

با اسمه تعالی

ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	رشته : ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تاریخ امتحان : ۶ / ۳ / ۱۳۸۵			سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی			دانش آموزان و داوطلبان آزادسراستور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵

ردیف	سؤالات	نمره
۱	توابع $f$ و $g$ با ضابطه های $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ مفروضند. الف : بدون تشکیل ضابطه ، دامنه ای تابع $fog$ را تعیین کنید. ب : در صورت وجود ضابطه ای تابع $fog$ را بنویسید.	۱/۲۵
۲	اگر باقیمانده ای تقسیم چند جمله ای $p(x)$ بر $x-1$ و $x+2$ به ترتیب برابر ۱ و ۴ باشد ، باقیمانده ای تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + x - 2$ را حساب کنید.	۱
۳	تابع $R \rightarrow R$ زوج و تابع $R \rightarrow R$ فرد می باشد. بررسی کنید آیا تابع $f \cdot g$ و $f + g$ می توانند زوج یا فرد باشند ؟ چرا ؟	۱
۴	ثابت کنید تابع $f(x) = x^3 + 1$ در بازه $(-\infty, 0]$ یک به یک است سپس ضابطه ای تابع معکوس تابع $f$ را تعیین کنید.	۱
۵	درستی رابطه $\sin 25^\circ \cos 65^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 50^\circ$ را ثابت کنید.	۰/۷۵
۶	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ( ) نماد جزء صحیح است  (الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x^3 + 2x}}{x + \sqrt{x+1}}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 4x + 3}{(x-1)^2}$  (ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x \cdot \sin 3x}{4x^3}$ (د) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{[x]-2}$	۳
۷	معادلات خطوط مجانب قائم وافقی تابع $f(x) = \frac{3x^3 - 2x}{x^2 - 1}$ را در صورت وجود بدست آورید.	۰/۷۵
۸	مقادیر $a$ و $b$ را چنان بیابید که تابع $f$ با ضابطه ای $f(x) = \begin{cases} x-1+a & x < 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{x}{\tan x} & x > 0 \end{cases}$ پیوسته باشد .	۱/۲۵
	« ادامه ای سوالات در صفحه دوم »	

با اسمه تعالی

ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته : ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تاریخ امتحان: ۶ / ۳ / ۱۳۸۵			سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی			دانش آموزان و داوطلبان آزادسرا کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵

ردیف	سؤالات	نمره
۹	<p>الف) مشتق توابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> $f(x) = \sqrt[۳]{x^۲ - ۵x} \cdot \sin(۳x) \quad g(x) = \arcsin(۵x) - \tan\left(\frac{۱}{x}\right)$ <p>ب) اگر <math>f'(x) = \sqrt{x^۲ + ۱}</math> باشد، مشتق تابع <math>y = f(۵x^۲ - x)</math> را نسبت به <math>x</math> تعیین کنید.</p>	۱/۲۵
۱۰	نقاطی از منحنی تابع $y = x^۳ - ۳x^۲$ را بیابید که مماس بر منحنی در آن نقاط موازی محور $x$ ها باشد.	۱
۱۱	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x+۱}{x}$ را رسم کنید.	۱
۱۲	آهنگ تغییر مساحت دایره ای به شعاع $R$ را نسبت به $R_۰ = ۲$ حساب کنید.	۰/۷۵
۱۳	مشتق پذیری تابع $f$ با ضابطه $x = \sqrt{(x+۲)\sin^۲ x}$ را در نقطه $x_۰ = ۰$ بررسی کنید.	۱
۱۴	معادله ای مثلثاتی $\sin x + \sin x - ۳ = ۰$ را حل کرده و جوابهای بین $۰^\circ$ و $۲\pi$ را تعیین کنید.	۱
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \arccos\left(\frac{۱}{x}\right)$ را رسم کنید سپس نقاط بحرانی تابع را تعیین کنید.	۱/۵
۱۶	معادله ای خط مماس بر منحنی تابع $y^۲ = ۲۵x^۳$ را در نقطه $(A, ۱, ۵)$ بنویسید.	۰/۷۵
۱۷	اولاً: نمودار تابع $f(x) = ۲ -  x - ۱ $ را رسم کنید. ثانیاً: مقدار $\int_{-۳}^{-۲} f(x) dx$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	

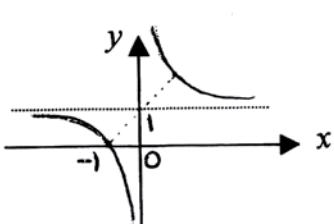
پاسمہ تعالیٰ

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۶ / ۳ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزادسرا کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$D_f = [1, +\infty)$ و $D_g = \mathbb{R} - \{0\}$ $(\cdot/25)$ $D_{fog} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} = \left\{ x \in \mathbb{R} - \{0\} \mid \frac{1}{x} \geq 1 \right\} = (0, 1]$ $(\cdot/25) \quad (\cdot/25) \quad (\cdot/25)$ $fog(x) = \sqrt{\frac{1}{x} - 1} \quad (\cdot/25)$	۱/۲۵
۲	$p(x) = (x-1)(x+2) \cdot Q(x) + ax + b$ $\begin{cases} p(1) = 1 \\ p(-2) = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ -2a+b=4 \end{cases} \rightarrow a=-1 \quad (\cdot/25), b=2 \quad (\cdot/25) \rightarrow R(x) = -x+2$	۱
۳	$D_{f \cdot g} = D_{f+g} = D_f \cap D_g \quad (\cdot/25) \rightarrow x \in D_f \cap D_g \rightarrow -x \in D_f \cap D_g \quad (\cdot/25)$ $(f \cdot g)(-x) = -f(x) \cdot g(x) \rightarrow \text{فرد } f \cdot g \quad (\cdot/25)$ $(f+g)(-x) = f(-x) + g(-x) = f(x) - g(x) \rightarrow \text{نه زوج و نه فرد } f+g \quad (\cdot/25)$	۱
۴	$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1^2 + 1 = x_2^2 + 1 \rightarrow  x_1  =  x_2  \quad (\cdot/25) \rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow f \text{ به یک است} \quad (\cdot/25)$ $y = x^2 + 1 \rightarrow  x  = \sqrt{y-1} \rightarrow -x = \sqrt{y-1} \quad (\cdot/25) \rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}, \quad x \geq 1 \quad (\cdot/25)$	۱
۵	$\sin 25^\circ \cos 65^\circ = \frac{1}{2} [\sin(25^\circ + 65^\circ) + \sin(25^\circ - 65^\circ)] = \frac{1}{2} [\sin 90^\circ - \sin 40^\circ] = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin 40^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 50^\circ \quad (\cdot/25) \quad (\cdot/25)$	۰/۷۵
۶	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{x - \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x+1}} \times \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x^2 + 2x}} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x^2 - 2x}{(x + \sqrt{x+1}) \left( x + \sqrt{1 + \frac{2}{x}} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{x(\sqrt{x+1})} = 0 \quad (\cdot/25)</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^2+x-3)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^2+x-3)}{x-1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (\cdot/25) \quad (\cdot/25)</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \sin x \cdot \sin x \cdot \sin 3x}{4x \cdot x \cdot 3x} = \frac{3}{4} \quad (\cdot/25) \quad (\cdot/5)</math></p> <p>د) حد ندارد زیرا برای <math>x</math> بیشتر از ۲ و نزدیک به ۲ تعریف نشده <math>(\cdot/5)</math> یا <math>\frac{\text{حدی}}{\text{مطلق}} \neq \frac{\text{حد وجود ندارد}}{\text{مطلق}}</math>.</p>	۰/۷۵

با اسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۶ / ۳ / ۱۳۸۵	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزادرسارکشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره															
۷	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 3 \rightarrow y = 3$ مجانب افقی (۰/۲۰) $\lim_{x \rightarrow 1^\pm} f(x) = \pm\infty, \lim_{x \rightarrow (-1)^\pm} f(x) = \pm\infty \rightarrow x = -1, x = 1$ مجانب قائم (۰/۰)	+/۷۵															
۸	شرط پیوستگی در $x_0 = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = a-1$ (۰/۲۵), $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ (۰/۲۵), $f(0) = b$ $1 = a-1 = b \rightarrow b = 1, a = 2$ (۰/۵)	۱/۲۵															
۹	الف) $f'(x) = \frac{2x-5}{\sqrt[3]{(x^2-5x)^2}} \cdot \sin(3x) + 3\cos(3x) \cdot \sqrt[3]{x^2-5x}$ (۰/۲۵) $g'(x) = \frac{5}{\sqrt{1-(5x)^2}} - \left(-\frac{1}{x}\right)\left(1+\tan^2\left(\frac{1}{x}\right)\right)$ (۰/۲۵)	۱/۲۵															
۱۰	ب) $y' = (1 \cdot x - 1)f'(\sqrt[3]{5x^2-x}) = (1 \cdot x - 1)\sqrt[3]{(5x^2-x)^2} + 1$ (۰/۲۵)	+/۵															
۱۱	$y' = 3x^2 - 6x = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow 3x(x-2) = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow \begin{cases} x=0, y=0 & (0/25) \\ x=2, y=-4 & (0/25) \end{cases}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td colspan="3"></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> </table> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 0^\pm} y = \pm\infty \rightarrow y = 1, x = 0</math> (۰/۲۵) مجانبهای</p>  <p>جدول (۰/۲۰)</p> <p>رسم شکل (۰/۲۰)</p>	$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$	$y'$					$y$	$+$	$0$	$-$	$+$	۱
$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$													
$y'$																	
$y$	$+$	$0$	$-$	$+$													
۱۲	$S = \pi R^2$ (۰/۲۵) $\rightarrow S' = 2\pi R$ (۰/۲۵) $\rightarrow S'(2) = 4\pi$ (۰/۲۵)	+/۷۵															
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»																

با اسمه تعالی

رئته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۶ / ۳ / ۱۳۸۵	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزادسرا کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																	
۱۳	$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(x+2)\sin^2 x}}{x} \quad (./25)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ \sin x  \sqrt{x+2}}{x} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} \cdot \sqrt{x+2} = \sqrt{2} \quad (./25) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sin x}{x} \cdot \sqrt{x+2} = -\sqrt{2} \quad (./25) \end{cases}$ <p style="text-align: right;">در <math>x_0 = 0</math> مشتق پذیر نیست <math>(+/25)</math></p>	۱																	
۱۴	$\sin x = \frac{-3}{2}$ غیرقابل قبول $(./25)$ , $\sin x = 1 = \sin \frac{\pi}{2} \quad (./25) \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (./25) \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \quad (./25)$	۱																	
۱۵	$-1 \leq \frac{1}{x} \leq 1 \rightarrow \frac{1}{ x } \leq 1 \rightarrow  x  \geq 1 \rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{\pi}{2} \quad (./25), f(-1) = \pi, f(1) = 0$ $f'(x) = \frac{\frac{1}{x^2}}{\sqrt{1 - (\frac{1}{x})^2}} > 0 \quad (./25)$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td>+</td> <td></td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>\frac{\pi}{2}</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>\pi</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>\frac{\pi}{2}</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">جدول <math>(./25)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>(./25) (1, 0), (-1, \pi)</math></p>	$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	$y'$	+			+	$y$	$\frac{\pi}{2}$	$\nearrow$	$\pi$	$0$	$\nearrow$	$\frac{\pi}{2}$	۱/۵
$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$															
$y'$	+			+															
$y$	$\frac{\pi}{2}$	$\nearrow$	$\pi$	$0$	$\nearrow$	$\frac{\pi}{2}$													
۱۶	$y' = -\frac{y}{x} \quad (./25) \rightarrow m = -5 \quad (./25) \rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y = -5x + 10 \quad (./25)$	+/۷۵																	
۱۷	$x = 1 \rightarrow y = 2$ $y = 0 \rightarrow  x - 1  = 2 \rightarrow x = 3, x = -1$ رسم شکل $(./5)$ $\int_{-3}^3 f(x) dx = -\frac{2 \times 2}{2} + \frac{2 \times 2}{2} + \frac{(1+2) \times 1}{2} = \frac{3}{2} \quad (./75)$	۱/۲۵																	
	جمع نمره	۲۰																	

با سلام لطفاً بارم را به تناسب برای روش های حل درست دیگر تقسیم فرماید.