

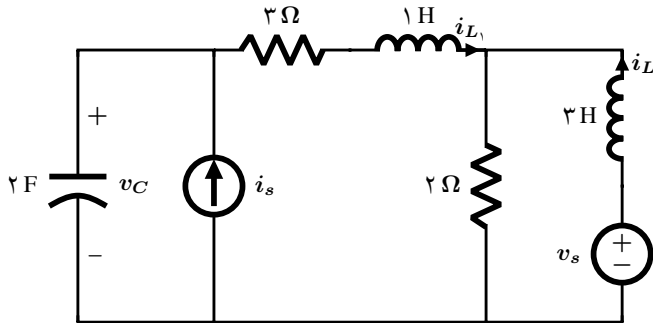
به نام خدا

کوئیز شماره ۲ درس: مدارهای الکتریکی ۲

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

تاریخ: ۱۳۹۷/۱۰/۰۳ مدت امتحان: ۱۵ دقیقه



سوال: اگر معادلات حالت مدار شکل روبرو به صورت  $\dot{x} = Ax + Bw$  باشد، ماتریس‌های  $A$  و  $B$  را بیابید. (راهنمایی: ابتدا درخت مناسب را رسم کنید و سپس روابط مربوط به آن را بنویسید.)

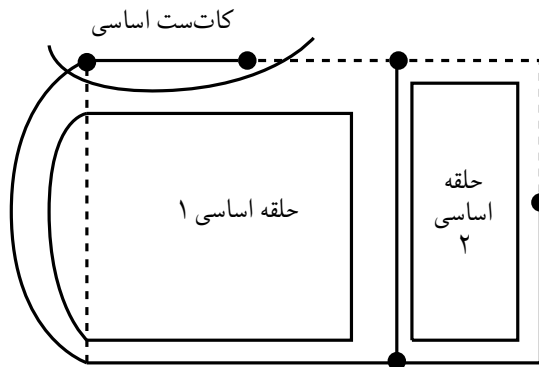
$$w = \begin{bmatrix} i_s \\ v_s \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_C \end{bmatrix}$$

حل: درخت مناسب را مانند شکل زیر بر روی گراف مدار انتخاب می‌کنیم و معادلات کاتست اساسی و حلقه‌های اساسی آن را می‌نویسیم:

$$\text{KVL}_1 : -v_C + 3i_{L_1} + v_{L_1} + 2(i_{L_1} + i_{L_2}) = 0$$

$$\text{KVL}_2 : -2(i_{L_1} + i_{L_2}) - v_{L_2} + v_s = 0$$

$$\text{KCL} : i_{L_1} + i_C = i_s$$



شکل ۱: درخت مناسب و کاتست و حلقه‌های اساسی آن

همچنین، با توجه به روابط بین ولتاژ و جریان سلف و خازن داریم:

$$v_{L_1} = \frac{di_{L_1}}{dt}, \quad v_{L_2} = 3\frac{di_{L_2}}{dt}, \quad i_C = 2\frac{dv_C}{dt}$$

با جایگذاری روابط مربوط به ولتاژ و ولتاژ و جریان سلف و خازن در روابط کاتست و حلقه‌های اساسی و مرتب کردن آن‌ها داریم:

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_1}}{dt} &= -5i_{L_1} - 2i_{L_2} + v_C \\ \frac{di_{L_2}}{dt} &= -\frac{2}{3}i_{L_1} - \frac{2}{3}i_{L_2} + \frac{1}{3}v_s \\ \frac{dv_C}{dt} &= -\frac{1}{2}i_{L_1} + \frac{1}{2}i_s \end{aligned}$$

بنابراین داریم:

$$\dot{x} = Ax + Bw \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & -\frac{2}{2} & 1 \\ -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ v_s \end{bmatrix}$$