

تمرینهای سری پنجم سیگنالها و سیستمها - دانشگاه مهندسی فناوری های نوین قوچان

۱ - سیگنال متناوب $x(t)$ روی یک دوره تناوب ($T_0 = 4$) به صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{cases} x(t) = 2 & -2 \leq t < 0 \\ x(t) = 0 & 0 \leq t < 2 \end{cases}$$

ضرایب سری فوریه مختلط (a_k) را بدست آورید. (پاسخ را بر حسب تابع sinc بیان کنید)
 ۲ - سیگنالهای متناوب $x(t)$ و $y(t)$ با دوره مشترک T_0 و فرکانس زاویه ای اصلی ω را به ترتیب با ضرایب سری فوریه a_k و b_k در نظر بگیرید. به عبارت دیگر داریم:

$$\begin{aligned} x(t) &\longleftrightarrow a_k \\ y(t) &\longleftrightarrow b_k \end{aligned}$$

مطلوبست تعیین ضرایب سری فوریه سیگنالهای خواسته شده زیر به همراه استدلال لازم

$$\begin{aligned} ax(t) + by(t) &\longleftrightarrow \\ x(t - t_0) &\longleftrightarrow \\ x(-t) &\longleftrightarrow \\ x(at) &\longleftrightarrow \\ x(t) \cdot y(t) &\longleftrightarrow \\ x'(t) &\longleftrightarrow \\ \text{Even}\{x(t)\} &\longleftrightarrow \\ \text{Odd}\{x(t)\} &\longleftrightarrow \end{aligned}$$

۳ - سیگنال $x(t)$ با نمایش سری فوریه $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$ را در نظر بگیرید. این سیگنال وارد سیستمی LTI میشود که با معادله دیفرانسیل زیر قابل توصیف است:

$$y'(t) + \alpha y(t) = \beta x(t - \gamma)$$

با توجه به LTI بودن سیستم، خروجی سیستم به صورت $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k e^{jk\omega_0 t}$ قابل بیان است (چرا؟). رابطه بین a_k و b_k را بدست آورید.

۴ - سیگنال متناوب $x(t)$ روی یک دوره تناوب ($T_0 = 2$) به صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{cases} x(t) = t & 0 \leq t < 1 \\ x(t) = -t & -1 \leq t < 0 \end{cases}$$

الف) ضریب a_0 را تعیین نمایید.
 ب) در حالت کلی چه ارتباطی بین ضرایب سری فوریه $x'(t)$ با ضرایب سری فوریه $x(t)$ وجود دارد. آن را نوشته و اثبات کنید.

ج) ضرایب سری فوریه $x'(t)$ را برای $x(t)$ داده شده تعیین نمایید.

د) با استفاده از نتیجه بندهای ب و ج، ضرایب سری فوریه $x(t)$ را تعیین نمایید.

۵ - ضرایب سری فوریه را برای سیگنال قطار ضربه به صورت $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_0)$ تعیین

- نموده و نمایش سری فوریه را برای آن بنویسید.
- ۶- ضرایب سری فوریه سیگنال $x(t) = 2j \sin(\frac{2}{3}t) + \cos(t - \frac{\pi}{3}) + 2$ را تعیین نمایید و با کمک آنها توان سیگنال را تعیین کنید.
- ۷- تبدیل فوریه یک سیگنال به صورت $Z(\omega) = \frac{4 \sin 2\omega}{\omega} - \frac{4 \sin^2 \omega}{\omega^2}$ است. اگر سیگنالی متناوبی را به صورت $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} z(t - 5k)$ تعریف کنیم، مطلوبست تعیین $X(\omega)$.
- ۸- ضرایب سری فوریه سیگنال $\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{|t-kT|}$ را بدست آورید.

قربان صباغ