

① روابط زیر را اثبات کنید

الف)
$$\cos n\theta = \sum_{j=0}^n \binom{n}{2j} (\cos\theta)^{2j} (\sin\theta)^{n-2j} (-1)^j$$

ب)
$$\cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_1 \sin\theta_2$$

ج)
$$\sin ix = i \sinh(x)$$

② حاصل عبارت های زیر را بدست آورید

الف) i^n

« اگر $z \neq 0$ و عبارت C عدد مختلط دلخواهی باشد

ب) $\ln i$

تابع z^c را با رابطه زیر تعریف می کنیم :

ج) $(1+i)^i$

«
$$z^c = e^{c \ln z}$$

③ شرایط کوشی - ریمن را در مختصات قطبی بدست آورید

④ نشان دهید اگر z در دستگاه قطبی نمایش داده شود مستقیماً تابع $f(z)$ می تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\frac{df}{dz} = e^{-i\theta} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + i \frac{\partial v}{\partial r} \right)$$

⑤ نشان دهید معادله های $\cos z = 0$ ، $\sin z = 0$ تنها دارای جواب های حقیقی هستند

⑥ همه ریشه های معادله $\sin z = \cosh z$ را پیدا کنید

جواب : $(\frac{\pi}{4} + 2n\pi) \pm 4i$

⑦ نشان دهید اگر f تحلیلی باشد u و v در معادله لاپلاس صدق می کند