

پرسش های فصل ۳- قسمت سوم (توجه: تمرین ها با تأخیر پذیرفته نخواهد شد).

۱- کد بلوکی خطی C با بردارهای پیام و بردارهای کد داده شده در جدول زیر را در نظر بگیرید:

Messages	Code words
(0 0 0 0)	(0 0 0 0 0 0 0)
(1 0 0 0)	(1 1 0 1 0 0 0)
(0 1 0 0)	(0 1 1 0 1 0 0)
(1 1 0 0)	(1 0 1 1 1 0 0)
(0 0 1 0)	(1 1 1 0 0 1 0)
(1 0 1 0)	(0 0 1 1 0 1 0)
(0 1 1 0)	(1 0 0 0 1 1 0)
(1 1 1 0)	(0 1 0 1 1 1 0)
(0 0 0 1)	(1 0 1 0 0 0 1)
(1 0 0 1)	(0 1 1 1 0 0 1)
(0 1 0 1)	(1 1 0 0 1 0 1)
(1 1 0 1)	(0 0 0 1 1 0 1)
(0 0 1 1)	(0 1 0 0 0 1 1)
(1 0 1 1)	(1 0 0 1 0 1 1)
(0 1 1 1)	(0 0 1 0 1 1 1)
(1 1 1 1)	(1 1 1 1 1 1 1)

الف) مقدار  $n$  و  $k$  و نرخ کد را برای این کد بیابید. ب) تعداد بردارهای خطایی که توسط این کد قابل آشکارسازی هستند چقدر است؟ ج) تعداد بردارهای خطای غیر قابل تشخیص توسط این کد را بنویسید. د) تعداد بردارهای خطای غیرقابل تصحیح توسط این کد را بنویسید. ه) تعداد بردارهای خطای قابل تصحیح توسط این کد را بنویسید. و) آیا این کد یک کد کامل است؟ ز) آیا این کد یک کد سیستماتیک است؟ ح) احتمال وقوع خطای غیرقابل تصحیح (خطای کدبرداری) برای این کد چقدر است؟ ط) احتمال وقوع خطای غیرقابل تشخیص برای این کد چقدر است؟ ی) فاصله کمینه،  $d_{min}$ ، این کد را از روی وزن بردارهای کد بدست آورید. ک) برای این کد یک آرایه استاندارد درست کنید. ل) برای این کد یک جدول سندروم درست کنید. م) این کد حداکثر چند بیت خطا را در بردار ارسالی می تواند تشخیص دهد. ن) آیا این کد یک کد MDS است؟ ص) این کد حداکثر چند بیت خطا را در بردار ارسالی می تواند تصحیح کند.

راهنمایی: یک کد  $c(n,k)$  با فاصله کمینه  $d_{min}$  می تواند حداکثر  $d_{min}-1$  خطا را تشخیص داده و  $\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \rfloor$  خطا را تصحیح کرده و  $2^{n-k}-1$  بردار خطای غیر صفر متمایز را تصحیح کند.

۲- یک کد بلوکی خطی با ماتریس پریتی-چک  $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  را در نظر بگیرید.

فرض کنید بردار کد  $\mathbf{v} = [1 0 0 1 0 1 1]$  شده باشد و بردار دریافتی برابر  $\mathbf{r} = [1 0 0 1 0 0 1]$  باشد. الف) بردار سندروم مربوط به بردار دریافتی را بدست آورید. ب) گیرنده تلاش می کند تا بردار خطای

$\underline{e}=[e_0 e_1 e_2 e_3 e_4 e_5 e_6]$  را که سندروم فوق را تشکیل می دهد تعیین کند. تمام بردارهای خطایی که سندروم فوق را تولید می کنند بدست آورید. (ج) کدام یک از بردارهای خطای فوق احتمال وقوع بیشتری دارد؟ (د) احتمال وقوع با وزن بردار خطای دریافتی افزایش می یابد یا کاهش می یابد. به نظر شما گیرنده بهتر است کدام یک از بردارهای خطا را به عنوان بردار خطای واقع شده در کانال در نظر بگیرد تا احتمال خطای کدبرداری کاهش یابد؟

۳- یک کد بلوکی خطی با ماتریس مولد زیر را در نظر بگیرید:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(الف) این کد چند رهبر کاست دارد؟ (ب) این کد چند بردار خطای قابل تصحیح (شامل خطای تمام صفر) را می تواند تصحیح کند؟ (ج) جدول سندروم این کد را بنویسید. (د) فاصله کمینه این کد چقدر است؟ (د) آیا این کد یک کد MDS است؟ (ه) آیا این کد یک کد کامل است؟ (ز) فرض کنید بردار کد  $\underline{v}=[1 0 0 1 0 1]$  ارسال شده و بردار  $\underline{r}=[1 0 0 1 1 1]$  دریافت شده باشد. گیرنده برای کدبرداری از بردار دریافتی ابتدا سندروم آنرا محاسبه می کند و سپس از روی جدول سندروم، بردار خطا (رهبر کاست) نظیر را که بیشترین احتمال وقوع را دارد به عنوان خطای واقع شده در کانال تعیین می کند. در این صورت تعیین کنید بردار دریافتی به کدام بردار کد کدبرداری می شود؟ (ح) آیا در این صورت خطای کدبرداری رخ می دهد؟ چرا؟ (ط) حال فرض کنید بردار کد  $\underline{v}=[0 0 0 0 0 0]$  ارسال شده و بردار  $\underline{r}=[1 0 0 0 1 0]$  دریافت شده باشد. در این صورت تعیین کنید بردار دریافتی به کدام بردار کد کدبرداری می شود؟ (ی) آیا در این صورت خطای کدبرداری رخ می دهد؟ چرا؟

۴- ماتریس مولد یک کد بلوکی خطی به صورت زیر است:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(الف) مقدار  $n$  و  $k$  و نرخ کد را برای این کد بیابید. (ب) تعداد بردارهای خطایی که توسط این کد قابل آشکارسازی هستند چقدر است؟ (ج) تعداد بردارهای خطای غیر قابل آشکارسازی توسط این کد را بنویسید. (د) تعداد بردارهای خطای غیرقابل تصحیح توسط این کد را بنویسید. (ه) تعداد بردارهای خطای قابل تصحیح توسط این کد را بنویسید. (این کد چند بردار خطای قابل تصحیح (شامل خطای تمام صفر) را می تواند تصحیح کند؟) (و) این کد چند رهبر کاست دارد؟ (ز) جدول سندروم این کد را بنویسید. (ح) فاصله کمینه این کد چقدر است؟ (ط) آیا این کد یک کد MDS است؟ (ی) آیا این کد یک کد کامل است؟ (ک) فرض کنید بردار کد  $\underline{v}=[1 0 0 1 0 1 1]$  ارسال شده و بردار  $\underline{r}=[1 0 0 1 1 1 1]$  دریافت شده باشد. گیرنده برای

کدبرداری از بردار دریافتی ابتدا سندروم آنرا محاسبه می کند و سپس از روی جدول سندروم، بردار خطا (رهبر کاست) نظیر را که بیشترین احتمال وقوع را دارد به عنوان خطای واقع شده در کانال تعیین می کند. در این صورت تعیین کنید بردار دریافتی به کدام بردار کد کدبرداری می شود؟ (ل) آیا در این صورت خطای کدبرداری رخ می دهد؟ چرا؟ (م) حال فرض کنید بردار کد  $\mathbf{v}=[0000000]$  ارسال شده و بردار  $\mathbf{r}=[1000100]$  دریافت شده باشد. در این صورت تعیین کنید بردار دریافتی به کدام بردار کد کدبرداری می شود؟ (ن) آیا در این صورت خطای کدبرداری رخ می دهد؟ چرا؟ (ص) احتمال وقوع خطای غیر قابل تشخیص را برای این کد بیابید؟ (ع) احتمال وقوع خطای غیر قابل تصحیح را برای این کد بیابید؟ (ف) این کد حداکثر چند بیت خطا را در بردار ارسالی می تواند تشخیص دهد. (ث) این کد حداکثر چند بیت خطا در بردار ارسالی را می تواند تصحیح کند.

۵- بردارهای پیام و بردارهای کد نظیر آنها در یک کد گردش در جدول زیر آمده است. در این صورت: الف) مقدار  $n$ ،  $k$ ، نرخ و کمینه فاصله این کد چقدر است؟ ب) آیا این کد یک کد کامل است؟ ج) آیا این کد یک کد MDS است؟ د) این کد حداکثر چند بیت خطا در بردار دریافتی را می تواند تشخیص دهد؟ ه) این کد حداکثر چند بیت خطا در بردار دریافتی را می تواند تصحیح کند؟  
یادآوری: کد گردش یک کد بلوکی خطی است که شیفت حلقوی هر کلمه کد یک کلمه کد است.

Messages	Code Vectors
(0 0 0 0)	0 0 0 0 0 0 0
(1 0 0 0)	1 1 0 1 0 0 0
(0 1 0 0)	0 1 1 0 1 0 0
(1 1 0 0)	1 0 1 1 1 0 0
(0 0 1 0)	0 0 1 1 0 1 0
(1 0 1 0)	1 1 1 0 0 1 0
(0 1 1 0)	0 1 0 1 1 1 0
(1 1 1 0)	1 0 0 0 1 1 0
(0 0 0 1)	0 0 0 1 1 0 1
(1 0 0 1)	1 1 0 0 1 0 1
(0 1 0 1)	0 1 1 1 0 0 1
(1 1 0 1)	1 0 1 0 0 0 1
(0 0 1 1)	0 0 1 0 1 1 1
(1 0 1 1)	1 1 1 1 1 1 1
(0 1 1 1)	0 1 0 0 0 1 1
(1 1 1 1)	1 0 0 1 0 1 1

پیروز باشید.