

۱- در یک کلاس حداقل چند دانش‌آموز باید موجود باشد تا دست کم اسامی چهار نفر از آن

۲-  $n$  عدد طبیعی متمایز موجود است. حداقل مقدار  $n$  چقدر باشد تا اطمینان یابیم که حداقل ۳ عدد مابین آن‌ها موجود است که دارای رقم یکان یکسانی بوده و در تقسیم بر ۳ نیز باقی‌مانده‌های یکسانی دارند؟

(۱) ۶۰ (۲) ۹۰ (۳) ۶۱ (۴) ۹۱

۳- کدام گزینه یک قضیه کلی است؟

(۱) هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت حاصل جمع اعداد متوالی نوشت.

(۲) مجموع مکعب‌های  $n$  عدد متوالی با شروع از یک، برابر است با مربع مجموع آن‌ها.

(۳) اگر  $n$  نقطه اختیاری روی محیط یک دایره انتخاب کرده و  $n$  ضلعی حاصل و قطرهای آن را رسم کنیم، به ناحیه تقسیم می‌شود.

(۴) اگر  $x, y$  دو عدد گنگ باشند،  $x^y$  نیز عددی گنگ است.

۴- یک کد ۱۰۰ رقمی از کنار هم قرار گرفتن ۱۲ رقم یک و ۸۸ رقم صفر ایجاد شده است. بزرگ‌ترین عدد  $n$  که قطعاً بتوان ادعا کرد «حداقل  $n$  رقم صفر به‌طور متوالی در کنار یک‌دیگر قرار دارند»، کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۵- ۶۵ کیبوتر در حداکثر چند لانه کیبوتر قرار بگیرند تا حداقل در یک لانه بیش از دو کیبوتر قرار داشته باشد؟

(۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۳۴

۶- ده نقطه داخل مربعی به ضلع ۳ واحد مفروضند، حداقل فاصله ۲ نقطه از این ده نقطه کم‌تر از ..... است.

(۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $3\sqrt{2}$  (۳) ۱ (۴) ۳

۷- برای آن که در یک کلاس به یقین حداقل ۵ نفر وجود داشته باشند که در یک ماه از سال متولد شده باشند حداقل چند نفر دانش‌آموز لازم داریم؟

(۱) ۶۰ (۲) ۴۸ (۳) ۴۹ (۴) ۶۱

۸- ۱۵۲ کیبوتر حداکثر در چند لانه کیبوتر قرار بگیرند تا حداقل در یک لانه بیش از سه کیبوتر قرار داشته باشد؟

(۱) ۴۸ (۲) ۴۹ (۳) ۵۰ (۴) ۵۱

۹- در اثبات نامساوی  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n} < 2 - \frac{1}{n}$ ، با روش استقرای ریاضی، کدام نامساوی بدیهی به کار می‌رود؟

(۱)  $k+2 > k+1$  (۲)  $2k-1 > k+1$  (۳)  $k^2+k > k^2+1$  (۴)  $k^2+k+1 > k^2+k$

۱۰- در یک مربع با طول ضلع  $x$ ، ۹ نقطه را به هر صورت که قرار دهیم، حداقل ۳ نقطه فاصله‌شان کمتر از ۴ می‌شود.  $x$  کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۵/۷ (۲) ۵/۶ (۳) ۵/۸ (۴) ۵/۹

۱۱- اگر  $a$  عددی گنگ باشد، کدام یک از اعداد زیر حتماً گنگ است؟

$$\sqrt{a^2 + 1} \quad (۴) \quad a^2 - a \quad (۳) \quad a - \frac{1}{a} \quad (۲) \quad \frac{a+1}{a-1} \quad (۱)$$

۱۲- درون یک مربع به ضلع واحد، ۱۰ نقطه به تصادف انتخاب می‌کنیم. کدام گزینه درست است؟

(۱) حداقل ۲ نقطه از این ۱۰ نقطه فاصله کمتر از  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  دارند.

(۲) حداقل ۲ نقطه از ۱۰ نقطه فاصله کمتری از  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  دارند.

(۳) حداکثر ۲ نقطه از ۱۰ نقطه فاصله کمتری از  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  دارند.

(۴) حداکثر ۲ نقطه از ۱۰ نقطه فاصله کمتری از  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  دارند.

۱۳- حداقل چند عدد طبیعی در نظر بگیریم تا دست کم، ۴ عدد یافت شود که رقم یکان آن‌ها برابر باشد؟

(۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۳۰ (۴) ۳۱

۱۴- اگر ۴۲ مهره درون ۹ خانه قرار گیرند، حداقل در یک خانه بیش از  $n$  مهره قرار می‌گیرد. حداقل مقدار ممکن برای  $n$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۵- کدام حکم زیر یک قضیه کلی است؟

- (۱) هر عدد اول فرد است.  
 (۲) هر لوزی یک مستطیل است.  
 (۳) هر مستطیل یک لوزی است.  
 (۴) هر مثلث متساوی‌الاضلاع، متساوی‌الساقین است.

۱۶- اگر گزاره‌ی  $P(n) : \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{x}{2(3n+2)}$  به ازای جمیع مقادیر

طبیعی  $n$  برقرار باشد، آن گاه  $x$  کدام است؟

(۱)  $n$  (۲) ۱ (۳)  $2n - 2$  (۴)  $2n - 1$

۱۷- هر زیرمجموعه  $n$  عضوی از  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 23\}$  به طور یقین حداقل دو عضو دارد که مجموع آن دو عضو

۲۴ می‌باشد، حداقل  $n$  کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۸- اصل استقراء ریاضی در مورد حکم  $P(n) : 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} < \frac{5n}{12}$  برای اعداد طبیعی  $n \geq m$  برقرار

است. کوچکترین مقدار  $m$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۹- در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱ حداقل چند نقطه در نظر بگیریم که فاصله‌ی آنها از  $\frac{1}{4}$  کمتر گردد؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۷ (۴) ۲۶

۲۰- مدرسه‌ای دارای  $n$  دانش‌آموز است. حداقل مقدار  $n$  چقدر باشد تا مطمئن شویم در آن مدرسه حداقل دو دانش‌آموز وجود دارند به طوری که هم حرف اول اسم و هم حرف اول نام خانوادگی آن دو یکسان باشد؟

- (۱) ۳۳ (۲) ۶۵ (۳) ۲۵۷ (۴) ۱۰۲۵

۲۱- از حرارت دادن میله‌های فلزی مختلف در آزمایشگاه نتیجه گرفته شده است که میله‌های فلزی در اثر حرارت طولشان زیاد می‌شود نوع استدلال برای این نتیجه‌گیری کدام است؟

- (۱) استتاجی (۲) استقرایی (۳) تمثیلی (۴) قیاسی

۲۲- ۳۲ کبوتر در حداکثر چند لانه قرار بگیرند تا حداقل یک لانه، دارای ۳ کبوتر باشد؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۲۳- عکس کدام‌یک از حکم‌های زیر، درست است؟

- (۱) اگر  $x = y$ ، آن‌گاه  $\tan^{-1} x = \tan^{-1} y$  (۲) اگر  $x = y$ ، آن‌گاه  $\tan x = \tan y$   
 (۳) اگر  $x = y$ ، آن‌گاه  $x^2 - y^2 = 0$  (۴) اگر  $x = y \neq 0$ ، آن‌گاه  $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = 2$

۲۴- تعداد  $m$  مداد رنگی در سه رنگ مختلف و سه اندازه متمایز در یک جعبه موجودند.  $m$  حداقل چند باشد تا مطمئن شویم در بین آنها دست کم ۸ مداد هم رنگ و هم اندازه وجود دارد؟

- (۱) ۶۶ (۲) ۶۵ (۳) ۶۴ (۴) ۶۳

۲۵- در یک مهمانی، از میان هر ۴ نفر، حداقل دو نفر وجود دارند که در روزهای متفاوتی از هفته به دنیا آمده‌اند. تعداد افراد حاضر در مهمانی حداکثر چند نفر است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴

۲۶- یک نه ضلعی محدب حداکثر چند زاویه حاده داخلی می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۷- قضیه زیر را در نظر بگیرید: «اگر  $n$  نقطه بر روی محیط یک دایره واقع باشند کلیه وترهایی که توسط این نقاط

مشخص می‌شوند دایره را به  $1 + \binom{n}{2} + \binom{n}{4}$  ناحیه تقسیم می‌کنند.»

این قضیه را با کدام‌یک از روش‌های زیر می‌توان اثبات کرد؟

- (۱) استدلال استقرایی (۲) استقراء ریاضی (۳) به طور شهودی (۴) اثبات بازگشتی

۲۸- اگر  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{An + B}{2n + 1}$  باشد،  $A + B$  برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۹- حداقل چند عضو از مجموعه‌ی  $\{2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12\}$  انتخاب کنیم تا مطمئن شویم حداقل یکی بر دیگری بخش پذیر است؟

- ۶ (۱)                      ۵ (۲)                      ۴ (۳)                      ۳ (۴)

۳۰- اگر ۴۷ مهره را در  $n$  خانه به همه روش‌های ممکن جاگذاری کنیم، همواره در یک خانه بیش از ۴ مهره قرار می‌گیرد. حداکثر مقدار  $n$  کدام است؟

- ۱۳ (۱)                      ۱۲ (۲)                      ۱۱ (۳)                      ۱۰ (۴)

۳۱- اصل استقراء ریاضی در مورد حکم « $p(n) : 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} < \frac{5n}{12}$ » برای اعداد طبیعی  $n \geq m$  برقرار

است، کوچکترین مقدار  $m$  کدام است؟

- ۴ (۱)                      ۵ (۲)                      ۶ (۳)                      ۷ (۴)

۳۲- کدام عدد نمی‌تواند حاصل ضرب ۴ عدد متوالی باشد؟

- ۲۴ (۱)                      ۱۲۰ (۲)                      ۷۲ (۳)                      ۳۶۰ (۴)

۳۳- در یک میهمانی حداقل چند نفر حضور داشته باشند تا دست کم چهار نفر از آنها در یک روز هفته و یک فصل از سال متولد شده باشند؟

- ۸۴ نفر (۱)                      ۱۱۲ نفر (۲)                      ۸۵ نفر (۳)                      ۱۱۳ نفر (۴)

۳۴- اگر مجموع عده‌ی اضلاع و عده‌ی اقطار یک چندضلعی کوژ برابر ۲۱ باشد، عده‌ی اضلاع آن کدام است؟

- ۵ (۱)                      ۶ (۲)                      ۷ (۳)                      ۱۰ (۴)

۳۵- در اثبات حکم  $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$  برای اعداد حقیقی  $x$  و  $y$ ، همواره به کدام عبارت بدیهی می‌رسیم؟

- (۱)  $(x - y)^2 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \geq 0$                       (۲)  $(x + y)^2 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \geq 0$   
 (۳)  $(x - y)^2 + (x + 1)^2 + (y + 1)^2 \geq 0$                       (۴)  $(x + y)^2 + (x + 1)^2 + (y + 1)^2 \geq 0$

۳۶- ۸۸ کبوتر در حداکثر چند لانه قرار بگیرند، تا حداقل در یک لانه بیش از ۳ کبوتر قرار داشته باشد.

- ۳۰ (۱)                      ۳۲ (۲)                      ۲۹ (۳)                      ۲۸ (۴)

۳۷- درون جعبه هفت مهره به رنگ سبز، زرد و قرمز وجود دارد، این مهره‌ها را در ۲ جعبه دیگر قرار می‌دهیم، در این صورت:

- (۱) یکی از جعبه‌ها تمام مهره‌های قرمز است.                      (۲) حداقل یکی از جعبه‌ها، همه مهره‌های هم‌رنگ است.  
 (۳) هیچ جعبه با دو مهره هم‌رنگ نداریم.                      (۴) یکی از جعبه‌ها حداقل ۲ مهره هم‌رنگ دارد.

۳۸- اگر  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 90000$  باشد،  $n$  کدام است؟

- ۲۴ (۱)                      ۲۵ (۲)                      ۳۵ (۳)                      ۳۶ (۴)

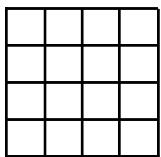
۳۹- حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد یک رقمی انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو مجموعه‌ی جدا از هم در میان آنها موجود باشد؟

- ۹ (۱)                      ۱۳ (۲)                      ۱۷ (۳)                      ۲۱ (۴)

- ۴۰- در یک جعبه، ۷ مهره سبز، ۲ مهره سیاه، ۴ مهره سفید و ۱ مهره قرمز موجود است. حداقل چند مهره از جعبه باید بیرون بیاوریم تا مطمئن شویم که حداقل سه مهره غیرهمرنگ در مهره‌های انتخاب وجود دارد؟
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴) ۸

- ۴۱- فرض کنیم  $P_n$  حکمی درباره‌ی اعداد طبیعی باشد و هرگاه  $P_4$  درست باشد و از درستی  $P_k$  بتوان درستی  $P_{k+5}$  را نتیجه گرفت، آن‌گاه کدام حکم زیر حتماً درست است؟
- (۱)  $P_{13}$  (۲)  $P_{19}$  (۳)  $P_{21}$  (۴)  $P_{25}$

- ۴۲- حداقل مقدار عبارت  $\left(\frac{n+3}{n}\right)^{2n}$  برای  $n \in \mathbb{N}$  به کدام عدد نزدیک است؟
- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۵



- ۴۳- در شکل مقابل مربع‌های کوچک به ضلع واحد هستند. تعداد کل مربع‌های شکل مقابل چندتا است؟
- (۱) ۱۷ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۲۸

- ۴۴- برای  $n \in \mathbb{N}$  اگر  $\left(\frac{n+2}{n}\right)^{2n} \geq K$  باشد، حداقل مقدار  $K$  برابر است با:
- (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴)  $\frac{7}{2}$

- ۴۵- اگر گزاره‌ی « $P(n): 4^n > n^4$ » به ازای جميع مقادیر طبیعی  $n \geq m$  برقرار باشد آن‌گاه کم‌ترین مقدار ممکن برای  $m$  کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

- ۴۶- اگر  $n$  عددی صحیح بوده و  $n^2$  مضربی از ۲۴ باشد، بزرگ‌ترین عددی که  $n$  مضربی از آن باشد، کدام است؟
- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

- ۴۷- اگر  $a$  و  $b$  اعدادی فرد باشد معادله‌ی  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$  چند جواب دارد؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بی‌شمار (۴) جواب ندارد.

- ۴۸- اگر  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{An+B}{2n+1}$  باشد،  $A+B$  برابر است با:
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

- ۴۹- کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت» را نقض می‌کند؟
- (۱) ۵۶ (۲) ۶۴ (۳) ۷۲ (۴) ۷۴

- ۵۰- برای اثبات حکم «عبارت  $4^n + 6n - 1$  بر ۹ بخش پذیر است.» توسط استقرای ریاضی، در گامی که درستی حکم را به ازای  $n=k+1$ ، از درستی حکم به ازای  $n=k$  نتیجه می گیریم، از چه عبارت درستی استفاده شده است؟
- (۱) عبارت  $4^k + 6k + 2$  بر ۳ بخش پذیر است.
- (۲) عبارت  $4^k + 6k$  بر ۳ بخش پذیر است.
- (۳) عبارت  $4^k + 2$  بر ۳ بخش پذیر است.
- (۴) عبارت  $4^{k+1} + 6k - 1$  بر ۳ بخش پذیر است.