

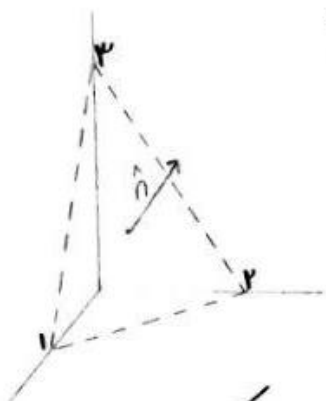
# تمرین "آنالیز بردار" سری ۱

(۱) روابط زیر را ثابت کنید:

$$1) |\vec{A} \pm \vec{B}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 \pm 2AB \cos \theta$$

$$2) |\vec{A} \times \vec{B}|^2 = |\vec{A}|^2 |\vec{B}|^2 - (\vec{A} \cdot \vec{B})^2$$

(۲) مؤلفه‌های بردار  $\hat{n}$  عمود بر صفحه‌ی مثلث شکل مقابل را بیابید:



(۳) در صفحه‌ای که دو بردار  $i + j$  و  $k + j$  در آن قرار دارند، بردار یک‌ای بیابید که بر بردار  $k + j + i$  عمود باشد.

(۴) اگر  $\vec{A} = (2, -1, 1)$  و  $\vec{B} = (1, 2, -1)$  و  $\vec{C} = (1, 1, -2)$  باشد،  $D$  که ترکیب خطی  $\vec{C}$ ،  $\vec{B}$  است را به گونه‌ای بیابید که بر  $\vec{A}$  عمود باشد و طول آن یک باشد.

(۵) الف) فرض کنید  $\vec{A} = (2, 3, -2)$ ،  $\alpha$ ،  $\beta$ ،  $\theta$  که زوایای بین بردار  $\vec{A}$  و محورهای مختصات اند را بیابید:

ب) تمام بردارهای موازی  $\vec{A}$  را بیابید.

ج) فرض کنید  $\vec{A} = (1, 1, 1, \dots, 1)$  و  $\vec{B} = (1, 2, 3, \dots, n)$  در فضای  $n$  بعدی باشد، مقدار حدی زاویه بین  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  را وقتی  $n$  به بی‌نهایت میل کند، بیابید.

(د) با تشکیل حاصل ضرب نقطه ای دو بردار  $\vec{A} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$  و  $\vec{B} = (\cos \beta, \sin \beta)$  رابطه ای  
زیر را به دست آورید:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$