

علامه حلی ۵

پاسخ آزمون ریاضی هشتم – دی ماه ۹۹

تذکر: ۱. بالای تمام برگه‌های پاسخ‌نامه نام، نام‌خانوادگی و شماره کلاس نوشته شود.

۲. برای مدیریت زمان ابتدا پرسش‌های تشریحی را با راه‌حل کامل پاسخ دهید. سپس در زمان باقی مانده پرسش‌های کوتاه و چهار گزینه‌ای را پاسخ دهید (بدون راه‌حل).

درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

۱. به ازای هر عدد اول مانند p ، عدد اول بزرگتر از p وجود دارد. **درست**

۲. قرینه اعداد صحیح منفی همان اعداد طبیعی هستند. **درست**

۳. هر سه عدد ۱۱ ، ۱۰۱ ، ۱۰۰۱ اول هستند. **نادرست، عدد ۱۰۰۱ مضرب ۷ و ۱۱ و ۱۳ است.**

۴. در روش غربال اعداد اول کوچک تر از ۴۰۰۰ عدد ۲۴۹۱ زودتر از عدد ۳۱۳۱ حذف می شود. **نادرست، عدد ۳۱۳۱ توسط ۳۷ و عدد ۲۴۹۱ توسط ۴۷ حذف می‌شود.**

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

۵. عبارت کلامی « اگر از عددی مربع آن عدد کم شود، حاصل چهار واحد کمتر از یک‌سوم معکوس آن عدد می‌شود » به زبان جبری به شکل $x-x^2=1/(3x)-4$ نوشته می‌شود.

۶. معکوس بزرگترین عدد صحیح منفی برابر ... **خودش (همان عدد -۱)** است.

۷. هر چندضلعی محدب حداکثر **سه** زاویه داخلی تند (کمتر از ۹۰ درجه) دارد.

۸. چندضلعی‌های منتظم محدب که با آن‌ها می‌توان کاشی‌کاری ضلع‌به‌ضلع تک‌وجهی کرد عبارتند از سه و چهار و شش

گزینه صحیح را انتخاب کنید.

۹. بیشترین تعداد اعداد طبیعی دو رقمی پشت سر هم که همگی مرکب باشند، برابر است با:

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۰. حاصل جمع نصف به‌علاوه یک سوم به‌علاوه یک چهارم به‌علاوه یک ششم عددی برابر ۶۵ است. این عدد چند است؟

۵۴ (۴)

۵۲ (۳)

۲۸ (۲)

۲۶ (۱)

۱۱. اگر $a < 0 < b$ باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

$a^5 > b^5$ (۴)

$a^5 < b^5$ (۳)

$a^f > b^f$ (۲)

$a^f < b^f$ (۱)

۱۲. در سمت راست حاصل ضرب $۲ \times ۳ \times ۴ \times \dots \times ۲۵ \times ۲۶$ چند رقم صفر وجود دارد؟

۴ شش

۳ پنج

۲ یک

۱ صفر

پرسش‌های تشریحی

۱۳. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف)
$$-\left[-\left(-\frac{5}{7}\right) + \left(-\frac{5}{4}\right) \div 5 \times 2 \div \frac{1}{3}\right] - \frac{\frac{7}{8} - \frac{1}{12}}{-\frac{1}{6}} = \frac{4 \frac{477}{1204}}$$

$$-\frac{5}{7} + \frac{5}{4} \times \frac{1}{5} \times 2 \times \frac{1}{3} + \frac{\frac{7}{8} - \frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = -\frac{5}{7} + 5 + \frac{19}{172} = \frac{5293}{1204}$$

ب)
$$-\frac{1}{12} (-13 - 26 - 39 - 52 - \dots - 299 - 312) = 12 \times 25$$

$$= \frac{12}{12} (1 + 2 + 3 + \dots + 24) = \frac{12}{12} \times \frac{25 \times 24}{2} = 325$$

۱۴. چند عدد دو رقمی مرکب که نسبت به عدد ۳۳۰ اول باشند، وجود دارد؟ آن‌ها را با دلیل مشخص کنید.

چون $330 = 2 * 3 * 5 * 11$ پس تنها دو عدد مرکب دو رقمی وجود دارد: 7^2 و $7 * 13$.

۱۵. اعداد ۲۰۰ تا ۷۰۰ را نوشته‌ایم. برای تعیین اعداد اول بین آن‌ها به روش غربال و حذف اعداد غیر اول،

الف) عدد ۶۹۹ چندمین عددی است که خط می‌خورد؟ ۳۳۵

عدد ۲۵۱ عدد فطری خورد $\rightarrow 200, 202, \dots, 700$ مضارب ۲
 عدد ۶۹۹ بیست و نهمین عدد $\rightarrow 201, 207, 213, \dots, 699$ مضارب ۳

$$\frac{699 - 201}{6} + 1 = 84$$

ب) آخرین عددی که خط می‌خورد چند است؟

$$\sqrt{700} \approx 26 \rightarrow$$
 مضارب ۲۳ $\rightarrow 23^2$ و $23 \times 29 = 667$
 آخرین اعدادی هستند که خط می‌خورند
 آخرین عدد

۱۶. سه مثلث متساوی الاضلاع هم اندازه از گوشه های یک مثلث متساوی الاضلاع بزرگتر به محیط ۴۰ واحد، بریده شده است به طوری که محیط شش ضلعی نامنتظم حاصل برابر مجموع محیط های سه مثلث کوچک بریده شده است. محیط شش ضلعی چقدر است؟

$$\text{محیط ۳ مثلث} = 3 \times 3x = 9x \quad \textcircled{1}$$

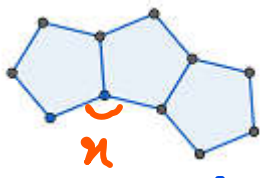
$$\text{محیط ۶ ضلعی} = 3 \left(\frac{40}{3} - 2x \right) + 3x$$

$$= 40 - 3x \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \Rightarrow 9x = 40 - 3x$$

$$12x = 40 \rightarrow x = \frac{10}{3} \rightarrow \text{محیط ۶ ضلعی} = 30$$

۱۷. از به هم چسباندن ۵ ضلعی های منتظم همنهشت به طوری که هر کدام با ۵ ضلعی های مجاور دقیقاً در یک ضلع مشترک باشد، می توان یک حلقه کامل درست کرد. تعداد اضلاع و اندازه ی زاویه های داخلی چندضلعی محدب بوجود آمده داخل حلقه را مشخص کنید.



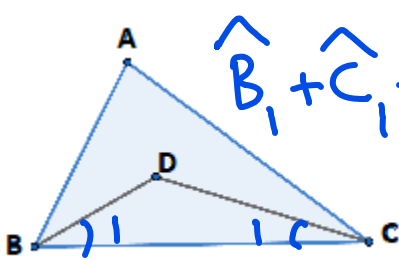
$$\text{اندازه زاویه داخلی ۵ ضلعی منتظم} = \frac{(5-2) \times 180}{5} = 108^\circ$$

$$360^\circ = \text{اندازه زاویه خارجی} \rightarrow 360^\circ - 2 \times 108^\circ = 144^\circ = \text{اندازه هر زاویه داخلی ۵ ضلعی منتظم}$$

$$\frac{360^\circ}{n} = 144^\circ \rightarrow n = 10$$

۱۸. در مثلث مختلف الاضلاع ABC، نقطه‌ی برخورد دو نیم‌ساز زاویه‌های داخلی B و C را D می‌نامیم. اگر

$\hat{A} = 78^\circ$ باشد، اندازه‌ی زاویه \widehat{BDC} را بدست آورید.



$$\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = \frac{\widehat{ABC} + \widehat{ACB}}{2} = \frac{180 - 78}{2} = 51^\circ$$

$$\therefore \widehat{BDC} = 180 - 51 = 129^\circ$$

۱۹. جواب معادله‌ی $\frac{5}{y}(7x+2) - 4(x-1) = \frac{y}{6}(x+12)$ را بدست آورید.

$$5x + \frac{10}{y} - 4x + 4 = \frac{y}{6}x + 12 \Rightarrow x = -\frac{36}{y}$$

۲۰. برای سفر تعدادی از دانش آموزان یک مدرسه تمام کوبه های یک واگن از یک قطار رزرو شده است. اگر در هر

کوبه ۵ نفر را جا دهیم، برای ۲ نفر جایی نمی‌ماند و اگر در هر کوبه ۶ نفر را جا دهیم ۳ کوبه خالی می‌ماند. تعداد این

دانش آموزان چند نفر است؟

۱۰۲ نفر

تعداد کوبه‌ها = X

$$5x+2=6(x-3) \rightarrow 5x+2=6x-18 \rightarrow x=20,$$

$$\text{تعداد دانش آموزان} = 5 \cdot 20 + 2 = 102$$