

نام درس: ریاضی ۲  
نام دبیر: فاطمه عراقی  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۵/۰۳  
 ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر  
مدت امتحان: ۱۰۵ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره کی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
دیستان غیر دولتی دختران  
آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۷-۹۶

نام و نام خانوادگی: .....  
مقطع و شنوندگی: یازدهم تجربی  
نام پدر: .....  
شماره داوطلب: .....  
تعداد صفحه سوال: ۲ صفحه

ردیف	محل مهر با امضاء مدیر	سوالات
۱		جاهاي خالي را پر کنيد. الف) ميانه داده هاي آماري $18, 10, 12, 9, 7, 9$ و $16$ برابر ..... است. ب) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_3^{(x-1)}$ از نواحي ..... محورهای مختصات می گذرد. پ) حاصل $[3/2 + -5/1] + [3/2 - 5/1]$ برابر ..... است. ت) معادله درجه دومی که ريشه های آن $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ باشند، برابر ..... است.
۲		درستي يا نادرستي عبارات زير را مشخص کنيد. الف) مرکز دایره هاي محاطي مثلث، محل تلاقی نيمسازهای مثلث است. ب) مقدار ماکریمم تابع $-5 - 2x^2 + 8x = f(x)$ برابر ۲ است. پ) در دایره ای به شعاع ۱۰، اندازه زاويه مرکزی مقابل به کمانی به طول ۸ برابر $8/\pi$ رادیان است.
۳		گزینه صحیح را انتخاب کنید. (با راه حل) الف) اگر $y = ax + b$ وارون تابع خطی $y = \frac{x}{3} - 2$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است? ۹ (۴)                          ۳ (۳)                          -۳ (۲)                          -۹ (۱) ب) اگر $\log 2 = a$ باشد، مقدار $\log 1/25$ کدام است? ۳a - ۲ (۴)                          ۳a - ۱ (۳)                          ۲ - ۳a (۲)                          ۱ - ۳a (۱) پ) يك سكه و يك تاس را پرتاب می کنيم، احتمال اين که سكه «پشت» و تاس عددی «اول» باشد، چقدر است? ۱/۳ (۴)                          ۱/۴ (۳)                          ۲/۳ (۲)                          ۱/۲ (۱) ت) ميانگين و واريانس تعدادي داده هاي آماري به ترتيب ۶ و ۱ می باشد. اگر هر يك از داده ها را دو برابر و سپس ۳ واحد از آنها کم کنيم، ضریب تغییرات داده های حاصل کدام است? ۰/۳ (۴)                          ۰/۲ (۳)                          ۱/۳ (۲)                          ۲/۹ (۱)
۴		دو انتهای يكی از قطرهای دایره ای نقاط $(-2, -4)$ و $(6, 4)$ هستند اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید.
۵		در شکل مقابل $\hat{D} = \hat{B}$ است. مقدار $x$ و $y$ را حساب کنید.
۱/۲۵		
۱		ثابت کنید در هر مثلث پاره خطی که وسطهای دو ضلع را به هم وصل کند، با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است.

ردیف	محل مهر یا امضاء مدیر	ادامه‌ی سؤالات
۱/۵		<p>اگر <math>g(x) = \frac{x+1}{x-2}</math> و <math>f(x) = \sqrt{x+1}</math> باشند.</p> <p>(الف) دامنه‌ی تابع <math>\frac{f}{g}</math> را بدست آورید.</p> <p>(ب) مقدار <math>(2f-g)</math> را محاسبه کنید.</p>
۱		<p>نمودار تابع <math>y = \frac{1}{3} \sin x</math> را در بازه‌ی <math>[0, 2\pi]</math> رسم کنید.</p>
۱/۷۵	$\frac{\sin 160^\circ - \cos(-200^\circ)}{\cos 110^\circ - \sin(-70^\circ)}$	<p>اگر <math>\tan 20^\circ = 3/4</math> باشد، مقدار عددی عبارت مقابله‌ی آورید.</p>
۱/۵		<p>(الف) نمودار تابع <math>y = -\frac{1}{3}x</math> را رسم کنید.</p> <p>(ب) دامنه و برد تابع را بنویسید.</p> <p>(پ) آیا تابع یک به یک است؟ چرا؟</p>
۱	$\log_2(2x+5) - \log_2(x-1) = 2 \log_2 3$	معادله‌ی لگاریتمی مقابله‌ی آورید.
۰/۵		<p>با توجه به شکل حاصل زیر را بدست آورید.</p> $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$
۲	<p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x-2 }{x-2}</math></p> <p>(پ) <math>\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x - \cos x}{\sin^2 x - \cos^2 x}</math></p>	حدهای زیر را محاسبه کنید.
۱	<p><math>f(x) = \begin{cases} 3x - [x] &amp; x &lt; 0 \\ a &amp; x = 0 \\ \sqrt{x+1} + b &amp; x &gt; 0 \end{cases}</math></p> <p>در نقطه‌ی <math>x = 0</math> پیوسته باشد.</p>	مقادیر $a$ و $b$ را طوری بیابید که تابع
۱	<p>ترکیبی از ۴ ماده‌ی شیمیایی داریم که دو تا از آنها مواد A و B هستند. احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی A، <math>\frac{1}{5}</math> و</p> <p>احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B، <math>\frac{1}{10}</math> است. اگر ماده‌ی A واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی</p>	۱۵
	<p><math>\frac{1}{4}</math> خواهد شد. با چه احتمالی حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد؟</p>	۱۶
۰/۷۵	اختلاف پنج داده‌ی آماری از میانگین آنها برابر ۳ و ۲ و -۴ و a و ۱ می‌باشند، واریانس این ۵ داده‌ی آماری را بدست آورید.	
صفحه‌ی ۲ از ۲		



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) ۱۱ (۰/۲۵) ب) اول و چهارم (۰/۲۵) ت) $x^2 - 3x + 1 = 0$ پ) $-3$	(۰/۵)
۲	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵)	(۰/۵)
۳	الف) گزینه‌ی (۴) $f^{-1}(x) = 3x + 6 \rightarrow a + b = 9$ (۰/۵) ب) گزینه‌ی (۱) $\log \frac{125}{100} = \log 5^3 - \log 10^2 = 3(1-a) - 2 = 1 - 3a$ (۰/۲۵) پ) گزینه‌ی (۳) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4}$ (۰/۵) ت) گزینه‌ی (۱) $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{(6 \times 2) - 3} = \frac{2}{9}$ (۰/۵)	(۰/۵)
۴	O(۲, ۱) $r = OA = \sqrt{(2+2)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{25} = 5$ (۰/۲۵)	(۰/۵)
۵	$\begin{cases} \hat{B} = \hat{D} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta ADE \cong \Delta ABC \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases}$ (۰/۵) تساوی دو زاویه	(۰/۲۵)
۶	$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$ عکس تالس (۰/۲۵) $DE \parallel BC$ تالس (۰/۲۵) $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $DE = \frac{1}{2} BC$ (۰/۲۵)	(۰/۲۵)
۷	الف) $D_f = [-1, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_g = R - \{2\}$ (۰/۲۵) ب) $D_f \cap D_g - \{x   g(x) = 0\} = [-1, +\infty) - \{2\} - \{-1\} = (-1, 2) \cup (2, +\infty)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $f(3) - g(3) = 2(2) - 4 = 0$ (۰/۲۵)	(۰/۲۵)
۸	(۱)	
۹	$\frac{\sin(180 - 20) - \cos(180 + 20)}{\cos(90 + 20) + \sin(90 - 20)} = \frac{\sin 20 + \cos 20}{-\sin 20 + \cos 20} \div \cos 20 = \frac{\tan 20 + 1}{-\tan 20 + 1} = \frac{1/36}{-1/64} = \frac{17}{8}$ (۰/۲۵)	(۰/۵)
۱۰	الف) ب) $D_f = R$ $R_f = (-\infty, \infty)$ (۰/۵) پ) بله زیرا هر خط موازی محور x ها نمودار را در یک نقطه قطع می‌کند. (۰/۵)	(۰/۵)

محل مهر یا امضاء مدیر	
$\log_2 \frac{2x + 5}{x - 1} = \log_2 9 \Rightarrow \frac{2x + 5}{x - 1} = 9 \Rightarrow x = 2$ <small>(+/25)</small>	۱۱
$3 - 1 = 2$ <small>(+/5)</small>	۱۲
<small>الف</small> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-3)(x-1)} = -1$ <small>(+/25)</small> <small>(+/5)</small>	۱۳
<small>ب)</small> $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 & (+/25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 & (+/25) \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{x-2}$ وجود ندارد <small>(+/25)</small>	
<small>پ)</small> $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ <small>(+/25)</small> <small>(+/25)</small>	
$\lim_{x \rightarrow \circ^-} f(x) = -[\circ^-] = 1$ <small>(+/25)</small> $\lim_{x \rightarrow \circ^+} f(x) = 1+b$ <small>(+/25)</small> $f(\circ) = a \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \circ \end{cases}$ <small>(+/5)</small>	۱۴
$P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ <small>(+/5)</small>	۱۵
$P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ <small>(+/5)</small>	
$3 - 2 - 4 + a + 1 = 0 \rightarrow a = 2$ <small>(+/25)</small>	۱۶
$\sigma^2 = \frac{3^2 + (-2)^2 + (-4)^2 + 2^2 + 1^2}{5} = \frac{34}{5} = 6.8$ <small>(+/25)</small>	