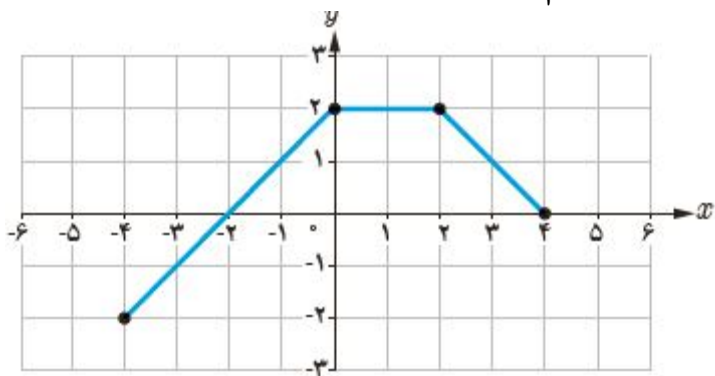
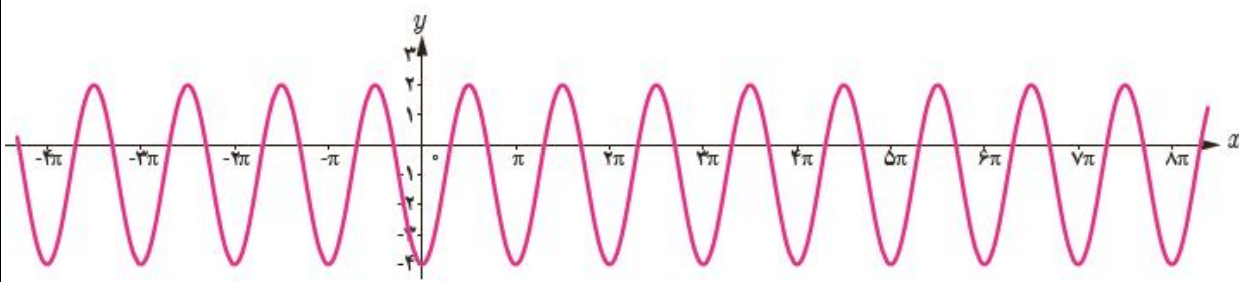


رشته : تجربی پایه: دوازدهم نام درس : ریاضیات ۳ تعداد سوالات: ۱۵ نام و نام خانوادگی: دبیرستان: علامه طباطبایی دبیر و طراح: حسین لهراب	باسمه تعالی جمهوری اسلامی ایران وزارت آموزش و پرورش سازمان آموزش و پرورش استان چهارمحال و بختیاری مدیریت آموزش و پرورش منطقه فلارد به نام خدایی که از نسبت محیط به قطر دایره آگاه است	تاریخ : ۱۳۹۷/۱۰/۱۵ وقت آزمون : ۱۲۰ دقیقه سوال + پاسخ تشریحی مهر آموزشگاه:
---	--	--

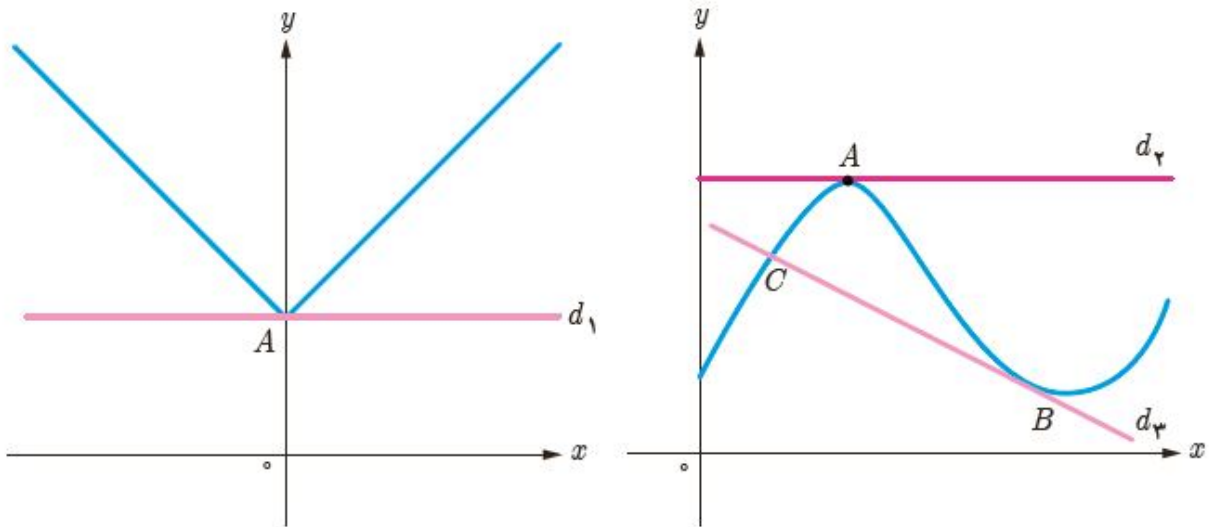
امام علی (ع): "از آنان مباحثید که بدون زحمت و تلاش امید به عاقبتی نیک دارند" سوالات در ۳ صفحه طراحی شده اند.

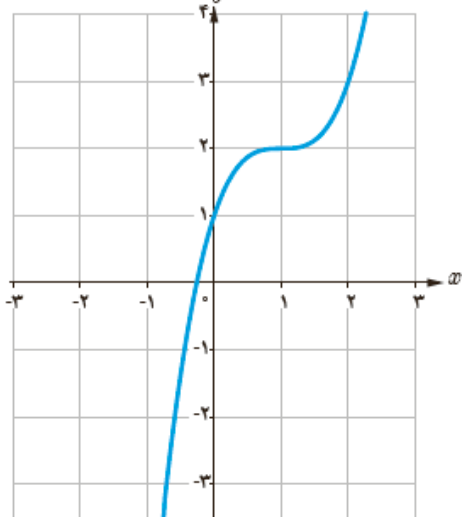
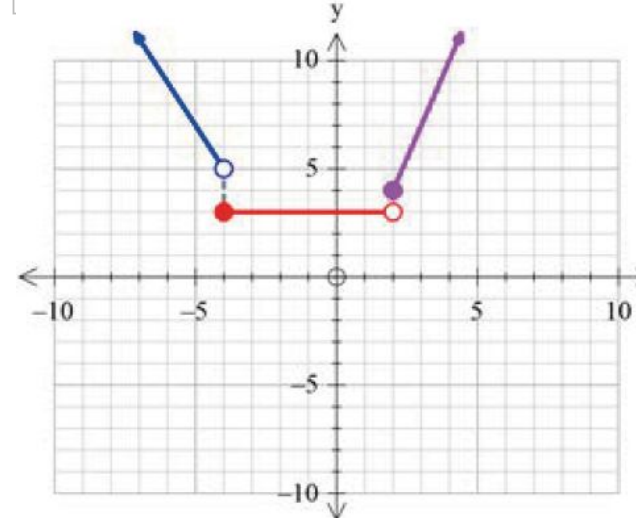
ردیف	" سال تولید و حمایت از کالای ایرانی مبارک باد "	نمره: 
	پیامبر اعظم (ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.	
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) تابعی وجود دارد که اکیدا یکنوا باشد ولی یک به یک نباشد. ب) اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 2x - 3$ آن گاه $(fog)(6) = g(3)$. پ) می توان بازه ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد. ت) باقی مانده ی تقسیم چند جمله ای $p(x) = 3x^3 + 2x^2 + 5x + 1$ بر $x + 1$ برابر ۵- است. ث) نمودار تابع $y = -\log_3 x + 1$ یک تابع اکیدا نزولی است.	۱/۲۵
۲	جاهای خالی را با کلمات و عبارات مناسب ریاضی پر کنید. الف) اگر $f(x) = x^3$ و $g(x) = 3x - 1$ در این صورت حاصل $g^{-1} \circ f^{-1}(8)$ برابر است. ب) مقدار $\sin 22/5^\circ$ برابر است. پ) اگر نقطه ی $(-2, 5)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ قرار داشته باشد . در این صورت نقطه ی متناظر آن روی نمودار تابع $g(x) = 2f(x+1) - 3$ برابر است. ت) مقدار حد $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{3}{x^2}}{\frac{y}{x} - y}$ برابر است. ث) اگر $g(x) = \sqrt{5}$ مقدار $g'(1397)$ برابر است.	۱/۵
۳	نمودار تابع $y = (x-1)^3 + 2$ را رسم کنید و برد آن را بیابید.	۰/۲۵
۴	نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه هایی را مشخص کنید که در آن ها تابع صعودی ، نزولی و ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & x < -4 \\ 3 & -4 \leq x < 2 \\ 2x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$	۱/۲۵

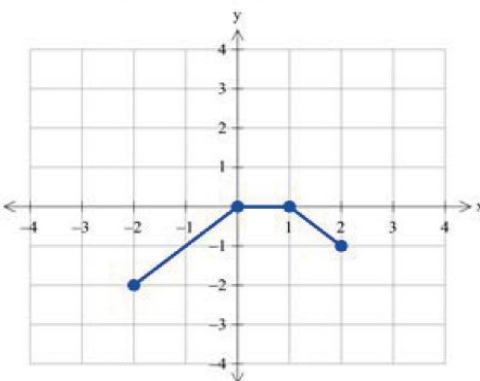
۱/۵	۵	اگر $f(x) = \sqrt{x+3}$ و $g(x) = \frac{2x}{x+4}$ در این صورت مطلوب است: الف) ضابطه ی مرکب تابع $f \circ g(x)$ را تشکیل دهید. ب) دامنه ی تابع $f \circ g(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. پ) مقدار عددی $g \circ f(1)$ را بیابید.
۱	۶	با استفاده از نمودار تابع $f(x)$، نمودار تابع $y = \frac{1}{4}f(2x) - 1$ را رسم کنید. 
۱/۵	۷	با محدود کردن دامنه ی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ یک تابع یک به یک بدست آورید. دامنه و برد f و تابع وارون آن را بنویسید.
۱	۸	ضابطه ی مربوط به نمودار تابع زیر را بنویسید. 
۱/۵	۹	فرض کنید $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ و α در ربع دوم باشد در این صورت مقدار $\cos 2\alpha$ و $\sin 2\alpha$ را بیابید.
۱/۷۵	۱۰	معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید. الف) $\sin 2\alpha - \sqrt{3} \cos \alpha = 0$ ب) $\cos X (2 \cos X - 5) = 3$
۳	۱۱	حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{2x^2 + 3x - 5} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 16}{2 + \sqrt[3]{x}} =$ پ) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 3}{2 - x}$

	ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7 + 6x^3}{2x^6 - 5x} =$ ث) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{-1}{\cos x} =$	
۰/۲۵	با توجه به نمودار تابع داده شده، موارد خواسته شده را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots\dots$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \dots\dots\dots$ پ) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots\dots\dots$	۱۲
۱	الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید. ب) اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 + 5}{3 + ax^n} = -2$ مقدار a و n را بیابید.	۱۳
۱/۲۵	تابع $f(x) = 2x^2 - 3x$ مفروض است: الف) مقدار $f'(2)$ را به کمک تعریف مشتق بیابید. ب) معادله ی خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه ی به طول ۲ واقع بر آن را بدست آورید.	۱۴
۱	با استفاده از نقاط E, D, C, B, A روی نمودارهای زیر به سوالات زیر پاسخ دهید؟ (برای قسمت های الف تا پ یک مورد کافی است.) الف) در کدام یک از نقاط شیب منحنی منفی است؟ (ب) در کدام یک از نقاط شیب منحنی مثبت است؟ (پ) نقطه ای روی نمودار مشخص کنید که در آن مشتق صفر است؟ ت) نقاط A تا E را بر حسب شیب از کوچک به بزرگ مرتب کنید.	۱۵

با توجه به نمودار توابع داده شده ی زیر مشخص کنید هر کدام در چه نقطه ای خط بر منحنی مماس نیست؟



	راهنمای تصحیح امتحان پاسخ نامه تشریحی	
۱/۲۵	الف) نادرست ب) درست پ) نادرست ت) درست ث) درست	۱
۱/۲۵	الف) ۱ ب) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$ پ) $(-3, 7)$ ت) $(-\frac{2}{7}, 0)$ ث) ۰	۲
۰/۵	۳ برد تابع برابر $\mathbf{R}$ است.	
۱/۲۵	۴ الف) $(-\infty, -4)$ نزولی ب) $[-4, 2]$ ثابت پ) $[2, +\infty)$ صعودی	
۱	۵ الف) $f \circ g(x) = \sqrt{\frac{2x}{x+4}} + 3$ ب) $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbf{R} - \{-4\} \mid \frac{2x}{x+4} \geq -3\}$ $\{x \in \mathbf{R} - \{-4\} \mid \frac{2x}{x+4} + 3 \geq 0\}$ $\{x \in \mathbf{R} - \{-4\} \mid \frac{5x+12}{x+4} \geq 0\}$ $\{x \in \mathbf{R} - \{-4\} \mid (-\infty, -4] \cup [-\frac{12}{5}, \infty)\} = (-\infty, -4] \cup [-\frac{12}{5}, \infty)$	

	$g(f(1)) = g(2) = \frac{2}{3}$ (پ)											
۱	$y = \frac{1}{p} f(px) - 1 \quad px = t \rightarrow t = \frac{1}{p} x$ <table border="1"> <tr> <td>$\frac{1}{p} \times (-2)$</td> <td>$\frac{1}{p}(-1)$</td> <td>$\frac{1}{p}(0)$</td> <td>$\frac{1}{p}(1)$</td> <td>$\frac{1}{p}(2)$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{1}{p}(-2) - 1$</td> <td>$\frac{1}{p}(0) - 1$</td> <td>$\frac{1}{p}(1) - 1$</td> <td>$\frac{1}{p}(1) - 1$</td> <td>$\frac{1}{p}(0) - 1$</td> </tr> </table> $\Rightarrow \begin{array}{ccccc} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{array}$  $y = \begin{cases} x & -2 \leq x \leq 0 \\ 0 & 0 \leq x \leq 1 \\ -x + 1 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ $D = [-2, 2] \quad R = [-2, 0]$	$\frac{1}{p} \times (-2)$	$\frac{1}{p}(-1)$	$\frac{1}{p}(0)$	$\frac{1}{p}(1)$	$\frac{1}{p}(2)$	$\frac{1}{p}(-2) - 1$	$\frac{1}{p}(0) - 1$	$\frac{1}{p}(1) - 1$	$\frac{1}{p}(1) - 1$	$\frac{1}{p}(0) - 1$	۶
$\frac{1}{p} \times (-2)$	$\frac{1}{p}(-1)$	$\frac{1}{p}(0)$	$\frac{1}{p}(1)$	$\frac{1}{p}(2)$								
$\frac{1}{p}(-2) - 1$	$\frac{1}{p}(0) - 1$	$\frac{1}{p}(1) - 1$	$\frac{1}{p}(1) - 1$	$\frac{1}{p}(0) - 1$								
۱/۵	$f(x) = x^2 - 4x + 3 + 1 - 1 = (x - 2)^2 - 1$ $\begin{cases} D_f = R_{f^{-1}} = [2, +\infty) \\ R_f = D_{f^{-1}} = [-1, +\infty) \end{cases}$ $y = (x - 2)^2 - 1 \Rightarrow y + 1 = (x - 2)^2 \stackrel{x \geq 2}{\Rightarrow} \sqrt{y + 1} = x - 2$ $\Rightarrow x = \sqrt{y + 1} + 2 \Rightarrow y = f^{-1}(x) = \sqrt{x + 1} + 2$	۷										
۱	با توجه به نمودار، تابع کسینوسی است. و a منفی و b مثبت است. $\max = 2, \min = -4, T = \pi$ $c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{2 - 4}{2} = -1, a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 \Rightarrow a = -3$ $ b = \frac{2\pi}{T} = 2 \Rightarrow b = 2$ $y = -3 \cos(2x) - 1$	۸										
۱/۵	$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = -\frac{5}{13}$ $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha = 2 \times -\frac{5}{13} \times \frac{12}{13} = \frac{-120}{169}$ $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \left(\frac{-5}{13}\right)^2 - 1 = \frac{50}{169} - 1 = \frac{-119}{169}$	۹										
	(الف)	۱۰										

•/۷۵	$\sqrt{r} \sin \alpha \times \cos \alpha - \sqrt{r} \cos \alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha (\sqrt{r} \sin \alpha - \sqrt{r}) = 0$ $\begin{cases} \cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin \alpha = \frac{\sqrt{r}}{r} = \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = rk\pi + \frac{\pi}{r} \\ \alpha = (rk+1)\pi - \frac{\pi}{r} \end{cases} \end{cases}$	(ب)	
۱	$r \cos^2 X - \Delta \cos X - r = 0, \cos X = t$ $rt^2 - \Delta t - r = 0 \Rightarrow t = \cos X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{\Delta \pm \gamma}{4}$ $\Rightarrow \begin{cases} \cos X = r \quad \times \\ \cos X = \frac{-1}{r} = \cos\left(\frac{r\pi}{r}\right) \Rightarrow X = rk\pi \pm \frac{r\pi}{r} \end{cases}$		
۱	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(2x+5)} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{14(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{14(x-1)} = \frac{1}{14}$	(الف)	۱۱
•/۷۵	$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{r(x+8)}{r + \sqrt[3]{x}} \times \frac{r + \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}{r + \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{r^2(x+8)}{x+8} = r^2$	(ب)	
•/۵	$\frac{[r^-] - r}{r - r^-} = \frac{-r}{0^+} = -\infty$	(پ)	
•/۵	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7}{2x^4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 = +\infty$	(ت)	
•/۲۵	$\frac{-1}{0^-} = +\infty$		
•/۷۵		(الف) ۱ (ب) $-\infty$ (پ) $+\infty$	۱۲
•/۵	الف) مقدارهای $f(x)$ را می توان از هر عدد منفی دلخواهی کوچکتر کرد به شرطی که x به قدر		۱۳

۰/۵	کافی کوچک و منفی اختیار شود. (ب) از آن جایی که جواب حد در بی نهایت عدد حقیقی شده است. پس باید توان بزرگترین جمله ی صورت و مخرج یکسان باشد پس خواهیم داشت: $n=۳, \frac{۳}{a}=-۲ \Rightarrow a=\frac{-۳}{۲}$	
۱/۲۵	$f'(۲) = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{f(x)-f(۲)}{x-۲} = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{۲x^۲-۳x-۲}{x-۲} = \lim_{x \rightarrow ۲} \frac{(x-۲)(۲x+۱)}{x-۲} = ۵ \quad f(۲)=۲$ $y=ax+b, a=f'(۲)=۵ \Rightarrow y=۵x+b$ $b=۲-۵ \times ۲ = -۱۰ \Rightarrow y=۵x-۸$	۱۴
۱	الف) C و D (ب) A و B و E (پ) نقاط ماکزیمم و مینیم هر کدام مشخص شود کافی است. ت) $m_C < m_D < m_E < m_A < m_B$	۱۵
۰/۵	برای شکل سمت چپ خط در نقطه ی A مماس نیست. برای شکل سمت راست خط در نقطه ی C مماس نیست.	۱۶
۲۰	لطفا برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید. موفق و موید باشید.	