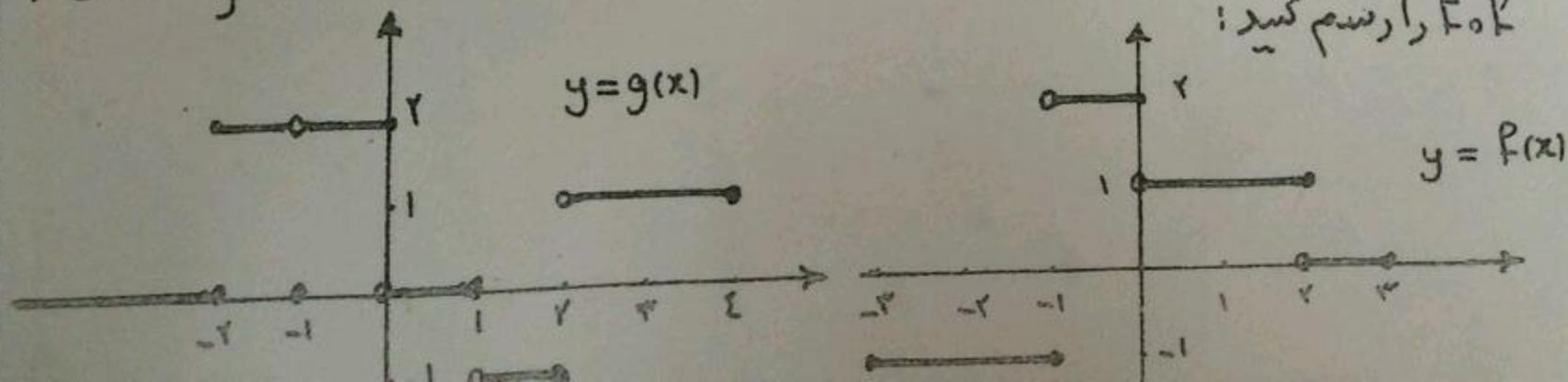
ج) کدام حفته از تابعها با ضابطه های زیر با هم برابرند؟

$$1) f(x) = 0 \quad , \quad g(x) = \left[\frac{1}{x^2+1} \right] \quad , \quad h(x) = \left[\frac{x^2}{x^2+1} \right]$$

$$2) f(x) = \sqrt{1+\tan^2 x} \quad , \quad g(x) = \frac{1}{\cos x} \quad , \quad h(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\sin x}}$$

$$3) f(x) = \frac{\sqrt{x^2-x-2}}{\sqrt{x^2-4x+3}} \quad , \quad g(x) = \sqrt{\frac{x^2-x-2}{x^2-4x+3}}$$

د) اگر نمودار تابعهای f و g به شکل زیر باشد نمودار تابعهای $f \circ g$ ، $\frac{f}{g}$ ، $f-g$ را رسم کنید:



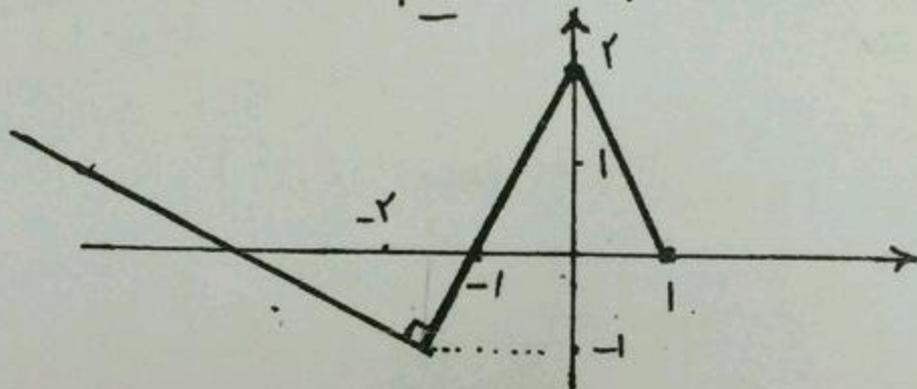
ه) اگر $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x-2$ صابطه تابع f را بیابید.

ز) اگر به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ ، $f(x-1) + f(1-x) = 2x-1$ تابع f را بیابید.

و) اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ دامنه تابع $f \circ f \circ f \circ f$ را بیابید.

ز) مقدار $f(2012) \circ f(2011) \circ \dots \circ f(1391)$ را بیابید.

ز) اگر نمودار تابع با صابطه $y = f(x)$ به شکل زیر باشد همه جوابهای معادله



$f(f(x)) = 0$ را بیابید.

ح) 1) همه تابعها مانند $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ را بیابید که به ازای هر سه عدد حقیقی x, y, z

$$f(x+y) + f(y+z) + f(z+x) \geq 3f(x+2y+3z)$$

2) همه تابعها مانند $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ را بیابید که به ازای هر دو عدد حقیقی x, y

$$f((x-y)^2) = f(x)^2 - 2xf(y) + y^2$$

ط) $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعهایی اند که به ازای هر دو عدد حقیقی x, y

$$f(x+g(y)) = 2x+y+5$$

صابطه $g(x+f(y))$ را به طور صریح بر حسب x, y بیابید.

واردون

شعب

تابع وارون

الف) درستی یا نادرستی هر کدام از گزاره های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید:

(۱) اگر f ، h تابعهای f باشند که به ازای هر $x \in D_h$ ، $f(h(x)) = x$ ، $D_h = R_f$ ، f

۱-۱ باشد آن وقت به ازای هر $x \in D_f$ ، $h(f(x)) = x$ ، در نتیجه $h = f^{-1}$.

(۲) اگر f ، h تابعهای f باشند که به ازای هر $x \in D_h$ ، $f(h(x)) = x$ ، در ضمن $D_h = R_f$ ،

$D_f = R_h$ آن وقت به ازای هر $x \in D_f$ ، $h(f(x)) = x$ ، در نتیجه f وارون پذیر است، $h = f^{-1}$.

(۳) اگر $f: A \rightarrow B$ ، $h: B \rightarrow A$ تابعهای f باشند که به ازای هر $x \in B$ ، $f(h(x)) = x$ ، آن وقت f برعکس است.

(۴) اگر f ، h تابعهای f باشند که به ازای هر $x \in D_f$ ، $h(f(x)) = x$ ، آن وقت f ، ۱-۱ و در نتیجه وارون پذیر است.

(۵) اگر f ، h تابعهای f باشند که به ازای هر $x \in D_h$ ، $f(h(x)) = x$ ، آن وقت f وارون پذیر، h وارون f است.

(۶) اگر f ، h تابعهای f باشند که به ازای هر $x \in D_f$ ، $h(f(x)) = x$ ، آن وقت f وارون پذیر، h وارون f است.

(۷) اگر f تابعی ۱-۱، h تابعی باشد که به ازای هر $x \in D_h$ ، $f(h(x)) = x$ ، آن وقت

$$h = f^{-1}$$

(۸) اگر f ، h تابعهای f باشند که $D_h = R_f$ ، به ازای هر $x \in D_h$ ، $f(h(x)) = x$ ،

آن وقت f وارون پذیر است، $h = f^{-1}$.

۹) اگر f, h تابعانی باشند که $D_f = R_h$ به ارای هر $x \in U_h$ $f(h(x)) = x$

آن وقت f وارون پذیر است، $h = f^{-1}$

ب) وارون پذیری هر کدام از تابعها با صابطه های زیر را بررسی کرده و در صورت وارون پذیری

وارون آنها را بنویسید:

۱) $f: [\frac{1}{2}, +\infty) \rightarrow R$
 $f(x) = x^2 - x + 1$

۲) $f: (-\infty, \frac{1}{2}] \rightarrow R$
 $f(x) = x^2 - x + 1$

۳) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ -\sqrt{1-x} & x < 1 \end{cases}$

۴) $h(x) = \frac{|x|}{x+1}$

۵) $g(x) = \frac{x}{|x|+1}$

۶) $t(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

۷) $f(x) = x + [x]$

۸) $g(x) = [x] + \sqrt{x - [x]}$

ج) ۱) ثابت کنید نمودار تابع با صابطه $f(x) = x^2 - x + 1$ در یک طرف خط به معادله $y = x$

قرار دارد و بعد معادله $f^{-1}(x) = f(x)$ را حل کنید.

۲) محل برخورد نمودار تابع با صابطه $f(x) = x^2 - x$ و تابع وارون آن را در بازه $[1, +\infty)$

بنویسید.

د) اگر f تابعی وارون پذیر باشد ثابت کنید هر کدام از تابعها با صابطه های زیر هم وارون پذیرند

و وارون آنها را بررسی f به دست آورید:

۱) $g(x) = 1 - \frac{2f(3-fx)}{5}$

۲) $h(x) = \frac{3f(x)-1}{2-f(x)}$

$f(x) = x^2$

$h(x) = \sqrt{x}$

شابع ہما

زوج و فہرد

و معبود و نزول

تابع (۴) - تابعهای زوج و فرد - صعودی و نزولی

(۱) الف) اگر f و g تابعهای فرد باشند در مورد زوجی یا فردی تابعهای $f+g$ ، $f \times g$ چه می توان گفت؟

ب) اگر $f+g$ و $f-g$ تابعهای زوج باشند f زوج است یا فرد؟

ج) اگر f تابعی فرد و g تابعی زوج باشد $f \times g$ فرد است یا زوج؟

(۲) زوجی یا فردی هر کدام از تابعها با ضابطه های زیر را مشخص کنید:

الف) $f(x) = |2x-1| - |2x+1|$ ب) $g(x) = \sin^2 x - \sin x$

ج) $h(x) = \left[\frac{1}{x+2012} \right] + \left[\frac{x-2012}{x-2012} \right]$ د) $k(x) = \log(\sqrt{x^2+1} + x)$

ه) $t(x) = (-1)^{[x]} ([x] + [-x])$ و) $p(x) = \begin{cases} 0 & x \geq 1 \\ 2-2x & 0 < x < 1 \\ 2+2x & -1 < x < 0 \\ 0 & x \leq -1 \end{cases}$

۳) تابع $f(x) = \begin{cases} -2x+2 & x \geq 1 \\ x+2 & x < 1 \end{cases}$ را به صورت مجموع یک تابع زوج و یک تابع

فرد بنویسید.

۴) الف) تابع f را طوری بسازید که تابع f با ضابطه زیر فرد باشد:

$$f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} + x^3 & x > 0 \\ g(x) & x \leq 0 \end{cases}$$

ب) قسمت الف) را در مورد تابع f زیر حل کنید:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-x}{\sqrt{x+2}} & x > 0 \\ g(x) & x < 0 \end{cases}$$

(5) (الف) صعودی یا نزولی بودن تابعها با ضابطه‌های زیر را مشخص کنید:

(الف) $f(x) = \sqrt{x-1} - \sqrt{x}$

(ب) $g(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1-x}}$

(ج) $\begin{cases} h: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} \\ h(x) = \frac{x}{x^2+1} \end{cases}$

(د) $t(x) = x + [x]$

(ه) $k(x) = \begin{cases} 2x-2 & x > 1 \\ -x^2 & x \leq 0 \end{cases}$

(و) $p(x) = x^5 + x^3 + x + 1$

(6) (الف) اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی نزولی اند باشد و $f(1) = 2$ دامنه تابع با ضابطه

$$g(x) = \sqrt{(f(x)-2)(x^2-4)}$$

دانشد.

(ب) اگر در قسمت (الف) ، $f(1) = 2$ ، دامنه تابع و را بر حسب مقادیر مختلف a باید

(7) (الف) اگر f و g تابعهای صعودی اند باشد $f+g$ و $f \times g$ صعودی اند

یا نزولی؟ (چه می‌توان گفت؟)

(ب) اگر f و g تابعهای نزولی اند باشد تابع $f \circ g$ و $f \times g$ صعودی اند یا نزولی است

(8) ثابت کنید تابع $f: [\frac{3}{4}, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ صعودی اند است .
 $f(x) = x^2 - 3x + 1$

(9) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ و $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعهای صعودی اند که به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ $f(x) \leq g(x)$

ثابت کنید به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ ، $f(f(x)) \leq g(g(x))$

(10) همه مقادیر a را طوری بیابید که تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + ax$ روی \mathbb{R}

صعودی اند باشد .

شاه مع ها

یک به یک و

بی وقتنا و

وارون

ه) تابع $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ مفروض است. ثابت کنید f

دارون پذیر است. دو تابع متمم مانند $h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ و $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ بیابید که $g \circ f = h \circ f = I_{\mathbb{R}^+}$

و) الف) آیا مجموع دو تابع دارون پذیر و دارون پذیر است؟

ب) اگر $f \circ f$ دارون پذیر باشد آیا f هم دارون پذیر است؟

ز) اگر

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & x > 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases} \quad , \quad g(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ x-1 & x < 0 \end{cases}$$

ثابت کنید $g \circ f$ دارون پذیر است، و $h \circ f$ ثابت کنید h نه یک به یک

است و نه یوسا سی و دارون پذیر نیست.

ح) اگر f تابعی دارون پذیر باشد ثابت کنید هر کدام از تابعها با ضابطه های زیر هم

دارون پذیرند و وارون آنها را بر حسب f^{-1} بنویسید:

۱) $g(x) = \frac{1 - 2f(3-2x)}{5}$

۲) $h(x) = \frac{3f(x) - 1}{2 - f(x)}$

ط) ۱) ثابت کنید نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - x + 1$ در یک طرف خط به معادله $y = x$

قرار دارد و بعد معادله $f^{-1}(x) = f(x)$ را حل کنید.

۲) محل برخورد نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 - x$ و تابع وارون آن را در بازه

$[1, +\infty)$ بیابید.

ی) اعداد a, b, c را طوری بیابید که وارون تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x-a}{bx-c}$ خودش شود.

ک) همه معادله a را طوری بیابید که تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه زیر یوسا شود:

$$f(x) = \begin{cases} a-x^2 & x \leq 0 \\ a(x+1)-x & x > 0 \end{cases}$$

تمرین حسابان
تابع (۵) - تابعها ۱-۱، یوسا و تابع وارون

تمرین حسابان

الف) وارون پذیری هر کدام از تابعها با ضابطه های زیر را بررسی کرده و در صورت وارون پذیری وارون آن را مشخص کنید:

۱) $f: [\frac{1}{r}, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^2 - x + 1$

۲) $g: (-\infty, \frac{1}{r}] \rightarrow \mathbb{R}$
 $g(x) = x^2 - x + 1$

۳) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ -\sqrt{1-x} & x < 0 \end{cases}$

۴) $h(x) = \frac{|x|}{x+1}$

۵) $t(x) = \frac{x}{|x|+1}$

۶) $k(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

۷) $m(x) = x + [x]$

۸) $g(x) = [x] + \sqrt{x - [x]}$

ب) ثابت کنید تابع با ضابطه $f(x) = 2 - \frac{x}{1+2|x|}$ تزویجی اندک و در نتیجه وارون پذیر است و وارون f را هم بیابید.

ج) ثابت کنید اگر تابع f صعودی اندک (تزویجی اندک) باشد وارون آن هم روی بردار صعودی اندک (تزویجی اندک) است.

د) الف) اگر $f: A \rightarrow B$ و $g: B \rightarrow A$ دو تابع باشند که به ازای هر $x \in B$

$f(g(x)) = x$ آیا f وارون پذیر است و $f^{-1} = g$ ؟

ب) اگر $f: A \rightarrow B$ و $g: B \rightarrow A$ دو تابع باشند که به ازای هر $x \in A$

$g(f(x)) = x$ آیا f وارون پذیر است و $f^{-1} = g$ ؟

نقہ سیدم

چند جملہ ا

ہا

تمرین حسابان

تقسیم چند جمله ایها

(۱) خارج قسمت و باقیمانده تقسیم $x^7 - 2x^6 + 5x^2 - 1$ را بر $x^2 - 2$ بیابید.

(۲) اگر چند جمله ای $x^3 + ax + 1$ بر $x^2 - 3x + b$ بخش پذیر باشد مقدار $a + 2b$ چند است؟

(۳) اگر چند جمله ای $x^7 + ax^6 + bx^3 + 1$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد a ، b را به دست آورید؟

(۴) باقیمانده تقسیم چند جمله ای درجه m در $P(x)$ بر $x - 1$ ، $x - 2$ ، $x - 3$ به ترتیب 1 ، 2 ، 1 شده است. $P(x)$ را بیابید.

(۵) m ، n را طوری بیابید که باقیمانده تقسیم چند جمله ای $x^m + nx$ بر $x^2 - x - 2$ برابر $2x + 7$ شود.

(۶) اگر باقیمانده تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $x^2 - 4$ برابر $45 - 12x$ ، باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر

$x^2 - 1$ برابر $7 - 9x$ باشد باقیمانده تقسیم $P(x)$ را بر $x^2 - 3x + 2$ بیابید.

(۷) چند جمله ای درجه سوم $P(x)$ را طوری بیابید که در تقسیم بر $x + 1$ ، $x + 2$ ، $x + 3$

همه با باقیمانده ۳ شود و بر $x - 1$ بخش پذیر باشد.

(۸) اگر باقیمانده تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $x - 1$ ، $x - 2$ ، $x - 3$ به ترتیب 3 ، 7 ، 13

باشد، باقیمانده تقسیم $P(x)$ را بر $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ به دست آورید.

(۹) باقیمانده تقسیم x^{2014} را بر $x^2 + x + 1$ بیابید.

(۱۰) ثابت کنید به ازای هر k عدد طبیعی مانند m ، n ، p ، k چند جمله ای $x^m + x^{m+1} + x^{m+2} + x^{m+3} + \dots + x^{m+k}$

بر چند جمله ای $x^3 + x^2 + x + 1$ بخش پذیر است.

(11) اگر $ax^2 - x^2 + b$ بر $x^2 + 1$ بخش پذیر باشد، باقیمانده تقسیم $x^2 - 2ax^2 + 3x^2 + b$

را بر $x^2 + 1$ باید

(12) اگر $n \in \mathbb{N}$ ثابت کسند چند جمله‌ای $nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1$ بر $(x-1)^2$ بخش پذیر است

(13) اگر باقیمانده تقسیم $x^3 - ax^2 + bx + 2$ بر $(x-1)^2$ برابر $2x$ باشد، a و b را باید

(14) اگر باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $x-2$ برابر 5 باشد باقیمانده تقسیم $P(x^2+x)$ را بر $x-1$ باید

باید

(15) چند جمله‌ای درجه چهارم $P(x)$ را طوری باید که $P(x+1)$ بر $(x-1)^2$ و $P(x-1)$ بر $(x+1)^2$ بخش پذیر باشد و $P(1) = 1$.

بر $(x+1)^2$ بخش پذیر باشد و $P(1) = 1$.

(16) معادیر a و b را طوری باید که چند جمله‌ای $x^4 + 1$ بر $x^2 + ax + b$ بخش پذیر باشد

(17) ثابت کسند چند جمله‌ای $x^{999} + x^{888} + x^{777} + \dots + x^{111} + 1$ بر چند جمله‌ای

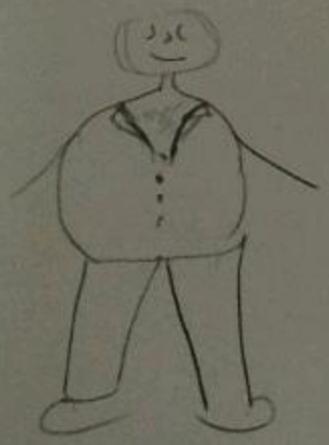
$$x^9 + x^8 + x^7 + \dots + x + 1$$

بخش پذیر است

(18) همه چند جمله‌ای‌ها مانند $P(x)$ را باید که به ازای هر x

$$x \cdot P(x-1) = (x-1) P(x)$$

$$x(x-1)(x-1)$$



ياد آود

,

مشقات

مثلثات (یادآوری (۱))

الف) در هر کدام از موارد زیر مقدار یکی از نسبتهای مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. مقدار قسیده نسبتهای مثلثاتی آن زاویه را بنویسید:

۱) $\sin \theta = -\frac{5}{13}$ ، $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ۲) $\cos \theta = \frac{7}{25}$ ، $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

۳) $\tan \theta = -\frac{3}{5}$ ، $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ۴) $\cos \theta = -\frac{5}{12}$ ، $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

ب) در هر کدام از موارد زیر مقدار هر کدام از نسبتهای مثلثاتی زاویه داده شده را بنویسید:

۱) $\theta = -93^\circ$ ۲) $\theta = 1500^\circ$

۳) $\theta = \frac{15\pi}{8}$ ۴) $\theta = -\frac{35\pi}{7}$

ج) درستی عبارتهای زیر را ثابت کنید:

۱) $\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{2}{\cos x}$

۲) $\sin 20^\circ + 2 \sin 17^\circ - \cos 5^\circ + 3 \sin 34^\circ - 4 \cos 11^\circ = \sin 2^\circ$

۳) $\tan(\alpha - 5\pi) \cot(\alpha + 7\pi) - \cos(3\pi - \alpha) \cos(\alpha - 3\pi) = \sin^2 \alpha$

۴) $\frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x} + \frac{\cot^2 x}{1 + \cot^2 x} = \frac{1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x}{\sin x \cos x}$

۵) $\sec^2 x + \frac{\sin^2 x}{1 + \tan^2 x} - \frac{\cos^2 x}{1 + \cot^2 x} - \tan^2 x = 1$

۶) $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{2 \cos^2 x - 1}{\cos^2 x (1 - \tan^2 x)} = \frac{2 \tan x}{\tan x - 1}$

(د) اگر $\sin \alpha = \frac{a}{r}$ و ارتفاع کمان در بر روی زاویه α ، با ضلع دوم دایره متعلق باشد

عبارت های زیر را حساب کنید:

1) $\cos(\frac{r\pi}{r} - \alpha)$ 2) $\sin(\frac{r\pi}{r} + \alpha)$ 3) $\tan(-\frac{2\pi}{r} + \alpha)$ 4) $\cos(\frac{r\pi}{r} + \alpha)$

(ه) اگر $a^2 = b + r$ $\left\{ \begin{array}{l} \tan^2 x + \cos^2 x = a \\ \tan^2 x + \sin^2 x = b \end{array} \right.$

(ز) اگر $a \sin^2 x - b \cos^2 x = a - b$ $b \sin^2 x + a \cos^2 x = \frac{ab}{a+b}$

(و) عددی عددی عبارت های زیر را بسازید:

1) $\cos \frac{\pi}{n} + \cos \frac{2\pi}{n} + \cos \frac{3\pi}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\pi}{n}$

2) $\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \sin \frac{3\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n}$

3) $\cos(\frac{\pi}{2} - x) \cos(\frac{\pi}{2} + x) - \sin(\frac{\pi}{2} - x) \sin(\frac{\pi}{2} + x)$

4) $\cos \frac{\pi}{n} + \cos \frac{2\pi}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\pi}{n}$ ($n \in \mathbb{N}$)

5) $\frac{\sin 15^\circ \cos 12^\circ + \cos 12^\circ \cot 135^\circ}{\sin 15^\circ \tan 110^\circ + \cot 135^\circ \tan(-75^\circ)}$

6) $\frac{r \sin \frac{9\pi}{10} - \sin \frac{7\pi}{10} + \sin \frac{13\pi}{10} - r \cos \frac{3\pi}{10}}{\cos(-\frac{3\pi}{10}) + r \cos \frac{13\pi}{10} - \sin \frac{19\pi}{10}}$

7) $\frac{r \sin \frac{5\pi}{10} + \sin(-\frac{\pi}{10}) + \sin \frac{9\pi}{10} - r \sin \frac{11\pi}{10}}{\cos(-\frac{\pi}{10}) \tan \frac{11\pi}{10} + r \cos \frac{7\pi}{10} + \sin \frac{19\pi}{10}}$

8) $\frac{\tan(\alpha + \frac{7\pi}{r}) + \sin(\sqrt{\alpha} - \alpha) + r \cos(\alpha - \frac{11\pi}{r}) + \cot(\alpha - 12\pi)}{\cos(\alpha - \frac{2\pi}{r}) + \sin(\frac{7\pi}{r} + \alpha) + r \cos(\alpha - 12\pi) + \tan(\alpha - 7\pi)}$

(د) درستی سہا رتصای زیر را ثابت کنید:

1) $\frac{\cos^2 x - \cos^2 \epsilon x}{\cos^2 x + \cos^2 \epsilon x} = \tan^2 x \tan^2 \epsilon x$

∴ 2) $\frac{1 - \cos^2(\frac{\pi}{2} + a)}{1 + \cos^2(\frac{\pi}{2} + a)} = \sin^2 a$

3) $r \sin x \cos^2 x + \sin^2 x \cos x = r \sin \epsilon x - \sin^2 x$

4) $\tan^2 a - \tan^2 \alpha = \frac{\sin^2 a \sin \alpha}{\cos^2 a \cos \alpha}$

5) $\frac{r \sin x}{\cos x + \cos^2 x} = \tan^2 x - \tan x$

6) $\cos^2(a-b) - \cos^2(a+b) = \frac{\sin^2 b}{\sin^2 a - \sin^2 b}$

7) $\sin^2 a + \sin^2 b + \cos^2(a+b) = 1 - 2 \cos(a+b) \sin a \sin b$

8) $\sin(70^\circ + x) \cos(30^\circ + x) - \cos(70^\circ + x) \sin(30^\circ + x) = \frac{1}{r}$

9) $\tan(a-b) + \tan(b-c) + \tan(c-a) = \tan(a-b) \tan(b-c) \tan(c-a)$

10) $\tan^2 a \tan^2 \alpha = \frac{\tan^2 a - \tan^2 \alpha}{1 - \tan^2 a \tan^2 \alpha}$

11) $(\cos \frac{x}{r} - \tan \frac{x}{r})^r (1 - r \tan x \cos^2 rx) = \epsilon$

12) $\cos^2 x + \cos^2(x - \frac{\pi}{r}) - \cos x \cos(x - \frac{\pi}{r}) = \frac{r}{\epsilon}$

∴ $\alpha + \beta + \gamma = (r+1) \frac{\pi}{r}$ (ح)

1) $\tan \alpha \tan \beta + \tan \beta \tan \gamma + \tan \gamma \tan \alpha = 1$

2) $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma$

مسئله (۲) (۲)

الف) اگر $x+y+z = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) ثابت کنید:

$$\tan x + \tan y + \tan z = \tan x \tan y \tan z \quad (1)$$

$$\cos x \cos y + \cos y \cos z + \cos z \cos x = 1 \quad (2)$$

ب) اگر $r \sin(x+y) = v \sin y$ ثابت کنید:

$$r \tan(x+y) = v \tan x$$

ج) اگر $\frac{\sin^2 x}{a} + \frac{\cos^2 x}{b} = \frac{1}{a+b}$ ثابت کنید:

$$\frac{\sin^2 x}{a^2} + \frac{\cos^2 x}{b^2} = \frac{1}{(a+b)^2}$$

د) ضرایب a, b, c را طوری بیابید که تساوی زیر همیشه برقرار باشد:

$$\frac{\sin x \cos x}{\sin x + \cos x - 1} = a \sin x + b \cos x + c$$

سینوس

$$\sin x \left(\frac{1 - \sin x}{\sin x + \cos x - 1} + \frac{\cos x}{\sin x + \cos x - 1} \right) = a \sin x + b \cos x + c$$

ه) از رابطه‌های زیر x را حذف کنید:

$$1) \begin{cases} \cot x + \tan x = a \\ \frac{1}{\cos x} - \cos x = b \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} m \tan x + n \cot x = a \\ p \tan x + q \cot x = b \end{cases}$$

و) از رابطه

$$\tan x = \tan \frac{\pi}{9} \tan \frac{\pi}{18} + \tan \frac{\pi}{9} \tan \frac{\pi}{3} + \tan \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{18}$$

مقدار x را بیابید. (x حاده است.)

مفتاح



انت

11) $\sin 18^\circ \cos 36^\circ$

12) $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5}$

ج) ثابت کنید

11)

$(\sum \cos^2 \theta - r)(\sum \cos^2 \psi - r) = \tan^2 \theta$

12)

$1 - \cot^2 \psi = \frac{r}{1 - \cot^2 \psi}$

اعداد d, c, b, a در $[0, \pi]$ اند که

$\sin a + \sqrt{3} \sin b = r (\sin c + \sqrt{3} \sin d)$

$\cos a + \sqrt{3} \cos b = r (\cos c + \sqrt{3} \cos d)$

ثابت کنید

$\sqrt{3} \cos(a-d) = r \cos(b-c)$

د) اند

$(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 2^\circ) \dots (1 + \tan 89^\circ) = 2^n$

n را بیابید

د) اند $a = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$ ثابت کنید

1) $\sin^2 a - \sin^2 b = \sin a \sin b$

2) $\cos a$ ریشه معادله $\lambda x^3 - \sqrt{3} x^2 - \sqrt{3} x + 1 = 0$ است.

3) $\cos a$ عددی گنگ است.

ز) معادله $x^3 - \sqrt{3} x^2 - \sqrt{3} x + 1 = 0$ را حل کنید.

ح) اند a, b, c و اعدادی حقیقی بجز $-1, 1$ باشند $a+b+c=abc$ ثابت کنید

$$\frac{a}{1-a^2} + \frac{b}{1-b^2} + \frac{c}{1-c^2} = \frac{\sum abc}{(1-a^2)(1-b^2)(1-c^2)}$$

ط) اند $a+b+c = k\pi$ آن وقت $\tan a + \tan b + \tan c = \tan a \tan b \tan c$

$\tan a \tan b + \tan a \tan c + \tan b \tan c = 1$

ر) اند $a+b+c = \frac{(k+1)\pi}{2}$ آن وقت

$\sin(a-b) = \frac{\sin^2 a - \sin^2 b}{\sin c}$

س) ثابت کنید $a+b+c = \pi$

$A = \cos\left(\frac{n}{\sqrt{3}} - \frac{1}{12}\right)\pi + \cos\left(\frac{2n}{\sqrt{3}} - \frac{1}{12}\right)\pi + \cos\left(\frac{3n}{\sqrt{3}} - \frac{1}{12}\right)\pi$ S) عبارات زیر را بسازید: $n \equiv 1, 2, 3, 4, 5 \pmod{6}$

مثبات

(الف) درستی رابطه های زیر را بررسی کنید:

$$\frac{1}{2}(\cos^2 x + \cos^2 x)$$

1) $\Sigma \cos x \cos(\frac{\pi}{4} - x) \cos(\frac{\pi}{4} + x) = \cos^2 x \rightarrow \cos^2 x - \cos^2 x$

2) $\Sigma \sin x \sin(\frac{\pi}{4} - x) \sin(\frac{\pi}{4} + x) = \sin^2 x$

3) $\tan x \tan(\frac{\pi}{4} - x) \tan(\frac{\pi}{4} + x) = \tan^2 x$

4) $\cot x \cot(\frac{\pi}{4} - x) \cot(\frac{\pi}{4} + x) = \cot^2 x$

5) $\tan \theta + \tan(\theta - \frac{\pi}{4}) + \tan(\theta + \frac{\pi}{4}) = 3 \tan^3 \theta$

6) $\cot \theta + \cot(\theta - \frac{\pi}{4}) + \cot(\theta + \frac{\pi}{4}) = 3 \cot^3 \theta$

7) $\sin \alpha + \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \sin(\alpha + \frac{3\pi}{4}) = 0$

8) $\cos \alpha + \cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \cos(\alpha + \frac{3\pi}{4}) = 0$

9) $\sin \alpha + \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \sin(\alpha - \frac{3\pi}{4}) = \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \sin(\alpha + \frac{3\pi}{4})$

10) $\sin \alpha + \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \sin(\alpha + \frac{3\pi}{4}) + \sin(\alpha + \frac{7\pi}{4}) = \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \sin(\alpha + \frac{3\pi}{4}) + \sin(\alpha + \frac{7\pi}{4})$

(ب) مقدار عددی عبارات زیر را بیابید:

1) $\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ$

2) $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$

3) $\frac{\sin 10^\circ - \sin 70^\circ}{\sin 50^\circ}$

4) $\tan 10^\circ \tan 50^\circ \tan 70^\circ$

5) $\cot 10^\circ - \tan 10^\circ$

6) $\frac{\sin 10^\circ + \cos 10^\circ}{\sin 20^\circ}$

7) $\frac{\tan 10^\circ}{1 - \tan^2 10^\circ}$

8) $\frac{\tan 10^\circ}{1 + \tan^2 10^\circ}$

9) $\frac{1 - \tan^2 \frac{\pi}{4}}{\tan \frac{\pi}{4}}$

10) $\tan 20^\circ - \tan 40^\circ - \frac{\sqrt{3}}{4}$

مثبات

الف) عبارتهای زیر را به مجموع دو سینوس مثباتی تبدیل کنید:

1) $\sin 15^\circ \cos 5^\circ$

۲) $\sin \frac{a}{3} \sin \frac{2a}{3}$

۳) $\sin \frac{a}{2} \sin(\frac{a}{2} - \frac{a}{4})$

۴) $\sin(a+b-c) \sin(a+b+c)$

۵) $\cos 11^\circ \cos 7^\circ$

۶) $\cos \frac{a}{2} \cos \frac{3a}{2}$

ب) عبارتهای زیر را به حاصل ضرب سینوس مثباتی تبدیل کنید:

۷) $\frac{\cos 47^\circ + \sin 47^\circ}{\cos 57^\circ - \sin 57^\circ}$

۸) $\sqrt{3} - 2 \sin x$

۹) $\sin^2 44^\circ - \sin^2 7^\circ$

۱۰) $\frac{\sin 11x + \sin 21x + \sin 31x}{\cos 11x + \cos 21x + \cos 31x}$

۱۱) $\cos 17^\circ + \sin 57^\circ + \sin 5^\circ$ ۱۲) $\frac{\sin^2 a - \sin^2 b}{(\cos a + \cos b)^2}$

۱۳) $\frac{\tan^2 x + 9 \cot^2 x - 7}{\tan^2 x + \cot^2 x + 1}$

۱۴) $(\sin A + \sin B)^2 + (\cos A + \cos B)^2$ ۱۵) $1 + \tan^2 x + \cot^2 x$

۱۶) $\sin a + \sin b + \sin c - \sin(a+b+c)$

۱۷) $\sin a \cos a + \sin^2 a + \cos^2 a + \sin^2 a \cos^2 a$

۱۸) $\cos 11x + 2 \cos 9x + 3 \cos 7x + \cos 5x$

۱۹) $\frac{\sin(x+\beta) - \sin x}{\sin(x+\beta) + \sin x} = \frac{\cos(x+\beta) + \cos x}{\cos(x+\beta) - \cos x}$

۲۰) $1 - \frac{1}{2} \sin^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x$

۲۱) $\cos^2 a + \cos^2 2a + \cos^2 3a = \frac{4}{3}$

ج) درستی عبارتهای زیر را با مثال بسازید:

۲۲) $\frac{2 \sin \alpha \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = 2 \cos 2\alpha - 1$

۲۳) $2 \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos 2\alpha$

۲۴) $\sin(\alpha + \beta) \sin(2\alpha - 2\beta) = \sin^2(\alpha - \beta) - \sin^2(\alpha + \beta)$ ۲۵) $\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2}$

$$۲۷) \cos \epsilon \alpha^\circ + \cos 12^\circ = \sqrt{2} \cos 18^\circ$$

$$: ۲۷) \sin 11^\circ - \sin 59^\circ - \sin 47^\circ + \sin 71^\circ = \sin 1^\circ$$

$$۲۸) \frac{1 + \cot \epsilon \alpha}{\sin \epsilon \alpha} = \frac{1}{\gamma}$$

$$\cot \alpha - \tan \alpha$$

$$: ۲۹) \cos \epsilon \gamma^\circ - \cos 71^\circ - \cos 11^\circ + \cos 25^\circ = \sin \gamma^\circ$$

$$۳۰) \cos \frac{\pi}{13} + \cos \frac{2\pi}{13} + \cos \frac{3\pi}{13} + \cos \frac{4\pi}{13} + \cos \frac{5\pi}{13} + \cos \frac{6\pi}{13} = \frac{1}{2}$$

$$۳۱) \sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{3\pi}{5} = \frac{1}{2} \cot \frac{\pi}{12}$$

$$۳۲) \tan \epsilon^\circ + \cot 1^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2 \cos \epsilon^\circ \cos 1^\circ}$$

(د) از رابطه های زیر اندازه کمان حاده x را بر حسب درجه به دست آورید:

$$۳۳) \cot x = \frac{\cos 2^\circ \cos 3^\circ}{\cos 1^\circ}$$

$$: ۳۴) \tan x = \frac{\sin 2^\circ}{\cos 2^\circ - 2 \sin 1^\circ}$$

(۳۵) از رابطه $\sin 36^\circ = \cos 54^\circ$ معادله $\sin 18^\circ$ ، $\cos 36^\circ$ را به دست آورید.

$$\frac{\sin \theta + \frac{2\sqrt{2}}{\cos \theta}}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta + \frac{2\sqrt{2}}{\cos \theta}}{\cos \theta}$$

$$\frac{\sin \theta + \frac{2\sqrt{2}}{\cos \theta}}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta + \frac{2\sqrt{2}}{\cos \theta}}{\cos \theta}$$

$$\frac{(1 + \tan(\theta - \alpha)) \cos \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\frac{\sin(\theta - \alpha)}{\cos(\theta - \alpha)} \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\frac{\sin(\theta - \alpha) \cos \theta}{\cos(\theta - \alpha) \cos \theta} = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\frac{\sin \theta \cos \theta - \cos \theta \sin \alpha}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\frac{\sin \theta - \sin \alpha}{\cos \theta} = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$1 + \tan \theta \tan \alpha = \tan \theta \tan(\theta - \alpha)$$

مَعكُونِ

ثَوَابِعِ

مَقَانِثِ

(Arc)

تمرین حسابان

مسئله‌ها

الف) مقدار عددی عبارتهای زیر را بنویسید: فرد

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| ۱) $\cos(\text{Arc Cos}(-\frac{1}{5}))$ | ۲) $\tan(\text{Arc Cos}(-\frac{1}{4}))$ |
| ۳) $\sin(\text{Arc Cos}(\frac{1}{4}))$ | ۴) $\sin(\text{Arc tan } 3)$ |
| ۵) $\tan(\text{Arc tan}(-\frac{1}{5}) + \text{Arc Cos}(\frac{\sqrt{5}}{4}))$ | ۷) $\tan(2 \text{Arc tan } \frac{1}{4} + \text{Arc tan } \frac{1}{4})$ |
| ۶) $\text{Arc tan } 2 + \text{Arc tan } 3$ | ۸) $\text{Arc Sin } \frac{5}{13} + \text{Arc Cos } \frac{2}{13}$ |
| ۹) $\text{Arc tan } x - \text{Arc Cot } \frac{1}{x}$ | ۱۰) $\text{Arc Cos}(\sin(-\frac{\pi}{2}))$ |
| ۱۱) $\text{Arc Sin}(\sin 0)$ | ۱۲) $\sin(\text{Arc Cos}(\frac{2}{4}) + 2 \text{Arc Sin}(\frac{1}{4}))$ |
| ۱۳) $\cos(\frac{1}{4} \text{Arc tan } 2)$ | ۱۴) $\text{Arc tan}(\tan 7)$ |
| ۱۵) $\text{Arc Sin } \frac{5}{13} + \text{Arc Sin } \frac{12}{13} + \text{Arc Sin } \frac{13}{15}$ | |

ب) درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را بررسی کنید: فرد

- ۱) $\text{Arc tan } \frac{1}{4} + \text{Arc tan } \frac{1}{5} + \text{Arc tan } \frac{1}{6} + \text{Arc tan } \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$
- ۲) $\text{Arc Sin } \frac{5}{13} + \text{Arc Cos } \frac{12}{13} = \text{Arc Cot } \frac{5}{12}$ ✓
- ۳) $2 \text{Arc tan } \frac{1}{5} - \text{Arc tan } \frac{1}{25} = \frac{\pi}{5}$ $\pi > \frac{\pi}{5}$
- ۴) $\text{Arc Cos } m = \pi - \text{Arc Sin } \sqrt{1-m^2}$ $(-1 \leq m \leq 1)$ ✓
- ۵) $\text{Arc tan}(1) + \text{Arc tan}(2) + \text{Arc tan}(3) = \pi$
- ۶) $\text{Arc Cos}(\cos 9) = 9 - 2\pi$

$$v) \operatorname{ArcCos}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \pi - \operatorname{ArcSin}\frac{\sqrt{2}}{2} = \pi - \operatorname{Arctan}1 = \operatorname{ArcCos}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$n) \operatorname{Arctan}x + \operatorname{Arctan}y = \operatorname{ArcCos}\frac{1-xy}{x+y} \quad (x, y > 0) \quad \checkmark$$

$$a) \sin(\operatorname{Arctan}x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$b) \tan(\operatorname{ArcSin}x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$c) \tan(\operatorname{ArcCos}x) = \frac{1}{x}$$

$$k) \sin\left(\frac{1}{2}\operatorname{ArcSin}x\right) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{2} \quad \checkmark$$

ج) معادلات زیر را حل کنید:

$$1) \operatorname{ArcCos}x + \operatorname{ArcCos}2x = \frac{\pi}{2}$$

$$: 2) \operatorname{ArcSin}\left(\frac{x-1}{2}\right) - \operatorname{ArcSin}x = \operatorname{ArcCos}x$$

$$4) \operatorname{Arctan}\frac{x-1}{x-2} + \operatorname{Arctan}\frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{2}$$

$$: 5) \operatorname{ArcSin}\frac{x+1}{3} + \operatorname{ArcSin}\frac{x+1}{2} + \operatorname{ArcSin}x = \frac{\pi}{2}$$

$$d) \operatorname{ArcCos}\frac{x+1}{2} + \operatorname{ArcCos}\frac{x-1}{2} + \operatorname{ArcCos}x = \frac{\pi}{2}$$

د) دامنه تابعها را با ضابطه های زیر رابطه کنید:

$$1) f(x) = \operatorname{ArcCos}\frac{2x}{1+x^2}$$

$$: 2) g(x) = \operatorname{ArcCos}(\sqrt{x})$$

$$3) y = \operatorname{ArcSin}(|x|-1)$$

$$: 5) y = \operatorname{ArcSin}(\operatorname{ArcCos}x)$$

$$d) y = \operatorname{ArcSin}(\operatorname{ArcSin}x)$$

ه) برد تابعها را با ضابطه های زیر رابطه کنید:

$$1) y = \operatorname{ArcSin}\sqrt{x}$$

$$: 2) y = \operatorname{ArcCos}(2x-x^2)$$

$$3) y = \operatorname{ArcCos}\left(-\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right)$$

$$: 5) y = \operatorname{ArcSin}(x^2+1)$$

$$d) y = \frac{1}{\operatorname{Cos}x} + \frac{1}{\operatorname{Sin}x} \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

و) نمودار تابعها را با ضابطه های زیر رسم کنید:

$$1) f(x) = \sin(\operatorname{ArcSin}x)$$

$$: 2) y = \operatorname{ArcSin}(\operatorname{Sin}x)$$

$$3) g(x) = \operatorname{Cos}(\operatorname{ArcCos}x)$$

$$: 5) y = \operatorname{ArcCos}(\operatorname{Cos}x)$$

ز) زوج یا فردی تابع درون هم‌انگشتی را مشخص کنید.

معادلات

مشكلات

تمرین حسابان

معادلات مثلثاتی

معادله‌های زیر را حل کنید : فردا

$$1) \cos 2x - \cos x + 1 = 0$$

$$: 1) \cos 2x \cos 7x = \frac{1}{r} \cos 10x$$

$$2) \cos 2x \cos 5x + \sin 2x \sin 5x = 0$$

$$: 2) \cos 2x + \cos 2x + \cos 7x = 0$$

$$3) \sin 2x + \sin x = 0$$

$$: 3) \cos 2x + \cos \frac{x}{r} = 0$$

$$4) \tan^2 x - \tan x + 1 = \tan x$$

$$: 4) \tan(x + \frac{\pi}{v}) - \tan(\frac{2\pi}{12} - x) = 2$$

$$5) \sin^2 x \cos x - \cos^2 x \sin x = \frac{1}{2}$$

$$: 5) 2 \cos^2 x - 1 = \cos(x - \frac{\pi}{2})$$

$$6) \sin^2 x + \cos^2 x = \cos x$$

$$: 6) \sin(a-x) = \sin a - \sin x$$

$$7) r \tan 2x - r \tan x = \tan^2 x \tan x : 7) \frac{\cot(270^\circ - x)}{\cot x} = \frac{1}{r}$$

$$8) \cot(\sin x) = 1$$

$$: 8) 10 \cot \frac{x}{r} + 12 \sin x = \frac{2r}{a} \tan \frac{x}{r}$$

$$9) \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{1}{\sqrt{r}} \sin 2x$$

$$: 9) \sin x + \cos x - \sin x \cos x = -1$$

$$10) \sin 2x + \sqrt{r} \cos 2x = 2$$

$$: 10) \sum \text{Arc Sin } x + \text{Arc Cos } x = \pi$$