

باسمه تعالی

ارزیابی پایداری اختلال کوچک احتمالاتی، مربوط به سیستم های قدرت نامشخص با

استفاده از روش های برآورد کارآمد

چکیده: این مقاله، تجزیه و تحلیل قیاسی از کارایی سه روش برآورد کارآمد وقتی که برای ارزیابی احتمالاتی از پایداری اختلال کوچک مربوط به سیستم های قدرت نامشخص. حضوری از ناپایداری در شرایط عملکرد و نتایج پارامترهای سیستم بوسیله ی تغییرات در میرایی از حالت های بحرانی، ارزیابی احتمالاتی را از پایداری سیستم ضروری می سازد. روش مونت کارلو (*MC*) (*Monte Carlo*) سنتی، معمولاً در چنین شرایطی بکار برده می شود که خیلی محاسبات سختی می شود، برای سیستم های قدرت خیلی بزرگ، با پارامترهای نامشخص بیشمار. بدین منظور در این مقاله سه تکنیک برآورد کارآمد متفاوت مقایسه شده اند- روش های برآورد نقطه، یک رویکرد مبتنی بر (*Cumulant*) ترکیب کردن تحلیلی، و روش مرتب سازی احتمالاتی- تا شدنی بودن آنها را برای استفاده در جهت تجزیه و تحلیل پایداری اختلال کوچک احتمالاتی مربوط به سیستم های قدرت نامشخص، ارزیابی کند. همه ی تکنیک ها با یکدیگر و با یک روش *MC* سنتی عددی، مقایسه شده اند، و عملکردشان روی یک سیستم قدرت شبکه شده چند ناحیه ای نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: ترکیب کردن، مقادیر ویژه، نوسانات برق، مونت کارلو (*MC*)، برآورد نقطه، روش مرتب سازی احتمالاتی (*PCM*)، پایداری اختلال کوچک، ناپایداری.

۱. مقدمه

سیستم های قدرت در شرایط نامشخص بطور فزاینده ای بصورت تصادفی عمل می کردند و منابع انرژی تجدید پذیر دوره ای نیز در سطح های بزرگتری از کاوش، مشاهده می شدند و انواع بارهای جدید نیز ارائه شدند. اثر این شرایط نامشخص و پارامترها، احتیاج دارد تا روی تمام جنبه های عملکرد سیستم، بطور کامل بررسی و مقدار سنجی گردد. مطالعات قطعی یک روشی را فراهم می کند که در آن، این ناپایداری ها در برنامه ریزی سیستم و عمل تجزیه و تحلیل و به بار آوردن یک نمایش بهتر از تنوع سیستم مورد پیش بینی نسبت به روش های قطعی سنتی را شامل می شود.

نوسانات فرکانس پایین از سیستم های قدرت بزرگ جدا نشدنی هستند [1]، و آنها، اغلب می توانند با استفاده کردن از اکسایتر های ژنراتور معرفی شده، سرعت عمل سریع، بهره بالا تشدید شوند تا بازیابی ناپایداری سیستم قدرت را بهبود ببخشند [2]. به منظور تکامل شرایط پیچیده داخل سیستم های قدرت پیچیده، این حالت های نوسانی اساسی می توانند به میرایی های ضعیفی یا حتی ناپایدار تبدیل شوند. این می تواند منجر به قطع تجهیزات، از دست رفتن منبع، و در برخی موارد سقوط سیستم نهایی گردد.

با توجه به اینکه ناپایداری های افزایش یافته ارتباط دارند با عملکرد سیستم های قدرت جدید، اخیراً روش های احتمالاتی در جهت تجزیه و تحلیل پایداری اختلال کوچک آغاز شده اند تا دقت پژوهشی بیشتری را دریافت کنند،

به عنوان مثال، [3] تا [5]. فواید روش احتمالاتی قابل رویت هستند و نتیجه در نمایش دقیق تری از تنوع مدل واقعی داده می شود. وابستگی از روش ها در [3] و [4] در باب مطالعات عددی پیشنهاد شده است، با این حال، به شدت کاربرد های بالقوه اشان محدود شده است. نیاز به یک تعداد زیادی از شبیه سازی های عددی (به طور معمول هزاران بار) بدین معنی است که بار محاسباتی این تکنیک، می تواند اغلب بیش از حد بالا باشد برای مطالعات احتمالاتی تکراری یا کاربردهای آنلاین. یک روش مؤثرتر، برای اولین بار در [6] پیشنهاد شده بود و اخیراً در [5] پیاده سازی شده است. آن از یک دنباله Tetrachoric به منظور تولید یک ناحیه پایداری احتمالاتی برای یک سیستم قدرت. این کار، با این حال، در آن فرضی که همه ی حالت های الکترومکانیکی، می توانند توسط یک توزیع نرمال چند متغیره توصیف شوند که این معمولاً، برای سیستم های غیر خطی نگه داشته نمی شوند.

تکنیک های برآورد کارآمد که توزیع های خروجی پارامتریک را تحمیل نمی کنند، عبارتند از: روش های برآورد نقطه (PEMs) [7] تا [10]، روش های مبتنی بر ترکیب کردن تحلیلی [11] تا [14]، و روش مرتب سازی احتمالاتی (PCM)، [15] تا [17]. این روش ها بطور معمول، داخل ناحیه ای از پخش بار احتمالاتی بکار برده می شوند، اگر چه برخی نیز، برای تجزیه و تحلیل اثرات ناپایداری، روی مطالعات اختلال کوچک استفاده می شوند، از قبیل [10] تا [12] و [17]. همه ی این تکنیک ها می توانند برای نتیجه گرفتن توابع چگالی احتمال (pdfs) از خروجی سیستم نامشخص، استفاده بشوند، بر اساس ناپایداری ورودی معروف، با استفاده از نقاط نمونه ای کمتر توجه شده نسبت به آنهایی که مورد نیاز شده اند برای روش های مونت کارلو (MC) سنتی عددی. این کاهش قابل توجه در تعداد نقاط نمونه ای مورد نیاز، بدان معنی است که این روش ها به اندازه کافی، برای کاربرد آنلاین و مطالعات احتمالاتی تکراری (هر چند که این موضوع در نهایت، وابسته به اندازه و پیچیدگی سیستم خواهد بود).

این مقاله برای اولین بار، تجزیه و تحلیل قیاسی رو از تکنیک های برآورد کارآمد در برابر یکدیگر، به منظور ایجاد قابلیت اجراشان در مطالعات پایداری اختلال کوچک احتمالاتی، ارائه داده است. مطالعات قبلی از قبیل [10] تا [12] و [17] روش های منحصر به فرد را در برابر روش MC عددی، مقایسه کرده اند؛ به هر حال مقایسه ای از این روش ها در برابر یکدیگر، انجام نشده است. به کارآمدی این روش ها در طول این مقاله اشاره شده است تا آنها را از روش عددی سنتی متفاوت کند- با این حال، باید وجه داشت که دقت این تکنیک ها تضمین شده نیستند. دقتی از روش های کارآمد در تولید هر دو، لحظات وصف کننده و کل pdf ها از خروجی های سیستم، برای سطح های متفاوتی از ناپایداری پارامتر سیستم، بر روی سیستم قدرت شبکه شده چند ناحیه ای تست شده اند. با توجه به نتایج وسیع بدست آمده، پیشنهادها در باب، شایستگی روش های امتحان شده برای تجزیه و تحلیل پایداری اختلال کوچک احتمالاتی از سیستم های قدرت نامشخص، ساخته شدند.

۲. تکنیک های برآورد کارآمد برای تجزیه و تحلیل پایداری اختلال کوچک احتمالاتی

پایداری اختلال کوچک مبوب می شود به توانایی سیستم قدرت، برای حفظ عملکرد سنکرونیزم وقتی که در معرض اختلال های کوچک که دائماً در طول کارکرد اتفاق می افتند. بوسیله خطی سازی مدل سیستم قدرت و محاسبه مقادیر ویژه ماتریس حالت، حالت های سیستم مربوط به نوسان را می توان شناسایی کرد. در سیستم های قدرت بزرگ، فرکانس پایین، درون ناحیه ای، نوسان های الکترومکانیکی، معمولاً کمترین میرا شدگی را دارند، بیشترین حالت های پایدار که بر رفتار سیستم پس از اختلال تسلط دارند و، بنابراین، حالت های بحرانی را در سیستم نشان می دهند. شناسایی تجزیه و تحلیل پایداری اختلال کوچک، قطعی، سنتی و توصیف کردن این حالت ها. تجزیه و

تحلیل پایداری اختلال کوچک احتمالاتی دارای ناپایداری سیستم (بعنوان مثال، در بارگذاری سیستم یا تولید برق از منابع تجدید پذیر انرژی) در ارزیابی پایداری اختلال کوچک به منظور تولید توزیع های آماری از حالت های بحرانی که دقیق تر رفتار سیستم های قدرت نامشخص را شرح می دهند.

یک تنوعی از تکنیک های برآورد کارآمد وجود دارند که می توانند استفاده شوند برای تجزیه و تحلیل پایداری اختلال کوچک احتمالاتی [7] تا [17]. این بخش، یک زمینه ی نظری کوتاه را از چندین روش استفاده شده عمومی و امیدوار کننده تر، ارائه داده است. این روش ها بیشتر مورد تحقیق قرار گرفته اند و عملکردشان در بخش های بعدی توضیح داده شده است. در تمام موارد، آن فرض شده است که مجموعه پارامترهای نامشخص Γ شناخته شده هستند و اینکه توابع چگالی احتمال بطور کامل دقیق هستند برای هر پارامتر ورودی نامشخص $\gamma \in \Gamma$.

در سرتاسر این بخش، ارجاع داده شده است به لحظات اولیه α ، لحظات مرکزی β ، و لحظات استاندارد شده ی ψ از توزیع ها. تعاریف زیر برای یک متغیر تصادفی χ با تابع چگالی احتمال [19] $f(\chi)$.

n امین مرتبه ی لحظه اولیه، α_n^x داده شده است در زیر :

$$\alpha_n^x = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f(x) dx. \quad (1)$$

اولین لحظه ی خام μ_x معنی می دهد.

n امین مرتبه ی لحظه مرکزی، β_n^x داده شده است در زیر :

$$\beta_n^x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^n f(x) dx. \quad (2)$$

دومین لحظه ی مرکزی واریانس σ_x^2 است.

n امین مرتبه ی لحظه استاندارد شده، ψ_n^x داده شده است در زیر :

$$\psi_n^x = \frac{\beta_n^x}{\sigma_x^n}. \quad (3)$$

لحظات استاندارد شده ی سوم و چهارم، بترتیب چاولگی (skewness) و میزان تیزی اوج منحنی (که گستردگی و میزان فراوانی میانگین را نشان می دهد) (kurtosis) از توزیع را اندازه گیری می کنند.

الف) روش مونت کارلو (عددی)

روش MC عددی بعنوان معیاری استفاده شده است در برابر روش های دیگری که توصیف شدند در این مقاله ارزیابی شدند (از هر دونظر دقت و بار محاسباتی). این روش بر، نمونه گیری تصادفی مکرر و گسترده از ناپایداری

های سیستم به منظور بدست آوردن یک مجموعه اطلاعات زیاد از هر کدام pdf های خروجی که می توانند تعیین شوند، متکی است [20].

برای هر مجموعه ورودی، که بصورت تصادفی تولید شده اند، با استفاده از روش MC، یک مطالعه ی قطعی انجام شده است (متشکل از پخش بار، خطی سازی سیستم، تجزیه و تحلیل مقادیر ویژه و شناسایی کیفیتی (مدال)) به منظور محاسبه جزئیات حالت های بحرانی سیستم. همانطور که تعدادی از نمونه ها افزایش می یابند، آن بطور فزاینده ای محتمل می شود که توزیعی از تنوع خروجی، یک توزیع دقیقی از تنوع واقعی است. از این رو ضروری است، اجرای تعداد زیادی از مطالعات قطعی کامل، که می تواند، عملکردی از روش MC را هنگام اجرای مطالعات احتمالاتی از سیستم های قدرت نامشخص بزرگ، محدود کند. هدف تکنیک های نمونه گیری کارآمد، کاهش تعداد مطالعات قطعی مورد نیاز است، در حالی که دقت نتایج تولید شده را حفظ کند.

ب) روش برآورد نقطه

تعداد PEM ها توسعه داده شده اند، به همراه سطوح مختلفی از کاربردها برای پژوهش سیستم قدرت احتمالاتی [7] تا [9]. هدف از تمام تکنیک های برآورد نقطه، محاسبه ی لحظات خروجی سیستم Y که یک تابعی از متغیر های ورودی نامشخص m است. توزیع Y می تواند متعاقبا با استفاده از یک نوع تکنیک های توسعه ساخته شود.

تکنیک های PEM مورد استفاده در این مطالعه از [21] گرفته شده اند و اثر بخشی آن برای مطالعات پخش بار احتمالاتی در [9] نشان داده شده اند. این روش های PEM می توانند با متغیر های متقارن و نامتقارن استفاده شود اما نه با ناپایداری های سیستم به هم وابسته. روش های دیگر PEM نیز وجود دارند و اگر همبستگی ورودی ضروری است، تکنیک های دیگر PEM از قبیل [22] تا [24] ممکن است مناسب تر باشند، اگر چه ممکن است دقت و بهره وری قربانی شوند. انواع PEM در [21] توسعه یافته اند، آنجایی که $K m$ و $K m+1$ مطالعات قطعی کامل مورد نیاز هستند (که در آن K عدد صحیح مثبت است). انواع PEM که می توانند، مورد استفاده قرار بگیرند، وابسته به توزیعی از ناپایداری های ورودی هستند. در این مطالعه (با توجه به اینکه ناپایداری های ورودی به همراه توزیع های گاوسی هستند)، هر دو نوع PEM $2 m$ و $4 m+1$ مورد بررسی قرار گرفته اند. جزئیات PEM بطور خلاصه در زیر ارائه شده است، با جزئیات بیشتر در [9] و [21] داده شده است.

۱) زمینه (سابقه) نظری: مطالعات قطعی در نقاط عملیاتی $K m$ و $K m+1$ ، جداگانه، مورد نیاز می شوند (تغلیظ (جمع شدگی) نامیده شده). k امین تغلیظ $(\gamma_{j,k}, w_{j,k})$ بعنوان یک جفت متشکل از یک محل $\gamma_{j,k}$ و یک مقدار وزنی $w_{j,k}$ ، به هم پیوند خورده شده. این محل، k امین مقداری را که متغیر γ_j در طول مطالعات قطعی کامل، می خواهد بگیرد، را نشان می دهد.

برای مطالعات قطعی PEM، تنها یک متغیر، متفاوت در زمان است، و ناپایداری های باقیمانده در Γ مقدار متوسط شان، μ_{γ_j} ، را می گیرند. بنابراین، تنها مطالعات قطعی $K m$ مورد نیاز هستند، بعنوان مثال تغییرات K از هر ورودی نامشخص m. در انواع PEM $K m + 1$ ، یک مطالعه قطعی اضافی، با تمام ناپایداری های در مقادیر متوسط شان، تکمیل شده است.

محل ها با استفاده از رابطه ی زیر تعیین شده اند:

$$\gamma_{j,k} = \mu_{\gamma_j} + \xi_{j,k} \sigma_{\gamma_j} \quad (4)$$

که در آن μ_{γ_j} و σ_{γ_j} ، متوسط و انحراف معیاری (st.d.) از j امین پارامتر نامشخص γ_j ، و $\xi_{j,k}$ محل معیار است.

محل ها و وزن های معیار بوسیله حل معادله غیر خطی [21] زیر، تعیین شده اند:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^K w_{j,k} &= \frac{1}{m} \\ \sum_{k=1}^K w_{j,k} (\xi_{j,k})^n &= \psi_{j,j}^{\gamma} \quad n = 1, \dots, (2K - 1) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

در (5)، $\psi_{j,n}^{\gamma}$ ، n امین لحظه ی استاندارد شده از j امین پارامتر نامشخص γ_j می باشد [21]. طبق تعاریف استاندارد، $\psi_{j,1}^{\gamma} = 0$ ، $\psi_{j,2}^{\gamma} = 1$ ، $\psi_{j,3}^{\gamma}$ ، چولگی (skewness) است، و $\psi_{j,4}^{\gamma}$ میزان تیزی اوج منحنی (kurtosis) از γ_j است. معادله (5) می تواند تنها از راه تجزیه و تحلیل برای $k = 2$ حل شود. برای $k > 2$ ، حل های عددی مورد نیاز می باشند.

مطالعات قطعی کامل برای هر تغلیظ در نقطه عملیاتی $(\mu_{\gamma_1}, \mu_{\gamma_2}, \dots, \gamma_{j,k}, \dots, \mu_{\gamma_m})$ انجام شده اند، تا مقدار خروجی سیستم $Y(j, k)$ برای آن تغلیظ، بدست آید. این مقدار ها، متعاقباً با ضرایب وزنی تعیین شده ی قبلی، با استفاده از رابطه زیر ترکیب شده اند:

$$\alpha_n^Y = E[Y^n] \cong \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^K w_{j,k} (Y(j, k))^n \quad (6)$$

برای تعیین n امین لحظه ی خام α_n^Y از خروجی سیستم Y .

لحظات خام α_n^Y ، می توانند برای ایجاد لحظات مرکزی β_n^Y از خروجی سیستم، استفاده شوند. اگر لحظات کافی برآورد شده باشند، pdf از Y ، می تواند با استفاده از توسعه مناسب، برآورد شود. با این حال، دقت روش های PEM معمولاً خراب تر می شود، بصورتی که، مرتبه ای از لحظه خام برآورد شده را افزایش می دهد [9]. توزیع های تولید شده با این روش، دقیق تر خواهند شد، بنابراین که اگر آنها متعاقباً توسط لحظات مرتبه پایین توصیف شوند.

(۲) نوع $2m$: برای نوع PEM $2m$ ، تنها نخست، سه لحظه ی استاندارد شده ی ψ^{γ} از هر ورودی نامشخص، مورد نیاز شده اند.

محل ها و وزن های استاندارد از ورودی نامشخص γ_j ، با استفاده از فرمول زیر محاسبه می شوند [9]:

$$\xi_{j,k} = \frac{\psi_{j,3}^\gamma}{2} + (-1)^{k+1} \sqrt{m + \left(\frac{\psi_{j,3}^\gamma}{2}\right)^2} \quad (7)$$

$$w_{j,1} = \frac{-\xi_{j,2}}{m(\xi_{j,1} - \xi_{j,2})} \quad w_{j,2} = \frac{\xi_{j,1}}{m(\xi_{j,1} - \xi_{j,2})} \quad (8)$$

۳) نوع $4m + 1$: برای نوع PEM $4m + 1$ ، محل های استاندارد، بصورت ریشه هایی از چند جمله ای (۹)، محاسبه شده اند که در آن ضرایب بوسیله حل معادلات خطی در [9]، یافت می شوند.

$$f(\xi) = \xi^4 + C_3\xi^3 + C_2\xi^2 + C_1\xi + C_0 \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \psi_{j,3}^\gamma & \psi_{j,4}^\gamma \\ 1 & \psi_{j,3}^\gamma & \psi_{j,4}^\gamma & \psi_{j,5}^\gamma \\ \psi_{j,3}^\gamma & \psi_{j,4}^\gamma & \psi_{j,5}^\gamma & \psi_{j,6}^\gamma \\ \psi_{j,4}^\gamma & \psi_{j,5}^\gamma & \psi_{j,6}^\gamma & \psi_{j,7}^\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \psi_{j,5}^\gamma \\ \psi_{j,6}^\gamma \\ \psi_{j,7}^\gamma \\ \psi_{j,8}^\gamma \end{pmatrix} \quad (10)$$

وزن ها متعاقباً، بوسیله حل معادله ی زیر تعیین می شوند:

$$\begin{pmatrix} \xi_{j,1} & \xi_{j,2} & \xi_{j,3} & \xi_{j,4} \\ \xi_{j,1}^2 & \xi_{j,2}^2 & \xi_{j,3}^2 & \xi_{j,4}^2 \\ \xi_{j,1}^3 & \xi_{j,2}^3 & \xi_{j,3}^3 & \xi_{j,4}^3 \\ \xi_{j,1}^4 & \xi_{j,2}^4 & \xi_{j,3}^4 & \xi_{j,4}^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{j,1} \\ w_{j,2} \\ w_{j,3} \\ w_{j,4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \psi_{j,3}^\gamma \\ \psi_{j,4}^\gamma \end{pmatrix} \quad (11)$$

با مقدار وزن w_0 بصورت زیر:

$$w_0 = 1 - \sum_j^m \sum_{k=1}^K w_{j,k} \quad (12)$$

استفاده شده است برای نقطه عملیاتی " + "، که در آن همه ی ناپایداری ها، مقدار های متوسط شان را می گیرند.

۴) خلاصه: روش PEM می تواند به شرح زیر خلاصه گردد: (۱) محاسبه تغلیظ (محل ها و وزن ها)، برای هر ورودی نامشخص با استفاده از (۴)، (۷)، و (۸) برای نوع $2m$ ، و (۹) تا (۱۲) برای نوع $4m + 1$ ؛ (۲) انجام مطالعات قطعی در هر تغلیظ؛ (۳) محاسبه لحظات خام خروجی با استفاده از (۶)؛ و (۴) اگر خواسته شده باشد، محاسبه لحظات مرکزی خروجی یا لحظات استاندارد و تولید pdf ها.

ج) روش ترکیب کردن (cumulant)

ترکیب کردن های K از یک توزیع احتمالی، یک توصیف ریاضی جایگزین را از یک توزیع، فراهم می کند. استفاده از ترکیب کردن ها، اجازه می دهد تا یک راه حل تحلیلی، برای تغییر خروجی براساس ناپایداری ورودی سیستم، استنتاج شود.

بطور تجربی، لحظاتی از خروجی سیستم Y ، توسط یک حلقه ریاضی از لحظاتی از ناپایداری های ورودی مستقل Γ ، توصیف شده اند. این، برای محاسبه لحظات مرتبه بالاتر وقتی که ناپایداری های چند گانه وجود دارند، بسیار پیچیده

است. با این حال، ترکیب کردن های κ^Y از خروجی سیستم، می توانند به آسانی توسط یک حاصل جمعی از ترکیب کردن های κ^I از ناپایداری های ورودی مستقل، توصیف شوند [13]. این برای محاسبه بسیار آسان تر است، و ترکیب کردن های خروجی، می توانند متعاقباً، برای ایجاد لحظات خروجی مورد استفاده قرار بگیرند.

روش مبتنی بر ترکیب کردن دارد در مطالعات سیستم قدرت برای تعیین راه حل های پخش بار احتمالاتی در [13] و [14] و برای مطالعات پایداری اختلال کوچک احتمالاتی در [11]، [12]، استفاده می شود. روشی است که معمولاً به موازات توسعه گرم شارلیه (Gram - charlier) [25]، به منظور تولید pdf های خروجی از ترکیب کردن های خروجی محاسبه شده، استفاده می شود و نتایج خوبی را به همراه داشته است [11] تا [14]. با این حال، تجزیه و تحلیل ریاضی مرود نیاز، پیچیده است، و اینکه، تقریب های عددی را شامل کنیم داخل محاسبات به منظور رسیدن به یک راه حل در محدوده زمانی قابل قبول، اغلب ضروری است.

روش مبتنی بر ترکیب کردن می تواند، همچنین با ناپایداری های ورودی به هم وابسته استفاده شود [11]، [12]. این در این مقاله بررسی نمی شود بصورتی که در اینجا هر دو روش PEM و PCM با فرض استقلال توزیع های ناپایداری، مطالعه شده اند.

(۱) زمینه نظری: n امین مرتبه ترکیب کردن های $\kappa_{j,n}^\gamma$ از n پارامتر نامشخص γ_j ، از متوسط μ_{γ_j} و لحظات مرکزی $\beta_{j,n}^\gamma$ تعیین شده اند، با استفاده از روابط استاندارد داده شده در زیر:

$$\begin{aligned} \kappa_{j,1}^\gamma &= \mu_{\gamma_j} \\ \kappa_{j,2}^\gamma &= \beta_{j,2}^\gamma \\ \kappa_{j,3}^\gamma &= \beta_{j,3}^\gamma \\ \kappa_{j,4}^\gamma &= \beta_{j,4}^\gamma - 3(\beta_{j,2}^\gamma)^2 \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (13)$$

ترکیب کردن ها، از تغییر در خروجی سیستم ΔY ، می توانند سپس بطور مستقیم با استفاده از فرمول زیر محاسبه شوند:

$$\kappa_n^{\Delta Y} = \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial Y}{\partial \gamma_j} \right)^n \kappa_{j,n}^\gamma. \quad (14)$$

مدت حساسیت $(\partial Y / \partial \gamma_j)$ در (۱۴)، می تواند در یکی از دو صورت عددی یا تحلیلی، تعیین شود. برای مطالعات اختلال کوچک احتمالاتی، تعیین حساسیت تحلیلی، نیاز به دانشی از ماتریس حالت خطی کامل و مفصل است [12]. در بسیاری از برنامه های نرم افزار شبیه سازی سیستم قدرت، این قضیه فراهم نشده است، در عوض، تقریب عددی زیر مورد نیاز است:

$$\frac{\partial Y}{\partial \gamma_j} \cong \frac{Y(\mu_{\gamma_j} + \Delta \gamma_j) - Y(\mu_{\gamma_j})}{\Delta \gamma_j}. \quad (15)$$

در (۱۵)، $\Delta \gamma_j$ نشان دهنده ی یک تغییر کوچک در ورودی نا مشخص γ_j است. یک تغییر مثبت ۱٪، در تمام ورودی های نامشخص در این مطالعه، استفاده شده است. محاسبه عددی از این حساسیت، به $m + 1$ مطالعات قطعی برای m ناپایداری های سیستم (یکبار برای هر تغییر و یکی بیشتر، با تمام مقدار های متوسط برای مقایسه). این نشان دهنده ی این است که تنها مطالعات قطعی برای این تکنیک برآورد کارآمد، مورد نیاز شده است. محاسبه عددی از حساسیت، در این کار استفاده شده است و در نتیجه، روش مبتنی بر ترکیب کردن ها، می تواند بعنوان یک روش تحلیلی در نظر گرفته شده است، که در آن از یک تقریب عددی استفاده شده است.

هنگامی که ترکیب کردن های خروجی کافی ایجاد شده باشند، لحظات مرکزی از ΔY (برابر لحظات مرکزی از Y)، می توانند با استفاده از روابط داده شده در زیر، محاسبه شوند [13].

$$\begin{aligned} \beta_1^Y &= \beta_1^{\Delta Y} = 0 \\ \beta_2^Y &= \beta_2^{\Delta Y} = \kappa_2^{\Delta Y} \\ \beta_3^Y &= \beta_3^{\Delta Y} = \kappa_3^{\Delta Y} \\ \beta_4^Y &= \beta_4^{\Delta Y} = \kappa_4^{\Delta Y} + 3 (\kappa_2^{\Delta Y})^2 \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (16)$$

این لحظات برای تعیین توزیع احتمال از ΔY (و متعاقباً Y)، و در صورت نیاز، با استفاده از بسط های مناسب (مانند گرم شارلیه (Gramc- charlier))، استفاده شده اند.

(۲) خلاصه: روش مبتنی بر ترکیب کردن، می تواند به شرح زیر خلاصه شود: (۱) محاسبه ترکیب کردن های ورودی نامشخص مبنی بر متوسط ورودی و لحظات مرکزی ورودی با استفاده از (۱۳)؛ (۲) انجام $m + 1$ مطالعات قطعی به منظور محاسبه عددی حساسیت از خروجی هر ناپایداری با استفاده از (۱۵)؛ (۳) محاسبه مستقیم ترکیب کردن هایی از تغییر خروجی سیستم با استفاده از (۱۴)؛ (۴) محاسبه لحظات مرکزی از خروجی سیستم با استفاده از روابط مفصلی در (۱۶)؛ (۵) در صورت نیاز، محاسبه لحظات خروجی استاندارد و تولید pdf ها.

د) روش مرتب سازی احتمالاتی

با PCM، خروجی تقریبی سیستم \hat{Y} ، بطور مستقیم بعنوان یک تابع چند جمله ای از مجموعه پارامتر نامشخص Γ همانطور که در زیر:

$$\hat{Y} = g(\Gamma). \quad (17)$$

جنبه های کلیدی از PCM هستند: (۱) انتخابی از کارکرد و (۲) مشخص کردن نقاط که در آن نقاط، برای اجرای شبیه سازی های سیستم قدرت قطعی جهت جمع آوری داده از آن مدل PCM که انجام شده است. این جزئیات بطور خلاصه در اینجا، فراهم شدند، و در عمق بیشتری، پوشش داده شده اند در [15] تا [17].

(۱) زمینه نظری: چند جمله ایهای متعامد از مرتبه بالاتر، برای شناختن توزیع های احتمالاتی از هر پارامتر نا مشخص γ_j ، ریشه یابی شده اند. تابع مدل $g(\Gamma)$ بصورتی از یک حاصلجمع از تولیدات از این چند جمله ایها، تشکیل شده است (انتخاب شده بر اساس، مرتبه مطلوب از تابع PCM نهایی) که توسط یک مجموعه از ضرایب C ,

وزن دار شده اند. چند جمله ایهای متعامد، می توانند، برای هر شناخت تابع چگالی احتمال (pdf)، بوجود بیایند. معمولاً پارامترهای توزیع شده، به سادگی توسط تبدیل زیر، نشان داده می شوند:

$$\gamma_j = \mu_{\gamma_j} + \sigma_{\gamma_j} (H_1(\eta)). \quad (18)$$

در (۱۸)، μ_{γ_j} و σ_{γ_j} ، چنانچه قبلاً توصیف شده بودند، هستند، و $H_1(\eta)$ اولین مرتبه چند جمله ای متعامد از توزیع نرمال استاندارد η ، است.

چند جمله ایهای متعامد $H_n(\eta)$ ، که در آن n ، مرتبه چند جمله ایست، توسط چند جمله ایهای استاندارد هرmites (Hermite) [26]. چند جمله ایهای متعامد، می توانند برای دیگر توزیع ها، با استفاده از روش های برگشتی، یافت شوند، برای مثال با توابع در دسترس از مجموعه چند جمله ایهای متعامد در مطلب [27].

تعدادی از ضرایب c از چند جمله ایهای متعامد (و در نتیجه ی تعدادی از ضرایب بدست آمده) با هر دو شماره از ناپایداریها m و مرتبه o مدل PCM مطابق:

$$c = \binom{m+o}{m} = \frac{(m+o)!}{m!o!} \quad (19)$$

که در آن $!$ ، عمل جبری فاکتوریل است.

این تعداد به سرعت افزایش پیدا می کنند، همانطور که m و o ، افزایش می یابند، و برای هر ضریب جدید، باید یک مطالعه قطعی انجام شود. این شبیه سازیهای قطعی باید اجرا شوند به منظور اینکه، نقاط پیرامونی که در آن، مجموعه ای از ضرایب c حل می شوند را فراهم کند و مدل را بصورت نشان داده شده در زیر متناسب کند:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{C}. \quad (20)$$

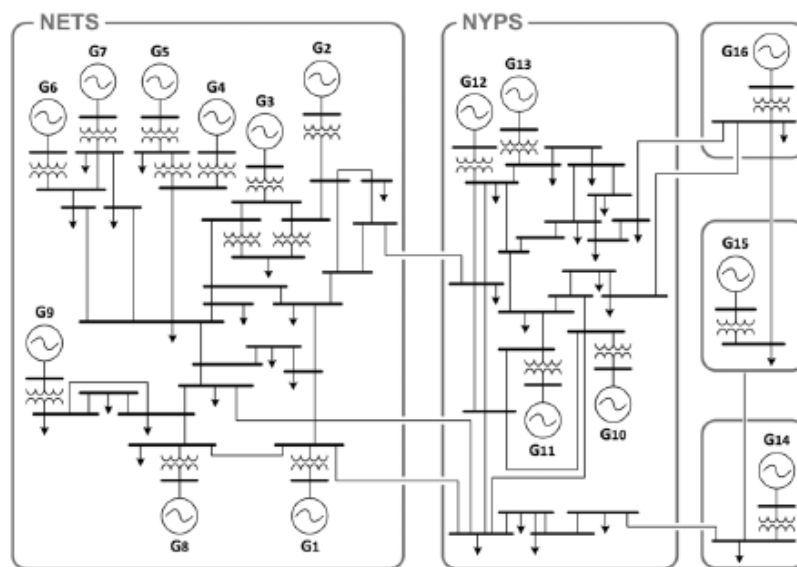
که در آن \mathbf{Y} ، یک برداری از مقادیر خروجی سیستم مشاهده شده است و \mathbf{H} ، یک ماتریس با ردیف های تشکیل شده از ترکیب هایی از چند جمله ایهای متعامد، مربوط به هر پارامتر نامشخص ارزیابی شده در نقاطی که منجر به خروجی سیستم متناظر \mathbf{Y} می شود، است.

نقاط برای مطالعات قطعی (مرتبه سازی نقاط)، توسط الهام گرفتن از تکنیک عمل مربع کردن گاوسی از تخمین انتگرالها [28]. ریشههای چند جمله ای مرتبه بالاتر، بصورت نقاطی که شبیه سازی های قطعی را انجام می دهند، انتخاب شده اند و مرتبه سازی نقاط، با بیشترین احتمال اتفاق افتادن، انتخاب شده اند. بوسیله این اعمال، دقت مدل PCM، در ناحیه ی تعریف شده توسط pdf ها، با بیشترین احتمال اتفاق افتادن، متمرکز شده است.

تفاوت های PCM از روش های برآورد نقطه و روش مبتنی بر ترکیب کردن، بصورتی است که آن، بطور مستقیم، لحظاتی از خروجی سیستم را برآورد نمی کند. در عوض، تابع PCM، می تواند، بصورت یک جانشین محاسبه گر ارزان قیمت، برای اجرای یک شبیه سازی کامل از سیستم قدرت در طول یک MC استاندارد مبنی بر مطالعه نامشخص، استفاده شود. لحظات خروجی، در صورت نیاز، می توانند متعاقباً از مجموعه داده های تولید شده، تعیین بشوند.

همچنین ممکن است، pdf ها، مستقیماً از توابع مدل PCM، بدون استفاده ی یک روش MC استخراج شوند. با این حال، این نیاز دارد به معکوسیت از تابع PCM. این برای توابع چند بعدی غیر یکنواخت کم اهمیت نیست، و اغلب روش های عددی تا وقتی که همه ی فواید محاسباتی به هم پیوسته شده را با استفاده از PCM، خنثی کند.

(۲) کاهش ناپایداری: تعدادی از مطالعات قطعی مورد نیاز، داده شده است بوسیله (۱۹)، رشد، بصورت تعدادی از ناپایداری های سیستم m ، به شدت سریع افزایش می یابد. برای مثال، به منظور تولید سومین مرتبه ی مدل PCM، ۵۶ شبیه سازی مورد نیاز شده اند اگر $m = 5$ ، ۲۸۶ شبیه مورد نیاز شده اند اگر $m = 10$ و اگر $m = 20$ ۱۷۷۱ شبیه سازی. این افزایش نمایی، متفاوت است از روش های کارآمد امتحان شده ی دیگر، که در آن تعداد مطالعات قطعی بطور خطی با تعدادی از ناپایداری ها، افزایش می یابد. در نتیجه، برای سیستم های قدرت بزرگتر، کاهش در تعداد ناپایداری های در نظر گرفته شده، به منظور حفظ مزایای استفاده از یک روش برآورد کارآمد، مورد نیاز است.



شکل ۱: مدل کاهش مرتبه ۱۶ ماشین، ۶۸ باسه از NETS و NYPS

همه ی پارامترهای نامشخص با استفاده از (۲۱)، منظم شده اند، که در آن حساسیت میرایی را از حالت بحرانی δ_{crit} برای پارامتر نامشخص γ_j ، مشتق شده است از [16]:

$$T_{\sigma_{crit} \gamma_j} = \left| \frac{\partial \delta_{crit}}{\partial \gamma_j} \right| \left| \frac{\sigma_{\gamma_j}}{\mu_{\gamma_j}} \right|. \quad (21)$$

اولین دوره (اندازه گیری حساسیت)، با استفاده از افزایش مثبت ۱٪ در γ_j از مقدار متوسط آن. افزودن وزن دوره ی دوم این حساسیت، بوسیله ی تغییر در پارامتر نامشخص آن است. براساس این رتبه بندی، تنها، تأثیر گذارترین پارامترها، برای مطالعات بیشتر انتخاب شده اند در [17].

(۳) خلاصه: PCM می تواند بصورت زیر خلاصه شود: (۱) کاهش تعداد ناپایداری های مطالعه شده (در صورت بزرگ) براساس رتبه بندی که کامل شده است با استفاده از فرمول (۲۱) و نشان داده شده در [17]؛ (۲) ایجاد چند

جمله ایهای متعامد برای نشان دادن، ناپایداری سیستم مطالعه شده بر اساس مرتبه مدل مطلوب؛ ۳) تعیین مرتبه سازی نقاط برای هر ناپایداری سیستم مطالعه شده با استفاده از ریشه های چندجمله ایهای مرتبه بالاتر، منظور براساس چگالی احتمال مشترک در ارتباط با نقطه عملیاتی؛ ۴) تکمیل تعداد کافی از مطالعات قطعی برا اینکه همه ی ضرایب مدل PCM بصورت (۲۰) محاسبه شوند، انتخاب محتمل ترین نقاط پهلوی هم مقدم باشد؛ ۵) استفاده از تابع مدل PCM بعنوان یک جایگزین محاسباتی ارزان قیمت، برای مطالعات قطعی کامل در یک فرایند شبیه سازی استاندارد MC به منظور تولید یک مجموعه اطلاعات بزرگ برای خروجی سیستم؛ ۶) در صورت نیاز، محاسبه لحظات خروجی یا تولید یک pdf بر اساس مجموعه اطلاعات بدست آمده.

۳. سیستم تست

روش های برآورد کارآمد توصیف شده در این مقاله با استفاده از مدل کاهش مرتبه ۱۶ ماشینه، ۶۸ باسه، به نمایندگی از سیستم تست جدید انگلستان و سیستم قدرت نیویورک (NETS & NYPS) [29]، نشان داده شده در شکل ۱.

همه ی روش ها و مطالعات قطعی سیستم، داخل محیط سیمولینک مطلب انجام شده اند و عمل ساختن با استفاده از توابع مت پاور (mat power) برای انجام پخش بارهای قدرت.

الف) شرح سیستم

ژنراتور های G1-8 از تحریک dc کند استفاده کرده اند (IEEE-DC1A)، G9 با اکسایتر استاتیک، سرعت عمل سریع (IEEE-ST1A) و تثبیت کننده ی سیستم قدرت (PSS)، و ژنراتورهای باقی مانده، G10-16، تحت تأثیر تحریک دستی هستند بصورتی که در [29]. همه ی ژنراتور ها بوسیله مدل های مرتبه شش کامل، نشان داده شده اند. بارهای سیستم بصورت امپدانس ثابت مدل شده اند. جزئیات کامل سیستم، ژنراتور، و پارامترهای اکسایتر داده شده است در [29] و تنظیمات PSS برای G9 از [2] گرفته شده است.

ب) ناپایداری های سیستم

ناپایداری های سیستم برای همه س خروجی های ژنراتور و بارهای سیستم داخل شبکه، نشان داده شده اند. از این رو، یک مجموعه ای از ۵۰ پارامتر نامشخص، داخل سیستم تست در حال بررسی شدن (به استثنای ۱۵ ژنراتور ساکن و ۳۵ بار)، وجود دارند. بارها و خروجی های ژنراتور، هر دو با استفاده از توزیع های گاوسی با مجموعه مقادیر نامی، بصورت متوسط مقادیری از توزیع های گاوسی متناظر، مدل شده اند. سطوح متفاوتی از انحراف معیار، به منظور ارزیابی دقت روش های مختلف برای سطوح متفاوتی از تغییر پارامتر سیستم، مطالعه شده اند. ضرایب توان بار، ثابت در مقادیر نامی، در نظر گرفته شده اند.

ناپایداری های مطالعه شده در این کار، برای دنبال توزیع های گاوسی، پیش بینی شده اند. لازم به ذکر است که این روش های کارآمد، می توانند با هر توزیع مستمری که لحظات آن فراهم شده باشد، استفاده شوند، ترکیب کردن ها و چند جمله ایهای متعامد می توانند مشتق شده باشند.

۴) نتایج شبیه سازی

شبکه تست، چهار حالت بین منطقه ای را با ضرایب میرایی کمتر از ۰.۵٪ نمایش می دهد، بصورت مفصل در [31]. تجزیه و تحلیل ارائه شده در اینجا، بر روی پایین ترین فرکانس حالت بین منطقه ای تمرکز دارد (حدود ۰.۴ هرتز) که حالت بحرانی برای سیستم است. بطور خاص، هدف از شبیه سازی ها، تولید لحظات و pdf ها، برای میرایی (بخش واقعی δ_{crit}) از این نوسان الکترومکانیکی بحرانی است.

الف) جزئیات شبیه سازی

در تمام موارد ارائه شده در اینجا، مقایسه هایی نسبت به روش عددی MC ایجاد شد، که با استفاده از ۱۰,۰۰۰ شبیه سازی انجام شده است.

روش برآورد نقطه: انواع برآورد نقطه ی $2 m$ و $4 m + 1$ پیاده سازی شده اند بترتیب بوسله یک مجموعه ای از ۱۰۰ و ۲۰۱ مطالعات قطعی موردنیاز.

روش ترکیب کردن: روش مبتنی بر ترکیب کردن نیاز به یک مجموعه ای از ۵۱ مطالعات قطعی دارد تا تجزیه و تحلیل حساسیت انتگرال (جامع) کامل شود. محاسبه تحلیلی از لحظات میرایی بحرانی، با استفاده از ترکیب کردن های ورودی نامشخص تا حد مرتبه چهارم، انجام شده بود (اگر چه ترکیب کردن های مرتبه بالاتر می توانند، همچنین شامل شوند).

روش مرتب سازی احتمالاتی: برای روش PCM، مراتب متفاوتی از تابع مدل مطالعه شدند. برای قادر ساختن یک مقایسه متعادل، تعداد مشابهی از ناپایداری ها، برای هر مدل، استفاده شده است. این تعداد بوسیله بالاترین مرتبه مدل مطالعه شده، محدود شده است، که در این کار از مرتبه سوم است. حد تحمیل شده در این پژوهش به گونه ای است که روش PCM تا حد زیادی از تعداد مطالعات قطعی مورد نیاز بوسیله نوع برآورد نقطه $4 m + 1$ ، تجاوز نمی کند. در این محدود کردن ها، شماره ای از ناپایداری ها را برای همه ی مدل ها تا ۹ در نظر گرفته اند. این نتایج در ۱۰ مطالعات قطعی برای مدل مرتبه اول، ۵۵ برای مدل مرتبه دوم، ۲۲۰ برای مدل مرتبه سوم.

جدول ۱: لحظاتی از حالت میرایی و درصد خطاهای استفاده شده در روش های برآورد کارآمد متفاوت برای ۵٪ تغییر از ناپایداری ها

Method used	Critical Mode Damping Moments				
	Mean (s^{-1})	St.d. (s^{-1})	Skewness	Kurtosis	
	$\mu_{\delta_{crit}}$	$\sigma_{\delta_{crit}}$	$\psi_3^{\delta_{crit}}$	$\psi_4^{\delta_{crit}}$	
Monte Carlo	-0.1232	0.0050	-0.3274	3.3725	
PEM	$2 m$	-0.1234	0.0068	-4.8405	38.3624
	$4 m + 1$	-0.1232	0.0049	-0.0500	0.8834
Cumulant	-0.1229	0.0050	0.0028	2.9938	
PCM	1^{st} Order	-0.1229	0.0030	0.0012	3.1146
	2^{nd} Order	-0.1229	0.0030	0.0255	3.0283
	3^{rd} Order	-0.1229	0.0030	0.0033	3.0214

باید ابتدا، رتبه بندی از پارامترهای استفاده شده در رتبه ی مبتنی بر حساسیت (۲۱)، تکمیل شود (نیاز به ۵۱ مطالعه قطعی). به منظور ایجاد کاهش مجموعه ای از ناپایداری های متشکل از ۶ ژنراتور و ۳ بار، بالاترین ناپایداری های رتبه بندی شده، انتخاب شده اند. مدل های PCM نهایی، بعنوان یک جایگزین محاسباتی ارزان قیمت برای مطالعات قطعی کامل در یک روش MC استاندارد، متشکل از ۱۰,۰۰۰ اجرا به منظور تولید مجموعه اطلاعات نهایی، استفاده شده اند.

ب) دقتی از برآورد لحظه ای

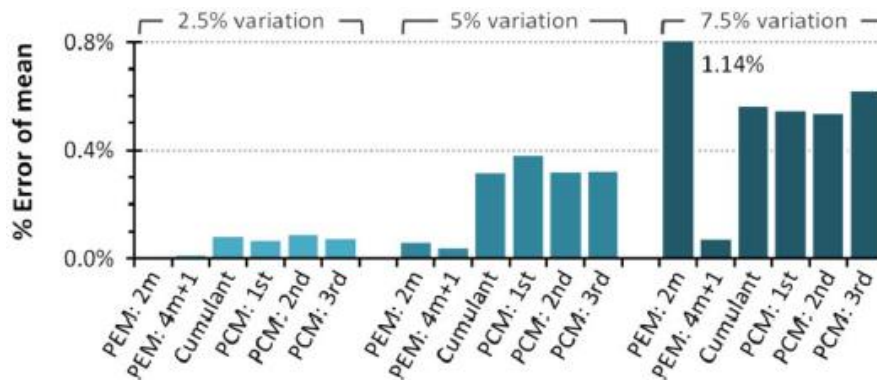
نتایج از هر روش برآورد کارآمد برای محاسبه لحظات انتخاب شده (متوسط، st.d.، چولگی (skewness)، میزان تیزی اوج منحنی (kurtosis)) نشان داده شده اند در جدول ۱. این نتایج برای سطحی از تغییر ناپایداری ورودی که برابر ۵٪ در ۳۵، نشان داده شده اند (بعنوان مثال، ۹۹٫۷٪ از تغییر ورودی پیدا شده است داخل ۵٪± از مقادیر متوسط نامی).

تعدادی از ویژگی ها می توانند، از نتایج جمع شده در جدول ۱، مشاهده شوند. همه ی روش ها، در برآورد زنی مقدار متوسطی از δ_{crit} خیلی دقیق هستند با خطاهایی که هرگز بیش از ۰٫۳۸٪ نیستند. برآوردی از st.d. تغییر پذیر تر است، با خطاهایی بین ۰٫۶۶٪ (در ازاء روش ترکیب کردن) تا ۰٫۴۰٪ (در ازاء روش PCM و نوع 2 m PEM). همچنین می توان مشاهده کرد که روش ها در لحظات مرتبه بالاتر تعیینی، با دقت کمتری هستند. چولگی (skewness) هرگز دقیق تر از، حدود ۰٫۸۷٪ خطا برآورد نمی شود که معمولاً سبب می شود، برآورد ها نزدیک صفر باشند. اگرچه روش مبتنی بر مدل PCM و ترکیب کردن، می تواند میزان تیزی اوج منحنی (kurtosis) را در حدود ۰٫۱۴،۸٪ برآورد کند، روش های برآورد نقطه نتایجی را که بالای ۰٫۷۶٪ خطا هستند، فراهم می کنند.

۱) اثری از سطح ناپایداری: این لحظات، همچنین برای سطوح متفاوتی از تغییر ورودی با سطوح ۳۵ از ۰٫۲،۵٪ و ۰٫۷،۵٪ گردآوری شده اند، همچنین علاوه بر ۰٫۵٪ تغییری که در جدول ۱ قبلی نشان داده شده است. درصد خطاها برای متوسطی از δ_{crit} در شکل ۲، برای روش های برآورد متفاوت در سطوح متفاوتی از تغییر ناپایداری ورودی نشان داده شده اند.

این قضیه که خطا با تغییر ورودی، افزایش پیدا می کند برای همه ی روش ها، می تواند دیده شود. آن نیز آشکار است که روش های برآورد نقطه، خطای کمتری را از ترکیب کردن و روش PCM (به استثنای نوع 2 m PEM که کمترین دقت، به مجرد تغییر ورودی به ۰٫۷،۵٪ می رسد) نمایش می دهند. خیلی تغییر اندکی، بین مدل های PCM مرتبه متفاوت آشکار است، که نشان می دهد که نیاز به محاسبات اضافی برای مدل های مرتبه بالاتر، ممکن است ضروری نباشد.

طرح های مشابه نیز می توانند برای st.d.، چاولگی، و میزان تیزی اوج منحنی، تولید شوند. برای برآورد st.d.، افزایش در تغییر ورودی، بیشترین اثر را بر روی نوع PEM 2 m دارد (با خطایی از ۱۷۶٪ به مجردی که تغییر ورودی به ۷٫۵٪ برسد).



شکل ۲: خطا در برآورد، مربوط به سطوح متفاوتی از ناپایداری

خطاها برای مدل های PCM، با افزایش ناپایداری ورودی نسبتاً بدون تغییر هستند و تقریباً در تمام موارد ۴۰٪ هستند، با PCM بطور مداوم، با PCM همیشه، st.d. واقعی از $\delta crit$ ، دست کم گرفته می شود. نوع PEM 4 + 1 و روش مبتنی بر ترکیب کردن، نتایج بهتری را نشان می دهند. در تمام موارد، خطاها زیر ۵٫۵٪ باقی می ماند، حتی با ۷٫۵٪ تغییر ورودی. به این دلیل است که این دو روش، امیدوارکننده ترین روش ها، برای برآورد کارآمد از پارامترهای حالت، بنظر می رسند.

لازم به ذکر است که چاولگی، خیلی بد، بوسیله همه ی روش ها، با خطاهایی که هرگز کمتر از ۸۴٫۵٪ نیستند، برآورد شده اند. میزان تیزی اوج منحنی نیز، بوسیله هر دو نوع PEM، با خطاهایی بزرگتر از ۸۷٪، خیلی ضعیف برآورد شده اند. با این حال، این قضیه بوسیله روش های PCM و ترکیب کردن با خطاهایی زیر ۴٫۹٪ برای ۲٫۵٪ تغییر ورودی، زیر ۱۴٫۸٪ درصد برای ۵٪ تغییر ورودی، زیر ۴۵٫۳٪ وقتی تغییر ورودی ۷٫۵٪ است، دقیق تر برآورد شده اند.

ج) دقتی از برآورد تابع چگالی احتمال

علاوه بر ارزیابی دقت از لحظات برآورد شده از $\delta crit$ ، دقت توابع چگالی احتمال نهایی نیز ارزیابی شده است. نتیجه ی هر دو روش MC عددی و PCM، در تولید مجموعه اطلاعات بزرگ است. توزیع های احتمال، متعاقباً با استفاده از برآورد چگالی هموار سازی کرنل (kernel)، تولید می شوند [31].

(۱) بسطی مربوط به نوع PEM: با توجه به بی دقتی زیاد در برآورد لحظات فوق مرتبه دوم، با استفاده از PEM، تنها متوسط و st.d.، برای تولید pdf ها، از $\delta crit$ استفاده شده اند. بنابراین، برای هر دو نوع PEM مطالعه شده، یک توزیع گاوسی استفاده شده است. لازم به ذکر است که توزیع های دیگر (مانند کرنیش فیشر (Cornish-Fisher) [33]) نیز، ممکن است نتایج خوبی را ارائه دهند، و باید وقتی این روش ها، برای مطالعات

بیشتر سیستم قدرت استفاده می شوند، مطالعه شوند. بسط کرونیس فیشر، هرچند برای این مطالعه در نظر گرفته شده بود، اما به علت اینکه پارامترهای خاص و مشکل، محدودیت های تعیین شده در [33] مربوط به استفاده از این بسط را نقض می کردند، استفاده نشدند.

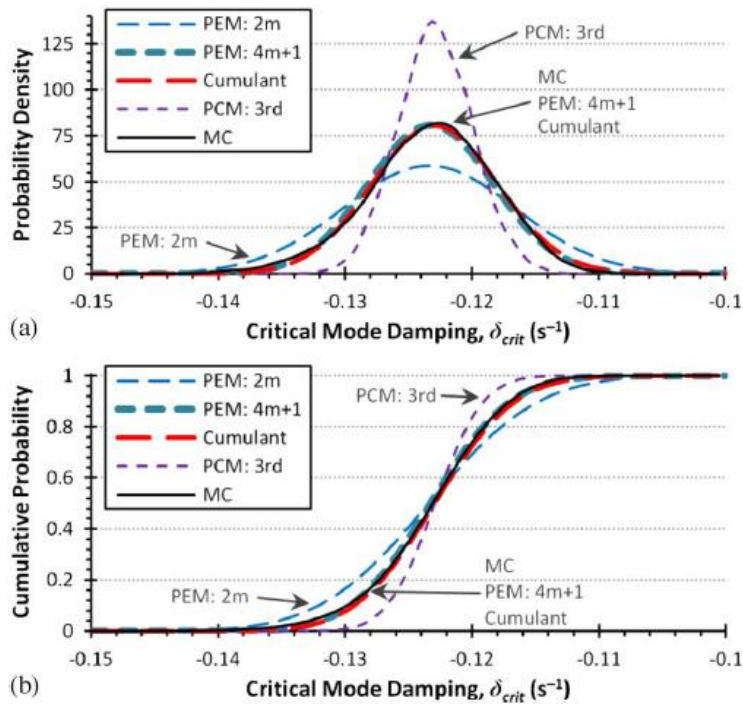
۲) بسط مربوط به روش ترکیب کردن: همانطور که در پژوهش قبلی [11] تا [14]، روش ترکیب کردن با بسط گرم شارلیه به منظور تولید pdf هایی از δ_{crit} ترکیب شده بودند. تحقیقاتی نسبت به بسط هایی از مرتبه مختلف تکمیل شده بودند، و آن مشخص شد که هیچ بهبود قابل توجهی در دقت، با استفاده از بسط های فوق مرتبه چهارم، به دست نیامدند، بصورتی که در [13] آمده است. بنابراین، بسط مرتبه چهارم گرم شارلیه برای تولید pdf های مبتنی بر ترکیب کردن، جهت مقایسه، مورد استفاده قرار گرفتند.

۳) مقایسه ای از توابع چگالی احتمال: توابع چگالی احتمال انباشته (cpdf) ها و pdf هایی از δ_{crit} ، با استفاده از تکنیک های مختلف نشان داده شده در شکل ۳ برای وقتی که تغییر ورودی برابر ۵٪ است، تولید شده اند. تنها یک طرح برای روش PCM نشان داده شده است به این دلیل که همه ی مدل ها خیلی آثار مشابهی را تولید می کنند. همانطور که از تجزیه و تحلیل لحظات پیش بینی می شود، هر دو نوع $1 + m$ و $4 + m$ روش مبتنی بر ترکیب کردن، دقت پیگیری بر اساس MC دارند. اثر برآورد کمتر از st.d. بوسیله PCM و برآورد بیشتر از st.d. بوسیله نوع $2 + m$ می تواند صریحاً دیده شود که نتیجه اش کم شدن دقت است.

دقت محاسبه عددی از این توزیع ها برآورد شده است، بطور متوسط میانگین ریشه از اندازه گیری (ϵ_{ARMS}) با توجه به فرمول زیر استفاده شده است:

$$\epsilon_{ARMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (F_i^{MC} - F_i^{Est})^2}{N}} \quad (22)$$

در (۲۲)، F_i^{MC} امین مقدار از cdf بدست آمده با استفاده از روش MC است، F_i^{Est} امین مقدار از cdf بدست آمده با استفاده از تکنیک برآورد کارآمد است، و N تعداد مثال های در نظر گرفته شده در هنگام محاسبه ϵ_{ARMS} است.



شکل ۳: (a) pdf ها ، (b) cdf هایی از δ_{crit} تولید شده برای ۵٪ ناپایداری ورودی

در این مطالعه، ϵ_{ARMS} ، در محدوده ای بین ۱ و ۹۹ درصد از F_i^{MC} محاسبه شده اند. (برای جلوگیری از خطای بزرگ و پایین ناحیه های انتهایی از چاولگی، ϵ_{ARMS} به سمت مقادیر غیر واقعی پایین حرکت می کند) با استفاده از ۱۰۰۰ نمونه.

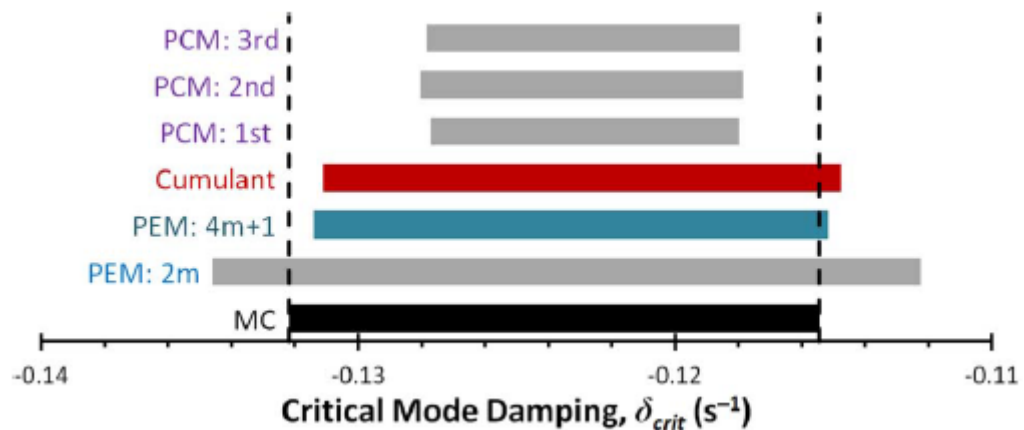
(۴) اثری از سطح ناپایداری: مقادیری از ϵ_{ARMS} در جدول ۲، نه تنها برای تغییر ۵٪ نشان داده شده در شکل ۳ بلکه برای ۲٫۵٪ و ۷٫۵٪ از تغییر ورودی، جمع آوری شده اند. این اشکال، تجزیه و تحلیل کاملی را از مناسب بودن روش های برآورد کارآمد متفاوت برای مطالعات پایداری اختلال کوچک احتمالاتی، ایجاد می کند.

جدول ۲: مقادیری از ϵ_{ARMS} برای روش های برآورد متفاوت با افزایش سطح تغییر پذیری ورودی نامشخص

Method used		ϵ_{ARMS}		
		2.5%	5.0%	7.5%
PEM	2 m	1.14%	5.60%	12.67%
	4 m + 1	0.66%	1.00%	1.93%
Cumulant		0.63%	1.47%	1.84%
PCM	1 st Order	7.80%	7.71%	8.25%
	2 nd Order	7.56%	7.21%	7.28%
	3 rd Order	7.38%	7.59%	7.19%

همانطور که در شکل ۳ اشاره شد، مقادیر ϵ_{ARMS} برای نوع PEM و روش مبتنی بر ترکیب کردن، برای همه ی سطوح از ناپایداری سیستم، مشابه (و پایین) هستند. همچنین می تواند دیده شود که توزیع خطاها، با افزایش ناپایداری، افزایش کمی دارند. نوع PEM 2 m، بیشترین حساسیت را به سطحی از ناپایداری نمایش می دهد. هنگامی که تغییر ورودی ۲،۵٪ است، مقدار ϵ_{ARMS} قابل قبول، تنها ۱،۱۴٪ است. با این حال، همانطور که تغییر ورودی، ۵٪ و متعاقباً ۷،۵٪ بالا می آید، مقادیر توزیع خطا بترتیب، ۵،۶٪ و ۱۲،۶۷٪ افزایش می یابند. بدون روش برآورد کارآمد تا حد زیادی، دقت کاهش می یابد. همه ی مدل های PCM، تقریباً همان خطای (۷٪ تا ۸٪) را برای تمام مراتب مدل در همه ی سطوحی از تغییر ورودی نامشخص، نمایش می دهند. این روش برآورد کارآمد، به نظر می رسد تا حد زیادی، بوسیله سطحی از ناپایداری، ساده شده باشد، با این حال، همچنین آن، معمولاً کمترین دقت را دارد.

اندازه گیری تجربی رایجی از توزیع مناسب، فاصله اطمینان ۹۰٪ است (محدوده ی بین ۵ و ۹۵ درصدی). طرحی از این محدودیت ها، برای همه ی تکنیک های برآورد کارآمد در شکل ۴ آمده است، بهترین برآورد تولید شده بوسیله ترکیب کردن و روش PEM 4 m + 1، به وضوح قابل رویت هستند.



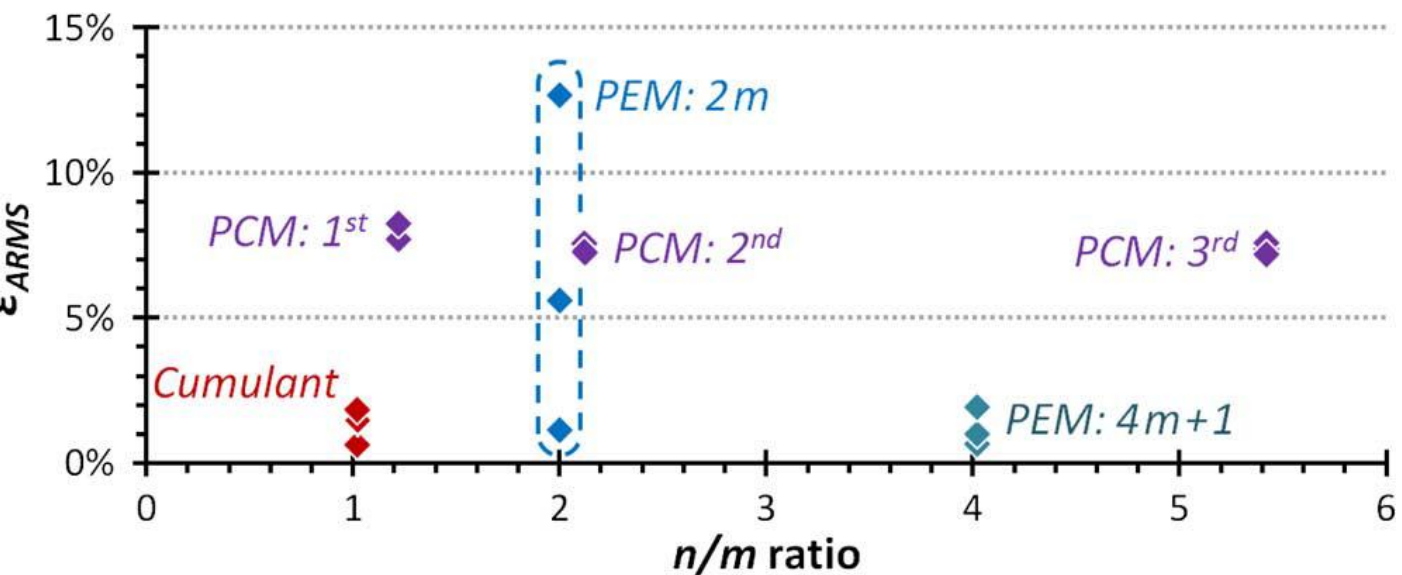
شکل ۴. نمودار ۹۰ درصد فاصله قابل اطمینان از δ_{crit} برای عدم قطعیت ورودی ۵٪

د) دقت و بهره وری:

نتایج بدست آمده نشان می دهد که ترکیب کردن و نوع PEM 4 m + 1، بطور مداوم، نتایج دقیق تری را ارائه می کنند. همچنین مهم است که این خطا در برابر بهره وری از روش ها، ارزیابی گردد، هنگامی که ارزیابی می شود اینکه کدام تکنیک، مناسب ترین تکنیک، برای مطالعات پایداری اختلال کوچک است.

شکل ۵، مقادیری از توزیع خطا را نشان داده است (در تمام سطوح مطالعه شده از ناپایداری) که در برابر نسبت طراحی شده است، که در آن n تعداد مطالعات قطعی کامل مورد نیاز برای تکمیل تجزیه و تحلیل است و n تعداد ناپایداری ها است. نتایج در پایین، سمت چپ این نمودار، هر دو، خطای کم و نیاز به مطالعات کم را نمایش می دهد، مشخصات مطلوب از چنین تکنیک هایی. روشن است که، اگر چه هر دو، ترکیب کردن و نوع PEM 4 m + 1

1، از نظر کارایی خطا قابل مقایسه هستند. روش ترکیب کردن، چهار برابر، کارآمد تر است. لازم به ذکر است که همه ی روش ها پس انداز بهره وری قابل توجهی را بیش از حد روش MC عددی سنتی، نشان می دهند. با این وجود، حداقل روش کارآمد استفاده شده در اینجا (مدل مرتبه سوم PCM)، تنها به ۲،۷٪ از تعدادی از مطالعات قطعی کامل مورد نیاز شده بوسیله روش MC، را نیاز دارد. برای کارآمد ترین روش (روش ترکیب کردن)، این افت ها برابر ۰،۵۱٪ است.



شکل ۵: دقت و بهره وری از تکنیک های متفاوت

۵. بحث و پیشنهاد

بر اساس نتایج بدست آمده در این مطالعه، توصیه می شود که روش مبتنی بر ترکیب کردن بعنوان یک تکنیک برآورد کارآمد، در آینده مطالعات پایداری اختلال کوچک احتمالاتی. این روش، کارآمدترین روش مطالعه شده است (با نسبتی از n/m که تقریباً، یک است.) و بطور مداوم، نتایجی را با خطای کم تولید می کند.

لازم به ذکر است که نوع $4m + 1$ PEM، نیز، نتایجی را با خطای کم ارائه می کند، البته با راندمان پایین تری از روش ترکیب کردن. در [9]، نشان داده شده است که نوع $2m + 1$ PEM، نتایج دقیق تری را از نوع $4m + 1$ در بهبود راندمان از این روش، ارائه می کند. این نوع با این حال، اگر $m > 3$ باشد نمی تواند، برای ناپایداری های توزیع شده، استفاده گردد، بنابراین برای کاربرد در این مطالعه مناسب نیست. اگر چه روش PEM، یک توزیع پارامتری را برای خروجی، تحمیل نمی کند، اما آن مشخص شده که، لحظات فوق مرتبه دوم نیز بیش از حد شامل اشتباه بودند. مدلی از توزیع های خروجی، از این رو، به طور کارآمدی محدود شده است به گاوسی. اگر خروجی ها به غیر گاوسی شناخته شده هستند، پس روش ترکیب کردن باید استفاده شود بصورتی که لحظات مرتبه بالاتر را با دقت بیشتری برآورد می کند.

همچنین باید توجه داشت که روش ترکیب کردن، مقدار خروجی متوسط را بصورت خروجی وقتی برآورد می کند، که همه ی ورودی ها در مقادیر متوسطشان هستند. برای این شبکه تست منجر به خطای معنی داری نشد، با این حال، در برخی از سیستم ها، مشاهده می شود که نتایج در نادرستی اند. در این موارد، روش های متوسط، برای حفظ دقت، ممکن است مورد نیاز باشند، مصالحه ای در بهره وری. روش ترکیب کردن، برای دقتش به مدت حساسیت در (۱۴) وابسته است و ممکن است اگر سیستم به دور از ناحیه ی خطی در رفتارش، حرکت کند، دقت کمتر شود. این می تواند (هر چند آن، در طی این مطالعه، مشاهده نشده است) در طی شرایط استرس، مانند بار گذاری بالا اتفاق بیفتد و نیاز به تحقیقات بیشتر دارد. در نهایت، آن مشاهده شده است که همه تکنیک های مطالعه شده، قادر به تکثیر مقادیر متوسط (اولین لحظه ی خام) با خطای خیلی پایین هستند. اگر تنها مقادیر متوسط مورد نیاز باشند پس هر روش کفایت خواهد کرد، اگر چه نوع 2 m PEM ، باید از لحظه ای که تغییر پذیری ناپایداری ورودی افزایش می یابد، اجتناب کند.

۶. نتیجه گیری

مقاله، یک پژوهش مقایسه ای را از تعداد تکنیک های برآورد کارآمد، به منظور ارزیابی مناسب بودن آنها برای مطالعات پایداری اختلال کوچک احتمالی از سیستم های قدرت، ارائه داده است. تجزیه و تحلیل ارائه شده در اینجا، تنها اولین مقایسه از تکنیک های برآورد کارآمد متفاوت برای این نوع از مطالعات نیست، بلکه روشی است که برای اولین بار، تاثیر سطحی از ناپایداری در تکنیک های پیشنهاد شده متفاوت را، تجزیه و تحلیل کرده است. دقت روش ها از طریقه مقایسه با شبیه سازی مونت کارلو (MC) عددی سنتی، ارزیابی شده است. خطاها برای هر دو لحظات توصیفی و همچنین کل توزیع های احتمالی از میرایی حالت الکترومکانیکی بحرانی، مقایسه شده اند.

ثابت شده است که روش تحلیلی مبتنی بر ترکیب کردن (با استفاده از تقریب های عددی برای محاسبه حساسیت سیستم) مناسب ترین روش برای چنین مطالعاتی است. علاوه بر این، آن در گذشته نشان داده شده است که همبستگی ورودی می تواند در دستور سازی شامل شود، اگر چه در این مطالعه مورد بررسی قرار نگرفته است [11] و [12]. این مطالعه، قادر می سازد، تصمیمات آگاهانه تر، در هنگام انتخاب روش های برآورد کارآمد برای مطالعات پایداری اختلال کوچک در سیستم های قدرت نامشخص بزرگ، اتخاذ گردد. این تکنیک های کارآمد، همچنین می توانند، برای جمع آوری اطلاعات آماری بیشتر درباره ی حالت های سیستم مورد است (از قبیل ضریب های مشارکت یا ارزش های باقی مانده) که می تواند، طراحی کنترل کننده احتمالی را قادر سازد.

۷. مراجع

[1] S. M. Ustinov, J. V. Milanović, and V. A. Maslennikov, "Inherent dynamic properties of interconnected power systems," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 24, no. 5, pp. 371–378, Jun. 2002.

- [2] G. Rogers, *Power System Oscillations*. Norwell, MA, USA: Kluwer Academic, 2000.
- [3] J. L. Rueda, D. G. Colome, and I. Erlich, "Assessment and enhancement of small signal stability considering uncertainties," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, no. 1, pp. 198–207, Feb. 2009.
- [4] R. Arrieta, M. A. Rios, and A. Torres, "Contingency analysis and risk assessment of small signal instability," in *Proc. IEEE Power Tech*, Lausanne, Switzerland, 2007, pp. 1741–1746.
- [5] C. K. Pans, Z. Y. Dong, P. Zhang, and X. Yin, "Probabilistic analysis of power system small signal stability region," in *Proc. Int. Conf. Control and Autom.*, 2005, vol. 1, pp. 503–509.
- [6] R. C. Burchett and G. T. Heydt, "Probabilistic methods for power system dynamic stability studies," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-97, no. 3, pp. 695–702, May 1978.
- [7] G. Verbic and C. A. Canizares, "Probabilistic optimal power flow in electricity markets based on a two-point estimate method," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 4, pp. 1883–1893, Nov. 2006.
- [8] C.-L. Su, "Probabilistic load-flow computation using point estimate method," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 4, pp. 1843–1851, Nov. 2005.
- [9] J. M. Morales and J. Perez-Ruiz, "Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 4, pp. 1594–1601, Nov. 2007.
- [10] J. Rueda and I. Erlich, "Probabilistic framework for risk analysis of power system small-signal stability," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part O J. Risk Reliab.*, vol. 226, no. 1, pp. 118–133, 2012.
- [11] S. Q. Bu, W. Du, H. F. Wang, Z. Chen, L. Y. Xiao, and H. F. Li, "Probabilistic analysis of small-signal stability of large-scale power systems as affected by penetration of wind generation," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, no. 2, pp. 762–770, May 2012.
- [12] K. W. Wang, C. Y. Chung, C. T. Tse, and K. M. Tsang, "Improved probabilistic method for power system dynamic stability studies," *Proc. Inst. Electr. Eng.—Gener., Transm. Distrib.*, vol. 147, no. 1, pp. 37–43, 2000.
- [13] P. Zhang and S. T. Lee, "Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 19, no. 1, pp. 676–682, Feb. 2004.

- [14] A. Schellenberg, W. Rosehart, and J. Aguado, "Cumulant-based probabilistic optimal power flow (P-OPF) with Gaussian and gamma distributions," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 2, pp. 773–781, May 2005.
- [15] M. A. Tatang, "Direct incorporation of uncertainty in chemical and environmental systems," Massachusetts Institute of Technology, 1995.
- [16] J. R. Hockenberry and B. C. Lesieutre, "Evaluation of uncertainty in dynamic simulations of power system models: The probabilistic collocation method," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 19, no. 3, pp. 1483–1491, Aug. 2004.
- [17] R. Preece, N. C. Woolley, and J. V. Milanovic, "The probabilistic collocation method for power system damping and voltage collapse studies in the presence of uncertainties," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 2253–2262, 2013.
- [18] P. Kundur, *Power System Stability and Control*. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1994.
- [19] A. Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, 2nd ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1984, p. 575.
- [20] R. Y. Rubinstein, *Simulation and the Monte Carlo Method*. New York, NY, USA: Wiley, 1981.
- [21] H. P. Hong, "An efficient point estimate method for probabilistic analysis," *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. 59, no. 3, pp. 261–267, Mar. 1998.
- [22] K. S. Li, "Point-estimate method for calculating statistical moments," *J. Eng. Mech.*, vol. 118, no. 7, pp. 1506–1511, Jul. 1992.
- [23] M. E. Harr, "Probabilistic estimates for multivariate analyses," *Appl. Math. Model.*, vol. 13, no. 5, pp. 313–318, May 1989.
- [24] J. M. Morales, L. Baringo, A. J. Conejo, and R. Mínguez, "Probabilistic power flow with correlated wind sources," *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 4, no. 5, p. 641, 2010.
- [25] H. Cramér, *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton, NJ, USA: Princeton Univ., 1957.
- [26] P. Beckmann, *Orthogonal Polynomials for Engineers and Physicists*. Boulder, CO, USA: Golem, 1973.
- [27] G. W. Gautschi, "Algorithm 726: ORTHPOL—A package of routines for generating orthogonal polynomials and Gauss-type quadrature rules," *ACM Trans. Math. Softw.*, vol. 20, pp. 21–62, 1994.

- [28] P. Davis and P. Rabinowitz, *Methods of Numerical Integration*, 2nd ed. Mineola, NY, USA: Dover, 2007.
- [29] B. Pal and B. Chaudhuri, *Robust Control in Power Systems*. New York, NY, USA: Springer Inc., 2005.
- [30] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sanchez, and R. J. Thomas, "MATPOWER: Steady-state operations, planning, analysis tools for power systems research and education," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 26, no. 1, pp. 12–19, Feb. 2011.
- [31] R. Preece, J. V. Milanovic, A. M. Almutairi, and O. Marjanovic, "Damping of inter-area oscillations in mixed AC/DC networks using WAMS based supplementary controller," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 2, pp. 1160–1169, May 2013.
- [32] A. W. Bowman and A. Azzalini, *Applied Smoothing Techniques for Data Analysis*. New York, NY, USA: Oxford Univ., 1997.
- [33] D. Maillard, "A user's guide to the Cornish–Fisher expansion," *Social Sci. Res. Network*, 2012.