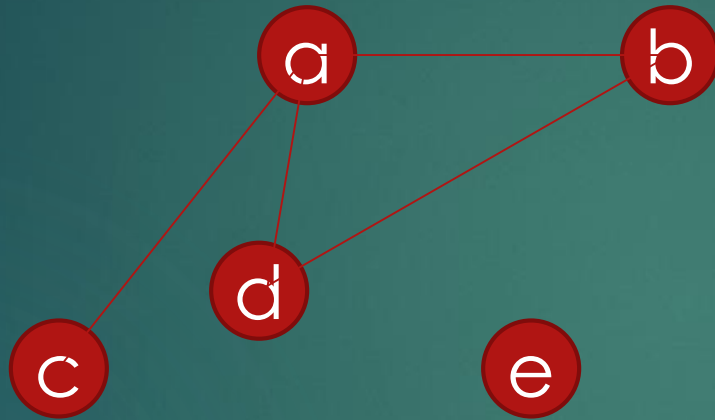


گراف

گراف



- ❖ رأس ها (V)
- ❖ یال ها (E)

- ❖ $V = \{a, b, c, d, e\}$
- ❖ $E = \{ab, ac, ad, bd\}$

گراف

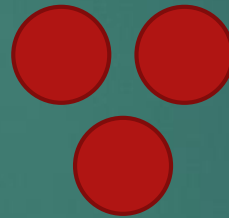
❖ گراف تهی : یال نداشته باشد. (N_P)



N_1



N_2



N_3



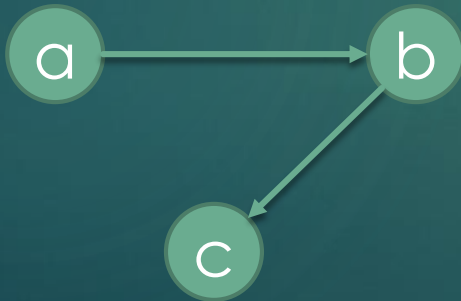
N_4

گراف

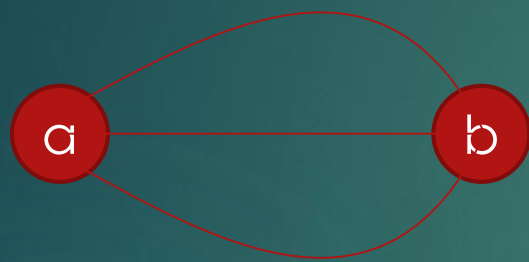
❖ طوقه : یالی که تنها یک رأس دارد.



❖ گراف جهت دار : دارای یال های جهت دار.



گراف



❖ یالهای موازی : یال های بین دو رأس

❖ گراف ساده : فاقد طوقه و یال موازی

❖ گراف چندگانه : شامل طوقه و یال موازی

❖ گراف مختلط : شامل یال های جهت دار و غیر جهت دار

❖ رئوس مجاور : دو رأس v و u را مجاور گوییم هرگاه دو سر یک یال باشند.

گراف

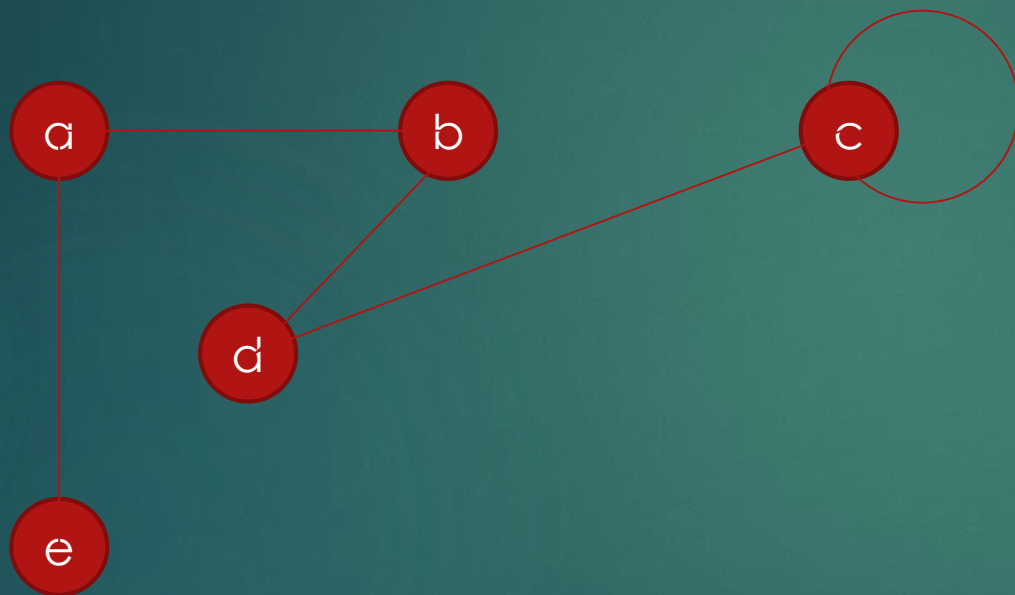
- ❖ مرتبه گراف : تعداد رئوس ($|V|=n$)
- ❖ اندازه گراف : تعداد یال ها ($|E|=m$)

$$0 \leq m \leq \binom{n}{2}$$



درجه رئوس : تعداد یال های متصل به رأس را گوییم.

گراف



$$\text{deg}(a) = \text{deg}(b) = \text{deg}(d) = 2$$

$$\text{deg}(c) = 3$$

$$\text{deg}(e) = 1$$

گراف

❖ رأس منفرد:

❖ $\text{deg}(u)=0$

❖ رأس معلق:

❖ $\text{deg}(u)=1$

❖ رأس فرد:

❖ $\text{deg}(u)=2k+1$

❖ رأس زوج:

❖ $\text{deg}(u)=2k$

$$\diamond \sum_{i=1}^n \deg(u_i) = 2|E|$$

❖ رأس ماکزیمم: رأس دارای بزرگترین درجه (Δ)

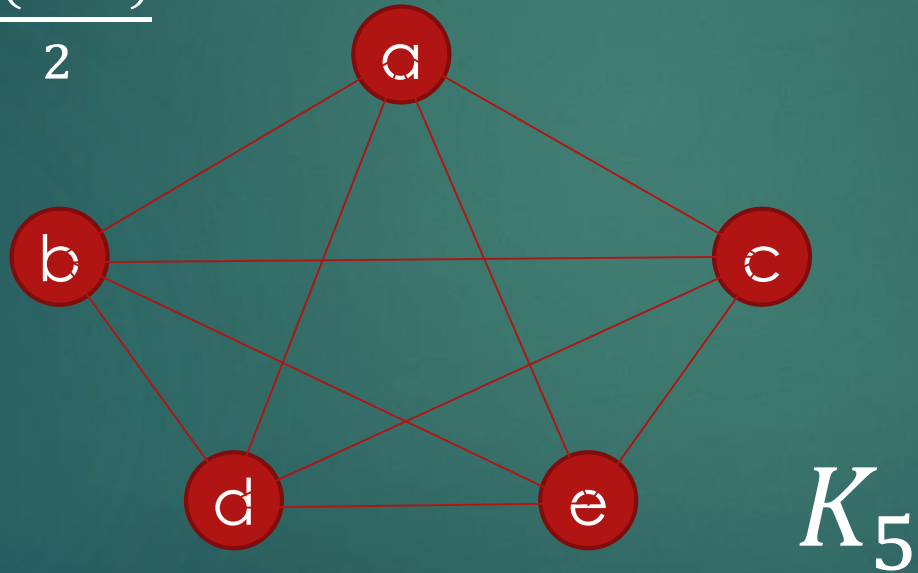
❖ رأس مینیمم: رأس با کوچک ترین درجه (δ)

❖ دنباله درجه های گراف

گراف های ساده خاص

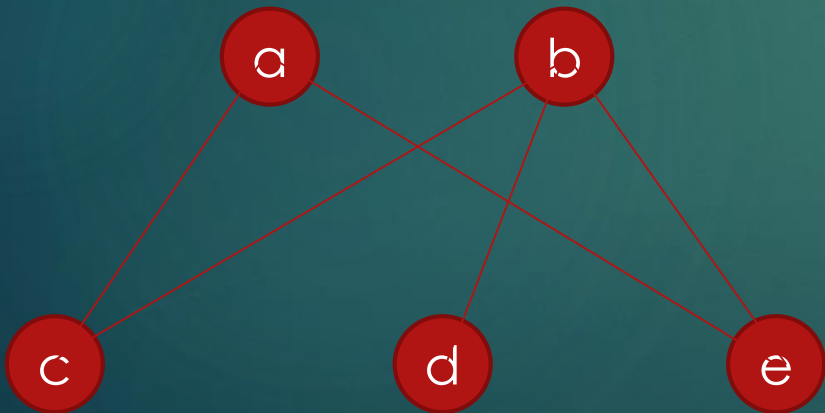
❖ گراف کامل (K_n) ❖

$$❖ |E| = \frac{n(n-1)}{2}$$

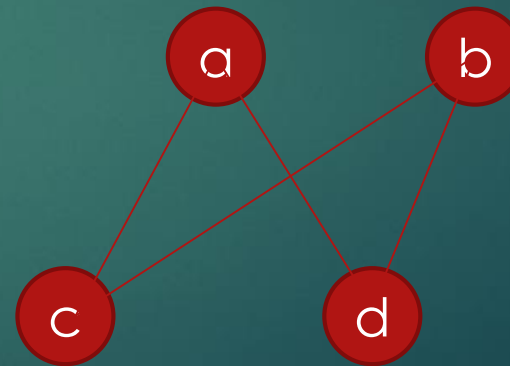


گراف های ساده خاص

- ❖ تورنمنت: گراف جهت دار که بین دو رأس متمایز v و u دقیقا یک یال باشد. (K_n^*)
- ❖ گراف دو بخشی: هرگاه بتوانیم مجموعه رئوس را به دو زیر مجموعه v_1 و v_2 افزایش کنیم، به طوری که هر یال آن گراف دارای یک رأس در v_1 و یک رأس در v_2 باشد.
- ❖ گراف دو بخشی کامل: هرگاه هر رأس از v_1 با هر رأس از v_2 مجاور باشد.



گراف دو بخشی

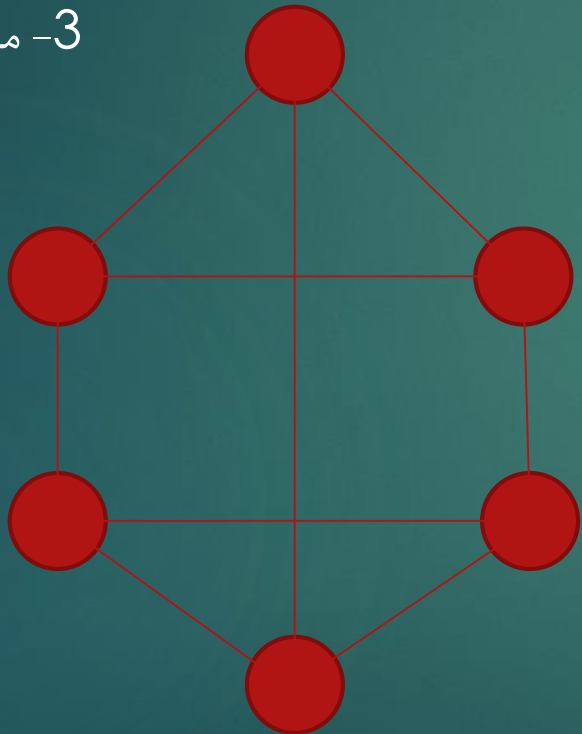


گراف دو بخشی کامل

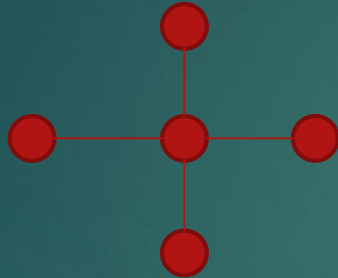
گراف های ساده خاص

❖ گراف ۲-منتظم: درجه همه رئوس ۲ باشد.

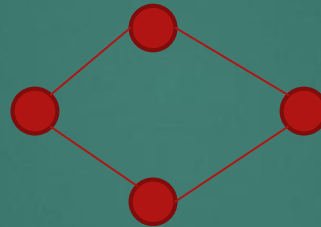
3-منتظم



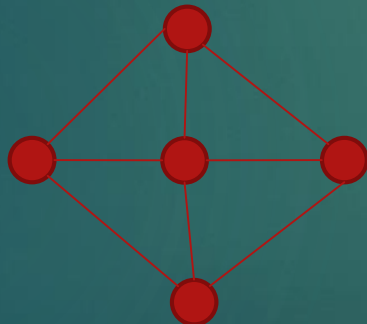
گراف های ساده خاص



❖ شبکه ستاره ای



❖ شبکه حلقه ای



❖ شبکه ترکیبی

گراف

❖ زیرگراف

❖ زیرگراف سره: $E_1 \subset E, \emptyset \neq V_1 \subset V$

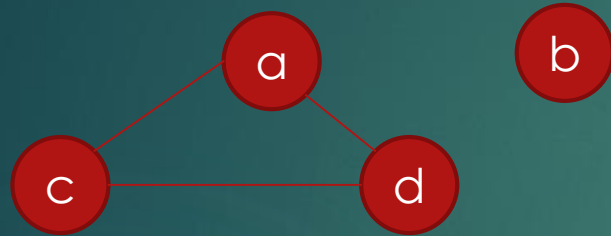
❖ زیرگراف فراگیر: همه رئوس را در بر دارد.

❖ زیرگراف القایی: همه یال هایی که دو سر آنها در V_1 است را دارد.

❖ زیرگراف $G-v$: زیرگراف حاصل از حذف رأس v

❖ زیرگراف $G-e$: زیرگراف حاصل از حذف یال e

نمایش گراف



	a	b	c	d
a	0	0	1	1
b	0	0	0	0
c	1	0	0	1
d	1	0	1	0

❖ ماتریس مجاورت

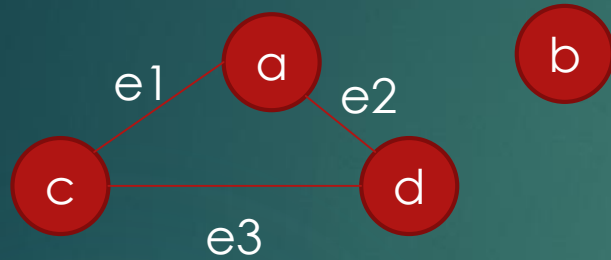
- ❖ اگر رأس‌ها مجاور باشند، درایه ماتریس برابر یک
- ❖ اگر رأس‌ها مجاور نباشند، درایه ماتریس برابر صفر

(1) متقارن است

(2) در گراف ساده، مجموع درایه‌های سطر یا ستون برابر درجه آن رأس است

(3) در گراف ساده، درایه قطر اصلی A^2 برابر درجه رئوس است

نمایش گراف



	e1	e2	e3
a	1	1	0
b	0	0	0
c	1	0	1
d	0	1	1

❖ ماتریس وقوع

❖ اگر رأس با یالی ارتباط داشته باشد ، درایه متناظر برابر یک

❖ اگر رأس با یالی ارتباط نداشته باشد ، درایه متناظر برابر صفر

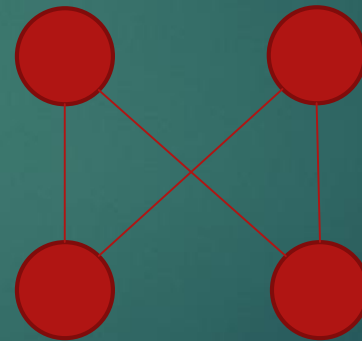
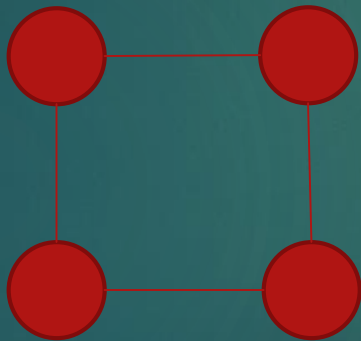
(1) مجموع اعداد هر ستون برابر ۲

(2) در گراف ساده، مجموع اعداد هر سطر برابر با درجه آن رأس

یکریختی گراف

$$|E_1| = |E_2|, |V_1| = |V_2| \quad (a)$$

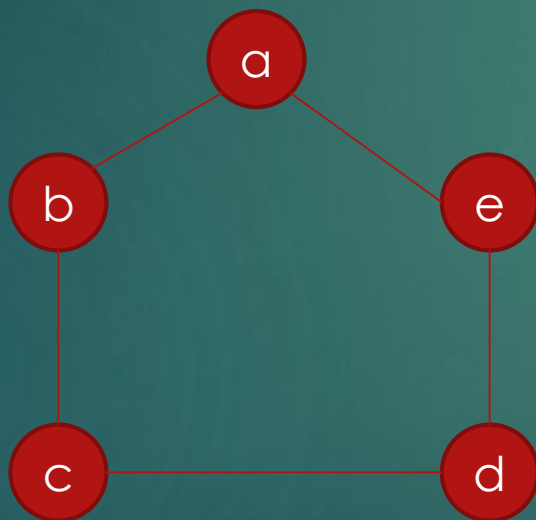
(b) تعداد رئوس از درجه k در گراف اول با تعداد رئوس با درجه k در گراف دوم برابر باشد.



گراف

❖ مکمل گراف: گراف مکمل G گرافیکست که همه رئوس و یالهایی که خود G ندارد، را داشته باشد. (\bar{G})

❖ گراف خودمکمل: اگر G و \bar{G} یکرخت باشند.



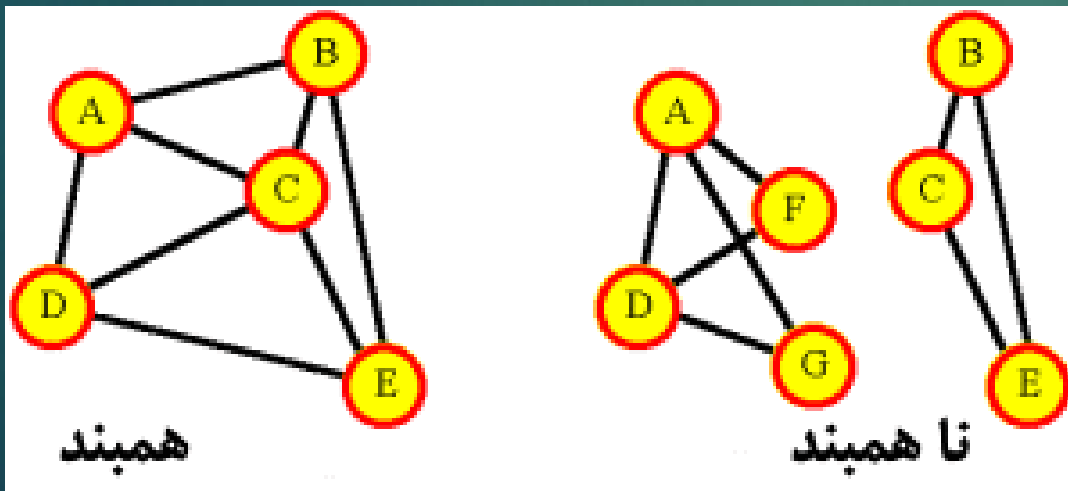
آیا گراف روبه رو خودمکمل است؟

گراف

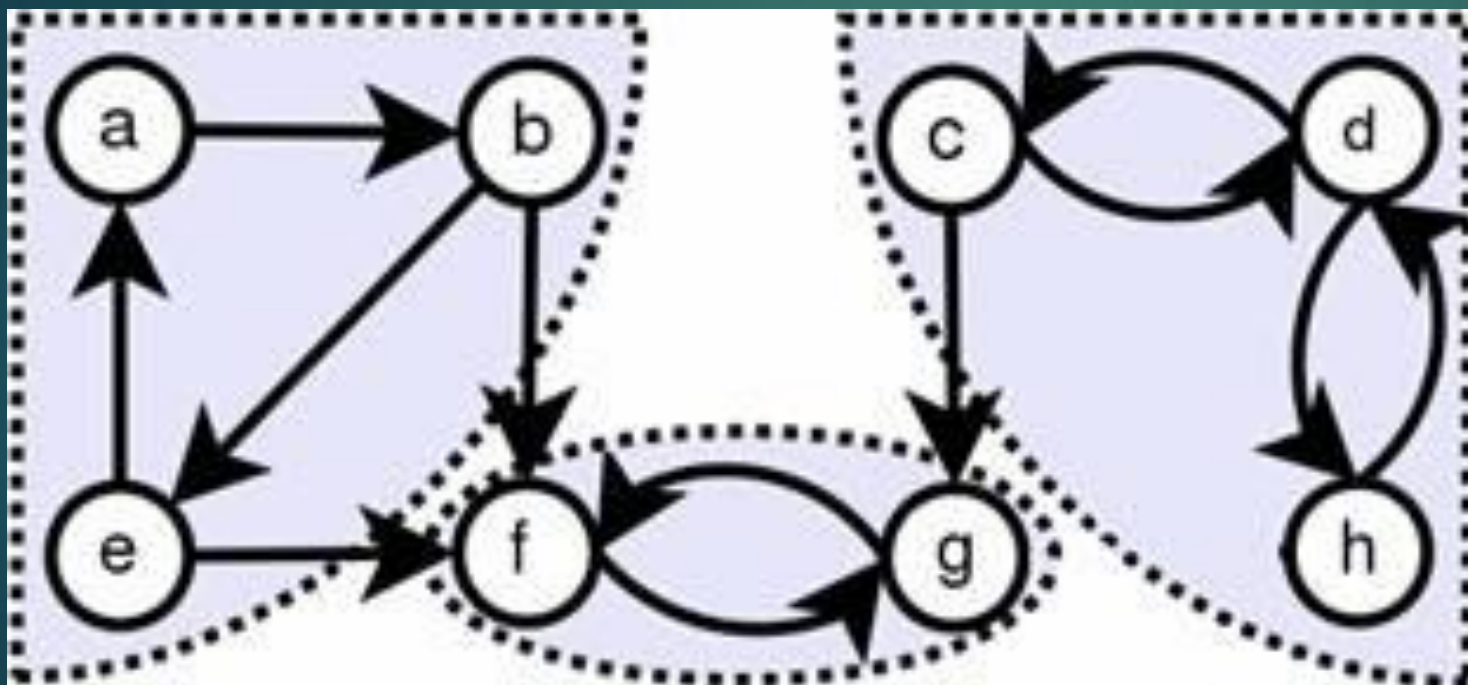
- ❖ گشت: یک گشت از U به V شامل دنباله از رئوس و یالهاست که از رأس U شروع و به V ختم می شود.
- ❖ گذر: اگر هیچ یالی در گشت تکراری نباشد.
- ❖ اگر رأس شروع و پایان برابر باشد ، گذر یک مدار است.
- ❖ مسیر: اگر هیچ رأسی در گشت تکراری نباشد.
- ❖ اگر رأس شروع و پایان برابر باشد ، مسیر یک دور است.
- ❖ طول گشت: تعداد یال های پیموده

گراف

- ❖ گراف همبند: بین هر دو رأس گراف حداقل یک مسیر وجود دارد.
- ❖ مؤلفه همبندی: هر بخش همبند گراف های نا همبند را مؤلفه همبندی گویند.
- ❖ رأس برشی: هرگاه $G-v$ ناهمبند باشد.
- ❖ پل: هرگاه $G-e$ ناهمبند باشد.



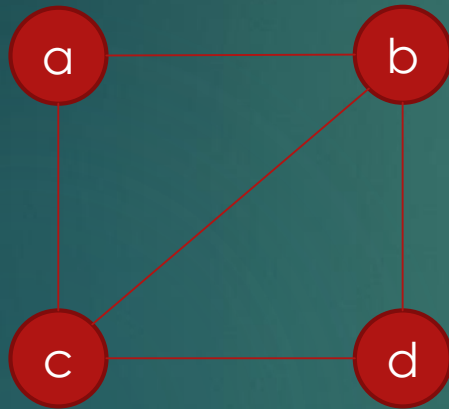
گراف



رأس های برشی؟

پل ها؟

گراف

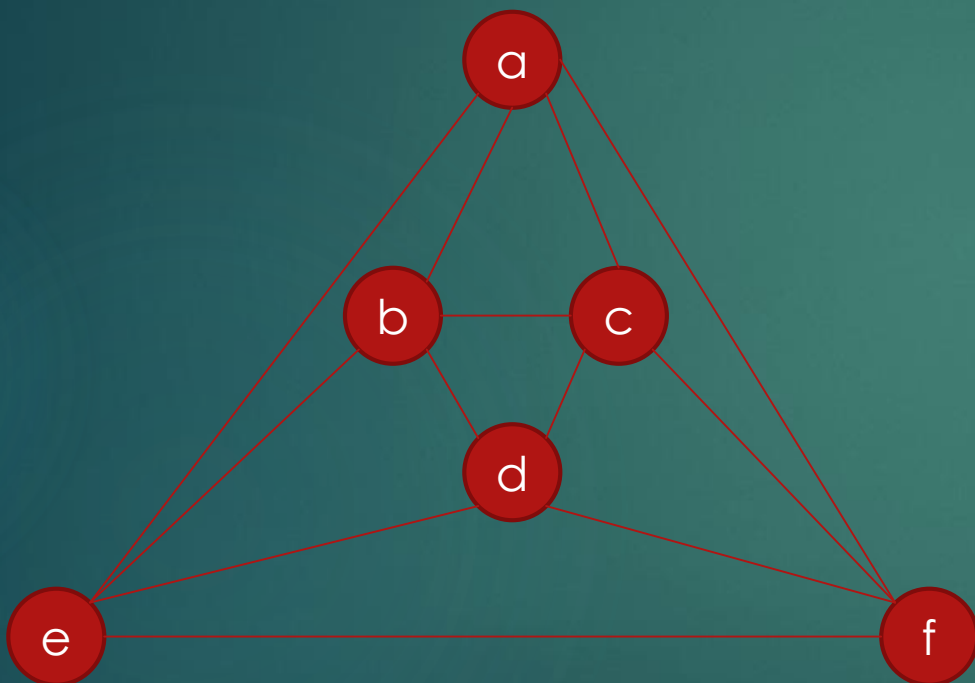


- ❖ گذر و مدار اویلری: از تمام یال ها عبور کند.
- ❖ گراف اویلری: گرافی که دارای مدار اویلری باشد.
- ❖ گراف روبه رو اویلری نیست، زیرا مدار اویلری ندارد ، هرچند گذر اویلری دارد !

گراف

❖ مسیر و دور همیلتونی: از تمامی رئوس عبور کند.

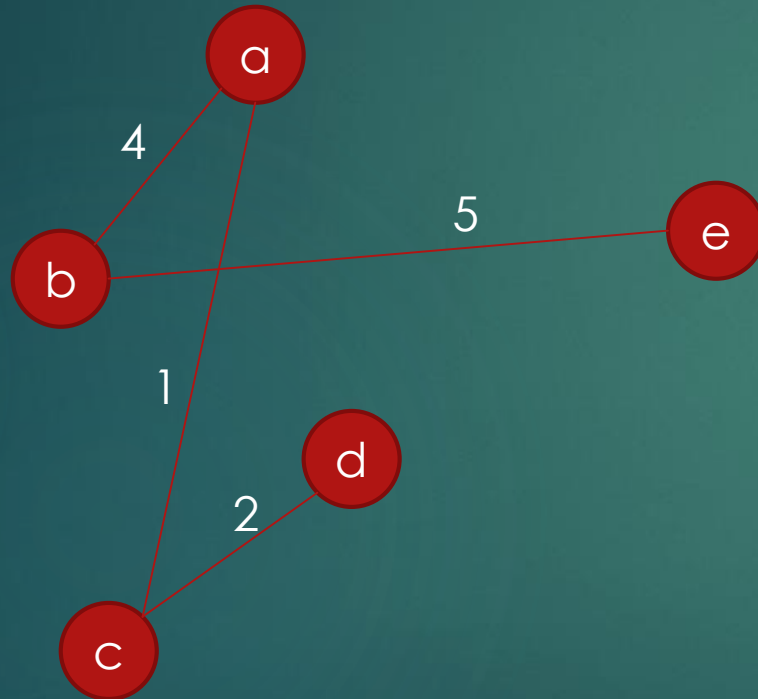
❖ گراف همیلتونی: داری دور همیلتنی باشد.



گراف روبه رو یک گراف همیلتونی می باشد.

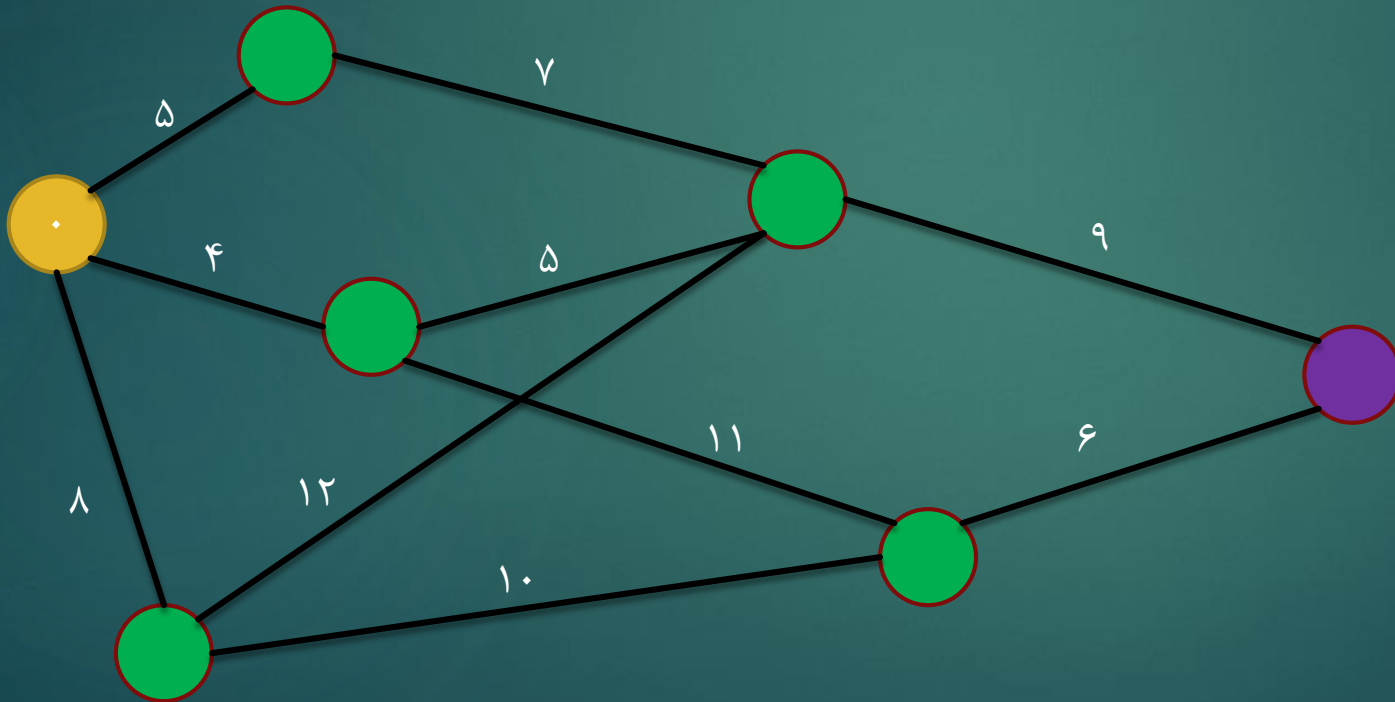
گراف

❖ گراف وزن دار: به هر یال آن عددی نسبت داده شده است.



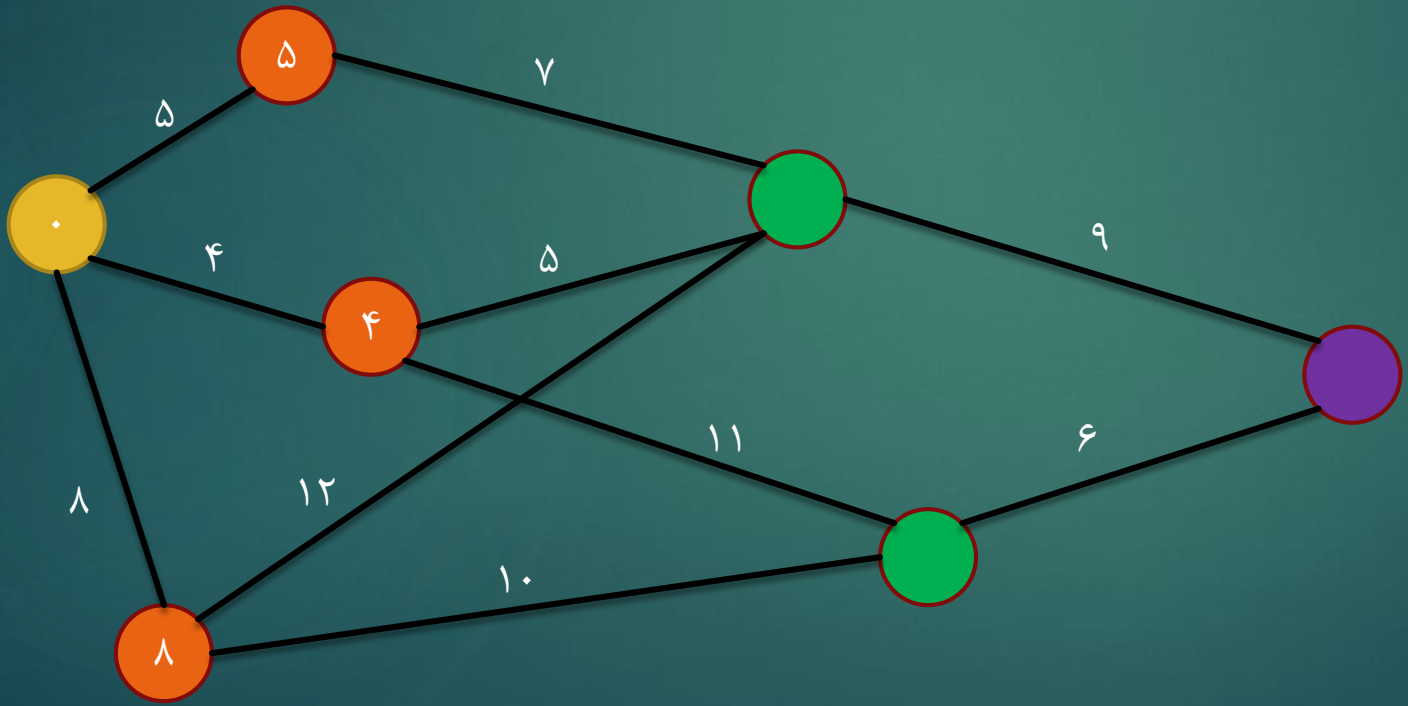
گراف

❖ الگوریتم دیجکسترا (Dijkstra): یافتن کوتاه ترین مسیر بین دو رأس



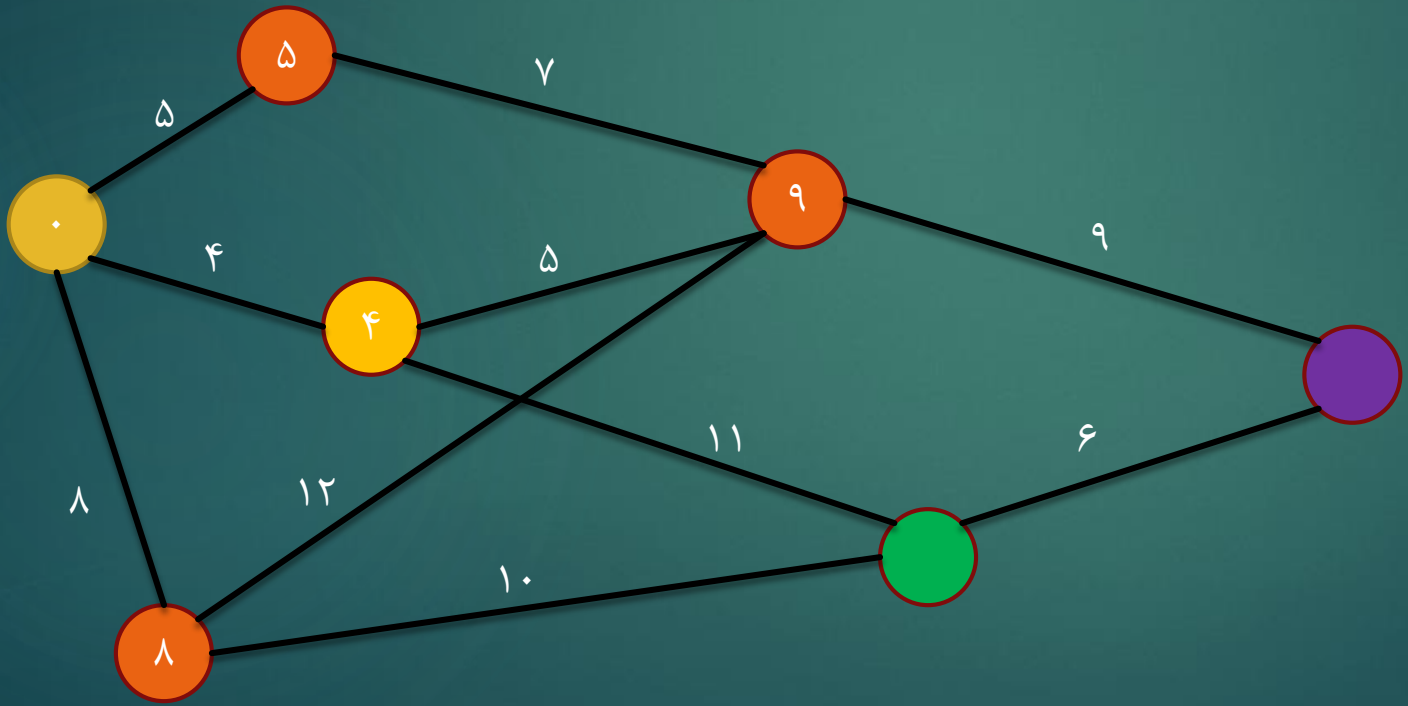
گراف

❖ مرحله اول



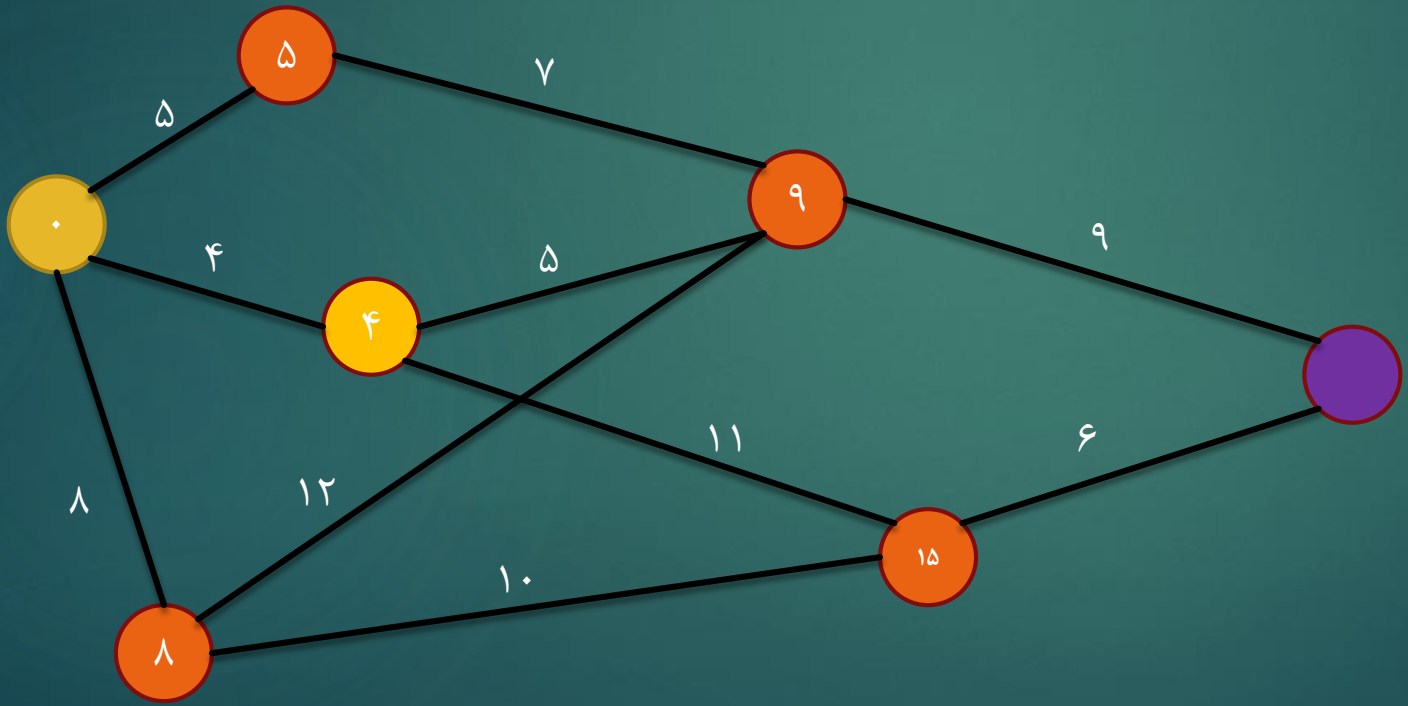
گراف

❖ مرحله دوم



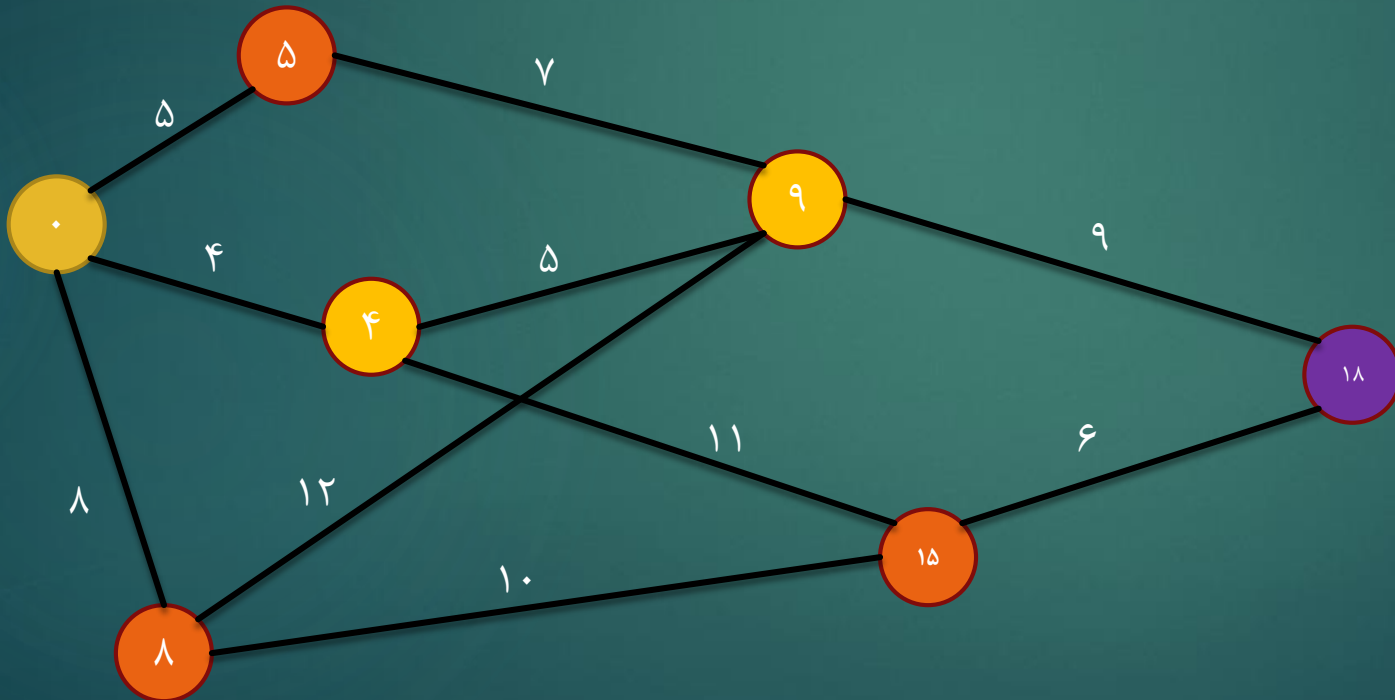
گراف

❖ مرحله سوم



گراف

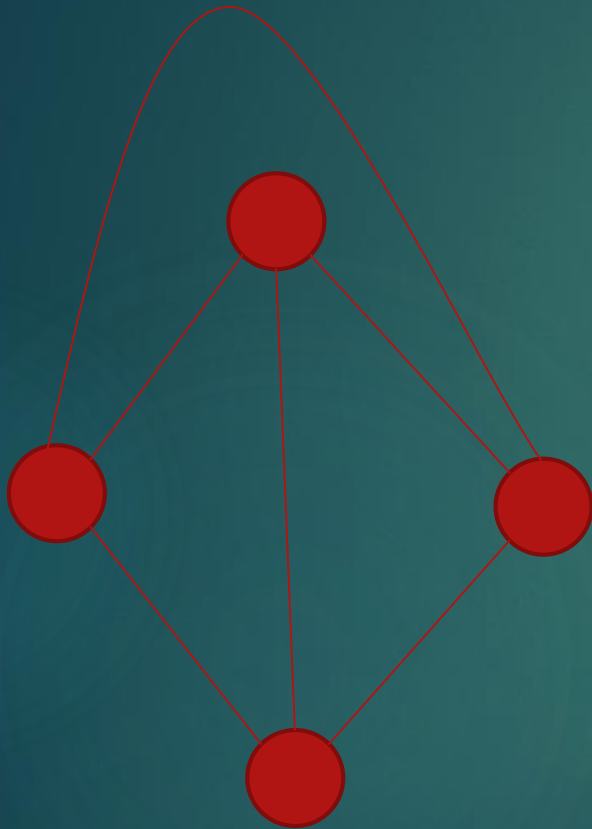
❖ مرحله چهارم



گراف

- ❖ مسئله فروشنده دوره گرد: به دست آوردن دور همیلتونی نیمه بهینه
- ❖ قاعده نزدیک ترین همسایه

گراف



❖ گراف مسطح: یال‌ها همدیگر را قطع نکنند.

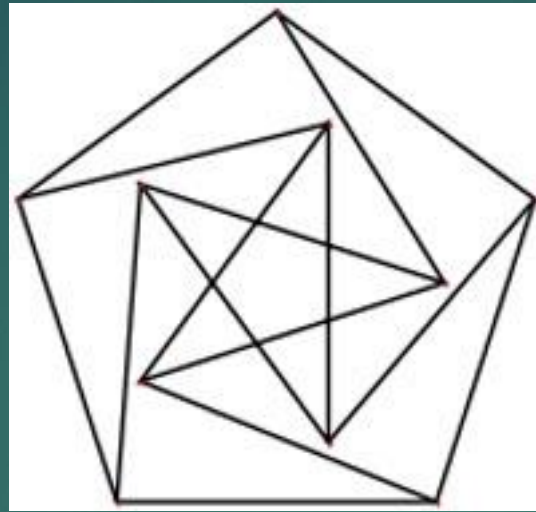
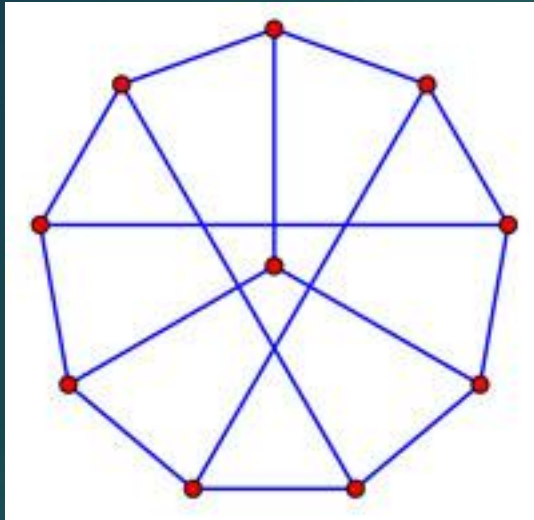
❖ ناحیه

❖ درجه ناحیه

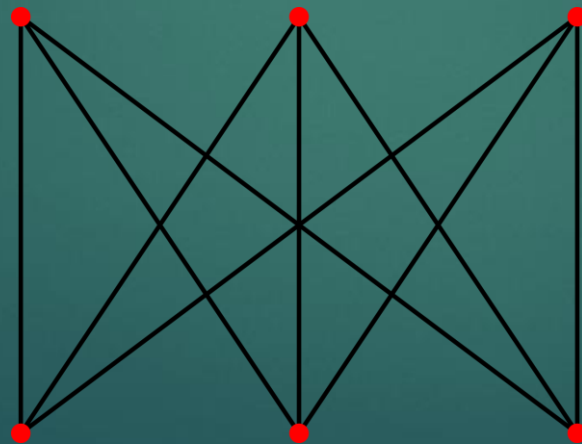
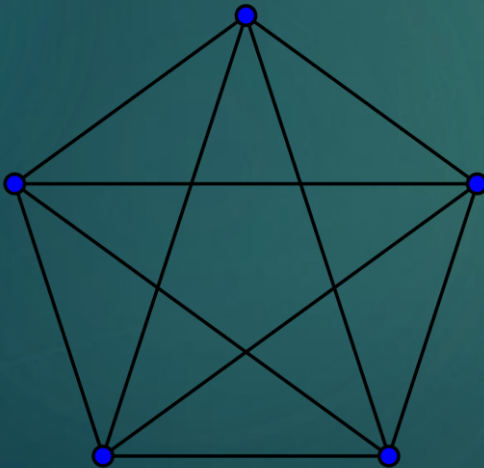
❖ فرمول اویلر: $|R| - |E| + |V| = 2$

❖ گراف روبه‌رو مسطح است.

گراف



❖ گراف های مقابل نامسطح هستند.



گراف

❖ گراف n -مکعب (Q_n) : رئوس آن مشخص کننده 2^n رشته بیتی به طول n است.

