

مدلسازی جریان سیال غیرنیوتنی به روش شبکه بولتزمن

نویسنده اول^۱، نویسنده دوم^۲

^۱ استادیار گروه ***، دانشگاه ***، ***@***.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد تبدیل انرژی، دانشگاه فردوسی مشهد، ***@gmail.com

چکیده

در سالهای اخیر توانایی روش شبکه بولتزمن در مدلسازی جریانهای پیچیده مانند جریانهای دوفازی، جریان در محیط متخلخل و همینطور جریان سیالات غیرنیوتنی به اثبات رسیده است. این روش در عین سادگی دقت بسیار بالایی دارد و در مرکز توجه بسیاری از دانشمندان قرار گرفته است. در این مقاله ضمن معرفی این روش، به مرور برخی از مقالات معتبر در زمینه مدلسازی انواع سیالات غیرنیوتنی به روش شبکه بولتزمن پرداخته شده است.

واژه های کلیدی

روش شبکه بولتزمن، سیالات غیرنیوتنی

مقدمه

مدل لتیز بولتزمن^۱ تکنیک محاسباتی نسبتاً جدیدی بر پایه‌ی تئوری انرژی جنبشی برای شبیه سازی جریان سیال است. از دیدگاه تاریخی مدل‌های لتیز بولتزمن از مدل ماشین سلولی گازی لتیز^۲ منشا گرفته است. پایه اصلی برای مدل LGCA این است که تعاریف متفاوت در سطح میکروسکوپی می‌تواند در نهایت به دینامیک ماکروسکوپی منتهی شود. با استفاده از یک مدل سلولی ساده که تنها از قوانین بقای جرم و مومنتوم در سطح میکروسکوپی پیروی می‌کند و با قرار دادن آن در یک شبکه مناسب، می‌توان نشان داد که با استفاده از تحلیل چند سطحی^۳ چپمن-انسکوگ، معادلات ناویر استوکس برای سیال با تراکم پذیری کم از این شبکه‌ی میکروسکوپی بدست می‌آید.

روش LGCA از دیدگاه محاسباتی مزایای مهم زیادی دارد. اولاً کاراکتر بولین^۴ برای قوانین برخورد به این معنا خواهد بود که این مدل می‌تواند از منطق بولین بدون مراجعه به محاسبات شناور یعنی محاسباتی که باعث شود کد در یک حلقه به دام افتاده و داده‌ها همگرا نشوند و بدون مشکلات مرتبط با خطاهای گرد کردن استفاده کند. ثانیاً مرحله برخورد کاملاً منطقه ای است و بنابراین این روش برای استفاده در معماری‌های محاسباتی موازی بسیار مناسب است.

اولین روش LBM مربوط به مکنامارا و زانتی [۱] است و با هدف کاهش پیچیدگی‌های روش LGCA توسعه داده شد. اولین روشهای LBM از شبکه ای مشابه با LGCA و قوانین برخورد مشابه استفاده میکردند، و تنها اعداد بولین در روش LGCA با توابع توزیع ذرات در LBM جایگزین شده‌اند:

$$f_i = \langle n_i \rangle \quad (1)$$

ایده اصلی پایه گذار LBM آن است که جریان‌های سیال را با استفاده از معادلات انرژی جنبشی ساده شده که بیانگر تغییرات تدریجی توابع توزیع ذرات که یک مجموعه گسسته از سرعت‌ها را دارند و در یک شبکه منظم پیش می‌روند، حل نماید. هیگورا و همکارانش [۲] دریافتند که رابطه‌ی بین داده‌های ماتریس برخورد و دینامیک پایه‌ی LGCA پیوسته نیست و حالات تعادل و درایه‌های ماتریس برخورد می‌توانند جداگانه بررسی شده و یک مدل محاسباتی مجزا و منفرد را ارائه دهند. مشکل پیچیدگی توانی که حل معادله‌ی غیر خطی لتیز بولتزمن^۵ را برای محاسبات سه بعدی غیر ممکن کرده بود توسط هیگورا و جیمز [۳] و با حذف آشفتگی‌ها^۶ برای توابع تعادلی حل گردید که منجر به یک معادله LBE شبه خطی گردید.

هر دو روش LGCA و LBM مثال‌هایی برای دیدگاه پایین به بالا برای مدلسازی هستند که در آنها یک مدل گسسته میکروسکوپی برای محاسبه حاکم است. این مدل به گونه ای طراحی شده است که در رابطه با معادلات ناویراستوکس ویژگی‌های خاصی همچون بقای جرم و مومنتوم را ارضاء کند. روش LGCA بدون شرط پایدار است و روش LBM خواص پایداری مناسبی دارد. به دست آوردن خواص ماکروسکوپی از مدل میکروسکوپی نیازمندیک دسته تحلیل دقیق چند سطحی می باشد که لازمه آن داشتن دقت و تجربه بالایی می‌باشد.

در این مقاله پس از مرور کوتاهی بر کلیات روش شبکه بولتزمن به بررسی مدل‌های سیال غیرنیوتنی پرداخته و در انتها مرور مختصری بر کارهای علمی انجام شده با کمک مدل‌های سیال غیرنیوتنی در روش شبکه بولتزمن آورده شده است.

مدل‌های روش شبکه بولتزمن

دو دیدگاه مختلف جهانی در مورد سیالات وجود دارد:

^۵ LBE

^۶ perturbations

^۱ LBM

^۲ LGCA

^۳ multiscale analysis

^۴ Boolean character

میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک. در توصیف ماکروسکوپیک سیال به عنوان یک محیط متغیر پیوسته‌ی هموار دیده می‌شود. توصیفات ریاضی در این دیدگاه از جهان در چارچوب قوانین بقا است که یک سیستم معادلات دیفرانسیلی بر آن حاکم است. مشخصه طولی معمول در این توصیف L_H است که می‌تواند عرض کانال و یا شعاع یک کره باشد. توصیف میکروسکوپیک در سطح تعاملات بین ملکولی عمل می‌کند. طول مشخصه در این توصیف پایش آزاد متوسط ذره میان برخوردها^۱ یا L_{MFP} است. فرض پایه‌ی مکانیک محیط پیوسته آن است که:

$$L_H \gg L_{MFP} \quad (2)$$

از پایه ای ترین توصیف سیال بر اساس معادلات همیلتون برای یک دسته از ذرات ویا معادلات معادل آن، از مکانیک کوانتوم به دلیل تعداد بسیار زیاد ذرات درگیر اجتناب می‌شود. برای یک مجموعه‌ی شامل N ذره تعداد $6N$ تابع وابسته به زمان برای مشخص نمودن اجزای بردار موقعیت و مومنتوم خطی هر ذره (در فضای سه بعدی) وجود دارد. به عنوان مثال موضوع تنها در حجم 1cm^3 از هوا در 0°C و در فشاریک اتمسفر تعداد 2.69×10^{19} ذره وجود دارد. واضح است که با سیستم‌های محاسباتی موجود امکان بررسی رفتار این نوع از سیستم‌ها میسر نمی‌باشد.

سطح بعدی توصیف، استفاده از توابع توزیع است که تمامی اطلاعات آماری را درباره‌ی فرآیندهای دینامیکی دارا می‌باشند. معادله‌ی پیوسته‌ی بولتزمن می‌تواند با در نظر گرفتن فرض‌های زیر استخراج شود: تنها دو برخورد از ذرات در نظر گرفته می‌شود، سرعت‌های دو ذره‌ی برخورد کننده قبل از برخورد از یکدیگر مستقل هستند و اینکه نیروهای خارجی بر روی دینامیک منطقه ای و محلی برخورد تاثیر نمی‌گذارند. پس از آن معادلات ماکروسکوپیک با استفاده از تحلیل چپمن-انگسوک^۲ به دست می‌آیند که نوعی از تحلیل چند سطحی^۳ به حساب می‌آید. در این روش با استفاده از تقریب LBGK و زمان آسایش منفرد، ویسکوزیته‌ی سینماتیک^۴ بصورت بیان می‌شود:

$$\nu = \left(\tau - \frac{1}{2} \right) C_s^2 \quad (3)$$

که در آن τ زمان آسایش بدون بعد و C_s سرعت صوت در گاز است. فشار و چگالی توسط معادله حالت به شکل $p = C_s^2 \rho$ مرتبط میشوند که در آن $C_s^2 = \theta$. اگرچه LBGK ساده و زیبا است اما از لحاظ مدلسازی معیبه‌ی نیز دارد. زمان آسایش^۵ یگانه بیانگر آن است که انتقال حرارت و انتقال مومنتوم بایک نرخ انجام می‌شود. این بدین معناست که عدد پرناتل در محدوده‌ی یک خواهد بود و بنابراین این

^۱ Particle mean free path

^۲ Chapman-Enskog

^۳ multiscale

^۴ kinematic viscosity

^۵ Relaxation time

مدل تنها برای جریان‌های هم‌دماً مناسب است. علاوه بر این ویسکوزیته‌های برشی و توده‌ای در این مدل با یکدیگر برابر در نظر گرفته شده اند که این مورد در جریان‌های با اعداد رینولدز بالا مشکلاتی را ایجاد می‌کند. همچنین به دلیل کاهش ویسکوزیته مشکلات پایداری نیز در شبیه سازی جریان‌های با اعداد رینولدز بالا به وجود می‌آید. تقریب LBGK تنها با شرط $\tau \geq 1$ قطعاً پایدار است. این قطعیت در صورت آنکه $\nu < 1$ باشد برقرار نیست و روش می‌تواند دچار ناپایداری‌های عددی شود که بالاترین اعداد رینولدز قابل دسترسی را محدود می‌کند.

برای بهبود دقت و پایداری LBM و همچنین برای بهبود بازه‌ی پدیده‌های فیزیکی قابل مدلسازی با این روش عملگرهای برخورد جایگزین دیگری برای تقریب LBGK ارائه شده اند. یکی از این روش‌ها روش LBM چند زمان آسایشی است. ایده زیر بنایی نهفته در مدل‌های MRT آن است که ماتریس برخورد با تصویر نمایی توابع توزیع بر روی زمانهای آنها اصلاح می‌شود. بعضی از این توابع وابسته به زمان کمیت‌های ماکروسکوپیک هستند (مانند چگالی و مومنتوم) در حالی که بقیه مجازی هستند. این باقیمانده‌های مجازی اهمیت فیزیکی ندارند اما می‌توانند اثر منفی بر روی شبیه سازی عددی بگذارند. زمان‌های آسایش مربوط به این باقیمانده‌های خیالی بهبود می‌یابند تا دقت کل و پایداری روش عددی پیشرفت نماید. توابع توزیع پس از برخورد تصحیح می‌گردند.

سیالات غیر نیوتنی

در بسیاری از کاربردهایی که LBM در آن موفق است (همانند جریان‌ها در محیط متخلخل، هیدرودینامیک و سوپرانسیون ذرات) خواص غیر نیوتنی مایعات معمولاً بسیار مهم هستند. برای مثال یک دسته‌ی مهم از سیالات یک ویسکوزیته ظاهری و یا موثر از خود نشان می‌دهند که به نرخ برش به شدت وابسته است. نرخ برش بصورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2d : d} \quad (4)$$

که در آن تانسور نرخ کرنش d به صورت زیر است:

$$d = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^t) \quad (5)$$

رفتار معمول این سیالات در گراف شکل ۱ نشان داده شده‌است. دیده می‌شود که ویسکوزیته با نرخ برش کاهش می‌یابد که رفتار رقیق شونده‌ی برشی^۷ را نشان می‌دهد. در نرخ‌های برش بسیار بالا یا بسیار کم سطح‌های صاف نیوتونی ای وجود دارند که در آنها ویسکوزیته تقریباً ثابت است. در ناحیه‌ی نازک شونده‌ی برش نمودار لگاریتمی تقریباً خطی است و بنابراین رابطه‌ی آنها می‌تواند به صورت یک رابطه‌ی توانی بیان شود. رنگ، خون و محلول‌های پلیمری مثال‌هایی برای سیالات رقیق شونده‌ی برشی هستند و نشاسته‌ی ذرت و خاک

^۶ isothermal

^۷ shear thinning behavior

$\mu \ll \mu_0$ معادله‌ی کراس که به صورت معادله ۶ بیان شد به مدل سیسکو کاهش می‌یابد:

$$\frac{\mu_0}{\mu - \mu_\infty} = (K\dot{\gamma})^m \quad (10)$$

که می‌تواند به شکل زیر نیز نوشته شود:

$$\mu = \mu_\infty + k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (11)$$

که در آن $k = \mu_0 K^{-m}$ و $n = 1 - m$. اگر داشته باشیم $\mu \ll \mu_0$ و همچنین $\mu \gg \mu_\infty$ معادله‌ی کراس به مدل مشهور توانی کاهش می‌یابد که به عنوان مدل استوالد دی وال نیز شناخته می‌شود:

$$\mu = k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (12)$$

که بیانگر رفتار تنها در ناحیه‌ی رقیق شونده‌ی برشی است. اگر $0 \leq n \leq 1$ آنگاه سیال رقیق شونده‌ی برشی است، اگر $n = 1$ سیال نیوتونی و با ویسکوزیته‌ی $\mu = k$ است و اگر $n < 1$ آنگاه سیال غلیظ شونده‌ی برشی است.

برخی از ریاضیدان‌ها برای محدود کردن بازه‌ی وسیع ویسکوزیته‌های ممکن در هنگام استفاده از مدل توانی برای برخی از مقادیر انتخابی از μ_0 و μ_∞ از روش‌های اضافی و تک هدفی برای محدود کردن بازه‌ی ویسکوزیته به $\mu_0 > \mu > \mu_\infty$ استفاده کرده اند که مدل کوتاه شده‌ی توانی را نتیجه می‌دهد.

با قرار دادن $n = 0$ در مدل سیسکو شدیدترین رفتار رقیق شونده‌ی نتیجه می‌شود که به روش بینگهام با ویسکوزیته‌ی مؤثر زیر منتهی می‌شود:

$$\mu = \mu_\infty + \frac{k}{\dot{\gamma}} = \mu_\infty + \frac{\mu_0}{K\dot{\gamma}} \quad (13)$$

در یک جریان برشی خالص با ضرب عبارت بالا در $\dot{\gamma} \geq 0$ میزان تنش که برابر با $\sigma = \mu\dot{\gamma}$ بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\sigma = \frac{\mu_0}{K} + \mu_\infty \dot{\gamma} \quad (14)$$

که با بازنویسی می‌توان آن را به شکل معمول معادله‌ی بینگهام یک بعدی نوشت:

$$\sigma = \sigma_0 + \mu_p \dot{\gamma} \quad \sigma > \sigma_0 \\ \dot{\gamma} = 0 \quad \sigma \leq \sigma_0 \quad (15)$$

که در آن σ_0 تنش تسلیم است و $\mu_p = \mu_\infty$ ویسکوزیته‌ی پلاستیک است.

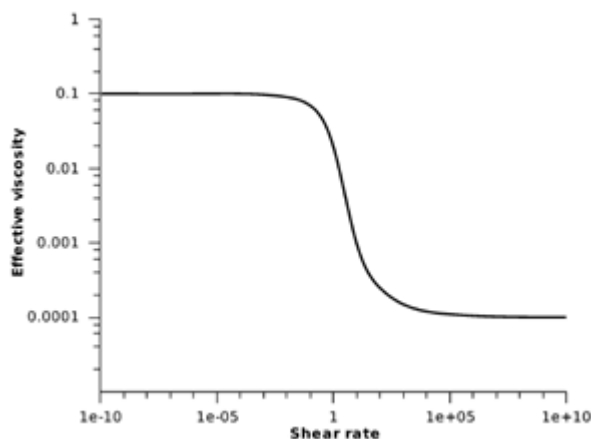
نرخ برش $\dot{\gamma} \geq 0$ برابر است با:

$$\dot{\gamma} = \begin{cases} \frac{\sigma - \sigma_0}{\mu_p} & \sigma > \sigma_0 \\ 0 & \sigma \leq \sigma_0 \end{cases} \quad (16)$$

و ویسکوزیته مؤثر برابر است با:

$$\mu = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{\dot{\gamma}} + \mu_p & \sigma > \sigma_0 \\ \infty & \sigma \leq \sigma_0 \end{cases} \quad (17)$$

معادله‌ی بینگهام مایعاتی با رقیق شونده‌ی برشی بسیار شدید را



شکل ۱ نمودار وابستگی ویسکوزیته به نرخ برش

رس مایع مثال‌های برای سیالات غلیظ شونده‌ی برشی^۱ هستند. مدل‌های بسیاری برای برازش داده‌های ویسکوزیته‌ی وجود دارد. مدل کراس^۲ برای کل ناحیه‌ی نرخ برش برقرار است که چهار پارامتر دارد. این مدل می‌تواند به شکل زیر نشان داده شود:

$$\frac{\mu_0 - \mu}{\mu - \mu_\infty} = (k\dot{\gamma})^m \quad (6)$$

یا به صورت معادل:

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \frac{1}{1 + (k\dot{\gamma})^m} \quad (7)$$

که μ_0 و μ_∞ مقادیر مجانبی ویسکوزیته در نرخ‌های برش بسیار کم و بسیار زیاد هستند. K یک پارامتر ثابت است که بعد زمان را دارد و m یک ثابت بدون بعد است. درجه‌ی رقیق شونده‌ی به وسیله‌ی m کنترل می‌شود. هر چه m بیشتر به سمت صفر میل کند رفتار نیوتونی بیشتر و با میل کردن آن به ۱ تغییرات شدید تری در رقیق شونده‌ی مشاهده می‌کنیم.

یک جایگزین پرکاربرد برای مدل کراس که آن نیز تمام منحنی جریان را بیان می‌کند روش کاروو است:

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \frac{1}{\left(1 + (k_1\dot{\gamma})^2\right)^{m_1/2}} \quad (8)$$

که شکل کلی تری با پنج پارامتر نیز دارد که به عنوان مدل کاروو-یاسودا شناخته می‌شود:

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \frac{1}{\left(1 + (k_1\dot{\gamma})^a\right)^{m_1/a}} \quad (9)$$

مدل‌های کاروو و کراس رفتار یکسانی را در نرخ‌های برش بسیار بالا و بسیار کم از خود نشان می‌دهند و تنها اندکی در ناحیه‌ی رقیق شونده‌ی برشی تفاوت دارند که در آن $1 \sim K_1 \dot{\gamma}$. مدل‌های زیاد دیگری نیز در یک ناحیه‌ی محدود از نرخ برش برقرار هستند که می‌توانند از معادلات کراس و کاروو استخراج شوند. اگر داشته باشیم

^۱ dilatant

^۲ Cross

$$\sigma = \sigma_0 + \mu_2 \dot{\gamma}^{1/2} + \mu_1 \dot{\gamma} \quad \sigma > \sigma_0$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \sigma \leq \sigma_0 \quad (23)$$

این مدل یک تنش تسلیم σ_0 دارد که سپس توسط یک ناحیه‌ی رقیق شونده‌ی برشی و پس از آن یک سطح صاف نیوتونی با ویسکوزیته‌ی μ_2 در نرخ‌های برشی بالا ادامه می‌یابد در این مدل ویسکوزیته ظاهری عبارت است از:

$$\mu = \sigma / \dot{\gamma} = \begin{cases} \sigma_0 \dot{\gamma}^{-1} + \mu_2 \dot{\gamma}^{-1/2} + \mu_1 & \sigma > \sigma_0 \\ \infty & \sigma \leq \sigma_0 \end{cases} \quad (24)$$

در بخش بعدی به بررسی کاربرد روش شبکه بولتزمن در مدلسازی رفتار انواع سیالات غیر نیوتنی پرداخته خواهد شد.

کاربرد روش شبکه بولتزمن در مدلسازی جریان سیالات غیر نیوتنی

در تحلیل چپمن-انسکوگ تقریب LBGK در مرتبه‌ی ۲ از ε معادلات ناویراستوکس با تانسور نرخ کرنش d که به وسیله‌ی مشتق زمانی دوم عبارات مرتبه‌ی اول در توابع توزیع غیر تعادلی بدست می‌آید:

$$d = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^t) = -\frac{1}{2} \frac{1}{\tau \rho c_s^2} S^{(1)} \quad (25)$$

که در آن شار مومنتوم مرتبه اول و یا تانسور تنش عبارت است از:

$$S^{(1)}(x, t) = \sum_{i=0}^{q-1} f_i^{(1)}(x, t) \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i \quad (26)$$

بیشتر کاربردهای LBM برای سیالات با ویسکوزیته‌ی متغیر از فرمولاسیون LBGK با یک پارامتر آسایش واحد τ استفاده می‌کنند و τ برابر است با:

$$\tau = \frac{\mu}{\rho c_s^2} + \frac{1}{2} \quad (27)$$

که در آن $\nu = \mu / \rho$. این امکان کاملاً وجود دارد که مقدار τ را بسته به مقدار ویسکوزیته‌ی موثر در هر گره شبکه محاسبه نمود، اما بایستی در این کار دقت کرد چرا که مدل LBGK از نظر خطی در نواحی $\mu \rightarrow 0$ و $\mu \rightarrow \infty$ ناپایدار می‌شود.

روش شبکه بولتزمن LBM از این منظر که تنها یک محاسبه منطقه‌ای و محلی با استفاده از توابع توزیع می‌نماید، بسیار مناسب است و در نتیجه همانگونه که کروگر و همکارانش نشان دادند دقت مرتبه‌ی دوم را کاملاً حفظ می‌کند و منابع کامپیوتری کمتری استفاده می‌کند. اکثر مطالعات اخیر در زمینه‌ی لتیز بولتزمن در ارتباط با سیالات با ویسکوزیته‌ی متغیر از روش محلی و منطقه‌ای استفاده می‌کنند. یکی از معایب این روش آن است که $\dot{\gamma}$ تابع τ و در نتیجه معادله‌ی ۲۷ یک معادله‌ی غیر صریح بر حسب τ می‌دهد:

$$\tau = \frac{\mu(\dot{\gamma}(\tau))}{\rho c_s^2} + \frac{1}{2} \quad (28)$$

بطور کلی این معادله بصورت تحلیلی قابل حل نیست اما می‌تواند به شکل عددی با استفاده از یک روش تکراری که می‌تواند گاهی زمان محاسباتی زیادی نیاز داشته باشد در هر نقطه‌ی شبکه حل شود. به جای این کار $\dot{\gamma}$ می‌تواند با استفاده از مقادیر τ در زمان قبلی تخمین زده شود. این کار باعث می‌شود که یک عبارت صریح برای τ

که به ظاهر تنش تسلیم دارند^۱ را مدل می‌کند. برای مثال تا زمانی که تنش اعمال شده از تنش تسلیم بیشتر نشود هیچ جریانی اتفاق نمی‌افتاد. این سیالات می‌توانند یک تنش غیر صفر را بدون تغییر حالت در خود نگه دارند که باعث رفتار ویسکوپلاستیک^۲ و یا تنش تسلیم می‌شود. این روش توصیف مهندسی کاربردی ای برای خمیرها، دوغاب‌ها، زل‌هایی مانند روغن؛ رنگ، گل و بسیاری از غذاها و سایر مواد مصرفی ارائه می‌دهد. شکل منحصر به فرد رابطه سیال بینگهام مشکلاتی برای روشهای عددی ایجاد می‌کند و برای حل آن مدل پاپاناستازیو^۳ که از یک فاکتور توانی ملایم کننده استفاده می‌کند، معمولاً استفاده می‌شود:

$$\sigma = \sigma_0 (1 - \exp(-k_2 \dot{\gamma})) + \mu_p \dot{\gamma} \quad (18)$$

که در آن پارامتر k_2 برای پایدار سازی محاسبات استفاده می‌شود. البته این پارامتر به حد ممکن بزرگ انتخاب می‌شود تا از ملایم سازی بیش از حد جلوگیری شود.

مدل هرشل-بالکلی^۴ یک مدل کلی شده‌ی مدل بینگهام است که رقیق شونده‌ی برشی را پس از تسلیم اجازه می‌دهد و بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\sigma = \sigma_0 + k_1 \dot{\gamma}^n \quad \sigma > \sigma_0$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \sigma \leq \sigma_0 \quad (19)$$

که ویسکوزیته مؤثر آن برابر است با:

$$\mu = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{\dot{\gamma}} + k_1 \dot{\gamma}^{n-1} & \sigma > \sigma_0 \\ \infty & \sigma \leq \sigma_0 \end{cases} \quad (20)$$

مدل کاسون مدلی شبیه مدل بینگهام است اما در آن تمام اجزا به توان $1/2$ رسیده اند:

$$\sigma^{1/2} = \sigma_0^{1/2} + \mu_p^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2} \quad \sigma > \sigma_0$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \sigma \leq \sigma_0 \quad (21)$$

که ویسکوزیته مؤثر آن عبارت است از:

$$\mu = \begin{cases} (\sigma_p^{1/2} + \mu_p^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2})^2 / \dot{\gamma} & \sigma > \sigma_0 \\ \infty & \sigma \leq \sigma_0 \end{cases} \quad (22)$$

این مدل برای مدل سازی سیالاتی همچون شکلات و خون با نرخ‌های برشی کم و نسبت حجمی گلبول‌های قرمز خون کمتر از ۴۰٪ استفاده شده‌است.

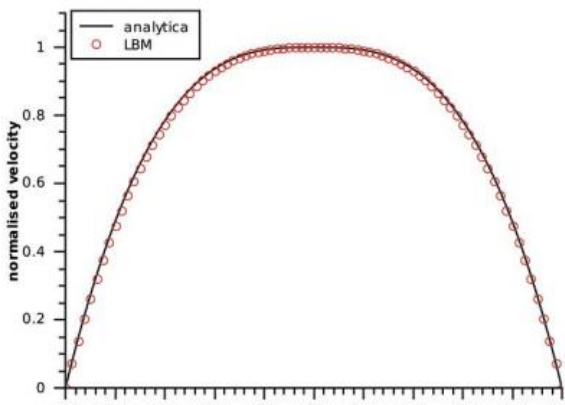
با آزمایش نشان داده شده‌است که تحت شرایط جریانی بسیاری، خون می‌تواند به عنوان یک سیال تقریباً رقیق شونده‌ی برشی و ناحیه‌ی دوم نیوتونی در نظر گرفته شود و قسمت نیوتونی اول و هر ناحیه‌ی غلیظ شونده‌ی برشی قابل صرف نظر کردن است. بر همین اساس لو و کانگ [۴] مدل K-L را به عنوان یک تعمیم از مدل کاسون پیشنهاد دادند:

^۱ yield stress

^۲ viscoplastic

^۳ Papanastasiou

^۴ Herschel-Bulkley



شکل ۳ مقایسه میان پروفیل سرعت تحلیلی و روش شبکه بولتزن برای جریان داخل کانال با سیال پیرو قانون توانی با توان ۰/۵

جریان دو بعدی در طول یک محیط متخلخل استفاده گردید که تطابق مناسبی با قانون داریسی داشت.

گینزبرگ و استینر [۷] از مدل قانون بندی شدهی بینگهام که توسط پاپاناستاسیو فرمول بندی شده بود در کنار یک مدل سطح آزاد که قبل از آن توسط خود نویسندگان منتشر گردیده بود استفاده کرده و فرآیند پر شدن آلیاژهای ویسکوپلاستیک فلزی و پلاستیکها را در حفره‌های باز شونده^۱ در دو بعد و سه بعد نشان دادند. فرمول بندی عملگر ماتریس برخورد در آنها استفاده گردید که نشان گر LBE بر اساس یک پایهی ارتونورمال^۲ در فضا است. ویسکوزیتهی موثر بدون نیاز به مشتق گیری عددی و با استفاده از مقادیر محلی و اولیه LBM در گامهای زمانی قبلی (شکل دوم توابع توزیع) محاسبه گردید. نتایج عددی بدست آمده با این مدلها تطابق مناسبی با تحلیلهای تئوری و عددی موجود داشت. نویسندگان همچنین اعلام داشتند که صرف نظر از برخی مشکلات این روش به نظر برای مدل سازی قوانین ساختاری کلی بیشتری از سیالات هرشل-بالکی که سطح آزاد دارند و همچنین شبیه سازیهای چندفازی بسیار مناسب و قابل اعتماد است.

کراوالد [۸] برای مدل سازی جریان در یک کانال معیار دو بعدی و همچنین برای شبیه سازی قالب ریزی مایعهای کامپوزیت از فرمول بندی فضا و زمان گینزبرگ و استینر در ترکیب با مدل کراس برای ویسکوزیته استفاده کرد.

داشته باشیم که از لحاظ محاسباتی کارآمد است و در عمل برای کاربردهای بسیاری به اندازه کافی دقیق است.

برای نشان دادن دقت و خواص همگرایی این روش نتایج یک مساله معیار دو بعدی را در یک کانال با نصف طول L که توسط یک گرادیان فشار اعمالی حرکت می کند را نشان میدهم. برای یک سیال توانی با ویسکوزیتهی موثر $\mu = k\dot{\gamma}^{n-1}$ پروفیل سرعت دیگر بشکل سهموی جریان پوازولی ($n=1$) نیست و به وسیلهی عبارت زیر مسطح ویا تیز می شود:

$$\frac{U(y)}{U_{\max}} = 1 - \left(\frac{y}{t}\right)^{(n+1)/n} \quad (29)$$

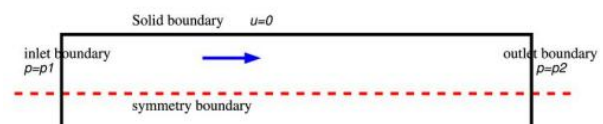
شرایط مرزی اعمال شده شرط مرزی عدم لغزش برای سرعت روی دیوارههای کانال و فشار مشخص در دو طرف کانال می باشد و شرط اولیه سیال ساکن در حالت اولیه است. هندسه و شرایط مرزی در شکل ۲ نشان داده شده اند و مقایسهی بین پروفیل سرعت تئوری و عددی برای توان ۰.۵ در شکل ۳ نشان داده شده است.

نتایج همچنین برای یک سیال رقیق شوندهی برشی نیز در یک کانال انقباضی ۲:۱ با طول ۵ و عرض ورودی ۱ نیز در شکل ۴ نشان داده شده اند. طول لتیز استفاده شده $\Delta x = 0.01$ بوده و ویسکوزیتهی سیال به وسیلهی یک مدل قانون توانی با ورودی $n=0.7$ محاسبه شده است. سیال ابتدا ساکن است و توسط اختلاف فشار اعمال شده مابین ورودی و خروجی کانال به حرکت در می آید. در حالت پایا پروفیلهای قانون توانی تقریباً بصورت کامل در ورودی و خروجی دیده می شوند. شکل ۵ کانتورهای سرعت، فشار و توزیع ورتیسیتی را نشان می دهد و شکل ۶ بردارهای سرعت را در نزدیکی دهانهی تغییر عرض (انقباض) نشان می دهد.

استفاده از روشهای لتیز برای جریانهای نیوتونی عمومی به تحقیقات قدیمی تر آهورونوو و رائمن [۵] بر میگردد که از مدلهای لتیز گازی و LBMهای ارائه شده برای بررسی جریان غیر نیوتونی در محیط متخلخل استفاده کرده اند.

آنها دریافتند که شار به وسیلهی یک قانون ابعادی ساده به نیرو مرتبط می شود و همچنین ذکر کردند که مدل آنها این مزیت را دارد که اعمال شرایط مرزی پیچیده به آن و استفاده از آن برای سیالات چندفازی ساده است. در هر گام این الگوریتم نرخ محلی برش محاسبه گردیده و عملگر ماتریس برخورد تولید شده تا ویسکوزیته سینماتیک محلی را با استفاده از معادلهی ارائه شده در مدل نیوتونی عمومی محاسبه گردد.

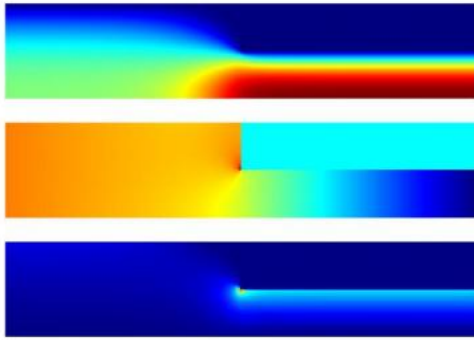
این کار ابتدایی برای محیطهای متخلخل توسط بویک و همکارانش [۶] ادامه یافت. آنها از یک مدل تک زمان آسایشی به عنوان مدل قانون توانی استفاده کردند. کد عددی آنها با نشان دادن جریان در یک کانال دو بعدی صحت گذاری شده و سپس برای شبیه سازی



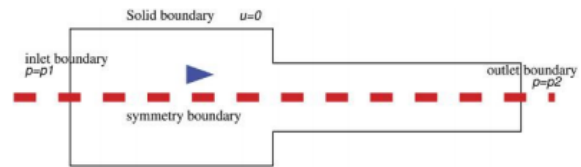
شکل ۲ هندسه کانال دو بعدی

^۱ expanding cavities

^۲ orthonormal



شکل ۵ سرعت، فشار و ورتیسسته برای جریان کانال انقباضی دو بعدی برای سیال پیرو قانون توانی با توان ۰/۵

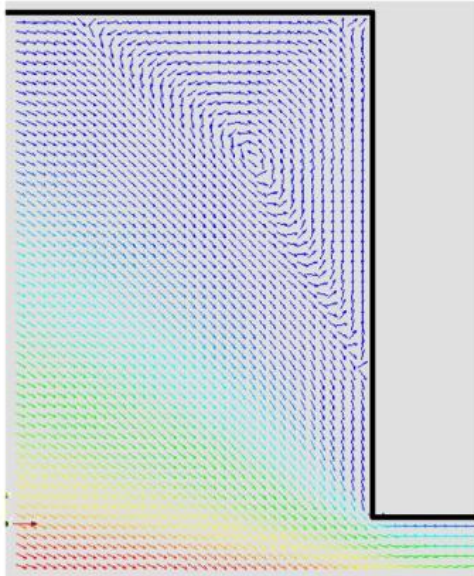


شکل ۴ هندسه انقباض دو بعدی

گابانلی و همکارانش [۹] از مدل‌های ارائه شده قبلی آهارانو و راتمن استفاده کرده و جریان رقیق شونده‌ی برشی و سیالات پیروی کننده از قانون کاهش‌یافته‌ی توانی که در اثر برش غلیظ می‌شوند را مدل کرده اند. آنها برای سنجش دقت نتایج خود آن را در یک هندسه‌ی دارای دو صفحه‌ی موازی با عبارات تحلیلی موجود برای جریان یک جهته‌ی سیال پیروی کننده از قانون کاهش‌یافته‌ی توانی مقایسه کرده و نشان دادند که خطای نسبی با نتایج تحلیلی، با ریز شدن شبکه تقریباً به شکل خطی کاهش می‌یابد. آنها همخوانی مناسبی در این هندسه با نتایج بدست آمده از روشهای تفاضل محدود مشاهده کردند و این تطابق با ریز تر کردن شبکه لیتیز بهتر نیز گردید. در هر گام زمانی توزیع سرعت لحظه‌ای از LBM بدست آمده و سپس درایه‌های تانسور نرخ کرنش از تقریب مرتبه‌ی اول تفاضل محدود برای مشتقات محلی سرعت بدست می‌آید.

بوید و همکارانش [۱۰] یک مدل LBGK برای سیال پیروی کننده از قانون توانی در دو بعد ارائه دادند. آنها نرخ برش محلی را بصورت محلی و با استفاده از مشتقات مرتبه دوم توابع توزیع بدست آوردند. دقت مشاهده شده در این روش برای بازه‌ی وسیعی از پارامترهای مدل قانون توانی از مرتبه‌ی دو بوده که برای هر دو سیال رقیق شونده برشی و غلیظ شونده صادق است. نتایج با نتایج گابانلی و همکارانش مقایسه گردیده و ادعا شده است که دقت و بازدهی عددی بالاتری مشاهده گردیده است.

سالیوان و همکارانش [۱۱] در ابعاد یک سوراخ جریان سیالات غیرنیوتونی را در یک محیط متخلخل در دو و سه بعد شبیه سازی کردند. آنها از سیالات پیروی کننده از قانون توانی با $n < 1$ (رقیق شونده‌ی برشی) استفاده کرده ولی ادعا نمودند که روش آنها به اندازه‌ی کافی عمومی است که بتوان آن را برای سایر رابطه‌های تنش-نرخ برش استفاده نمود. نرخ برش با استفاده از تقریب مرتبه‌ی دوم تفاضل مرکزی محاسبه شده و قانون توانی مورد استفاده کاهش یافته برای ویسکوزیته‌های موثر بزرگ بوده است. نتایج شبیه سازی برای شار نسبت به نیروی رانشی به شرط استفاده از یک شبکه‌ی لیتیز به اندازه‌ی کافی ریز، نشان دهنده‌ی تطابق بسیار مناسب با تئوری است. بر همین اساس آنها رابطه‌ی بین اندازه‌ی شبکه و دقت شبیه سازی را بصورت یک تابع از n بدست آوردند. این روند در مقاله بعدی آنها در سال ۲۰۰۷ توسعه یافت.



شکل ۶ جزئیات بردارها در گوشه برای جریان دو بعدی کانال انقباضی برای سیال پیرو قانون توانی با توان ۰/۷

فرمول بندی دیگر لیتیز به نام روش لیتیز جنبشی که توسط اینامورو در سال ۲۰۰۲ ارائه شد توسط یوشینو و همکارانش [۱۲] برای مدل کردن جریان سیال غیرنیوتونی تراکم ناپذیر استفاده گردید. در این روش مشابه روش LBGK ویسکوزیته‌ی وابسته به برش برای سیال با استفاده از پارامترهای متغیر مرتبط با نرخ برش محاسبه می‌گردد. البته زمان گذار به آسایش در عبارت برخورد در روش BGK برابر با ۱ ثابت نگه داشته می‌شود تا پایداری عددی حداکثر شود. این روش برای دو مسأله‌ی آزمایشی استفاده شده (سیال پیروی کننده از قانون توانی در یک گوشه‌ی متمایل به داخل و جریان سیال غیرنیوتونی در ساختار متخلخل سه بعدی) و شبیه سازی‌ها نشان می‌دهد که این روش می‌تواند برای جریان سیالات غیر نیوتونی پر کاربرد مناسب باشد.

مالاسپیناس و همکارانش [۱۳] بازدهی عددی یک مدل حل کننده‌ی لیتیز بولتزمن را برای شبیه سازی رفتار سیال نیوتونی عمومی بررسی کردند. نرخ کرنش بصورت محلی محاسبه شده است. آنها ابتدا فرمول بندی خود را با مقایسه‌ی مدل قانون توانی برای جریان پوازولی با حل تحلیلی صحت سنجی نموده و نشان دادند که

مدل آنها دارای دقت مرتبه‌ی دوم در مکان است. آنها سپس نتایج بدست آمده با LBM را برای هر دوی قانون‌های کاروو و توانی با نتایج بدست آمده از حل کننده‌ی تجاری تفاضل محدود برای یک کانال کوچک شونده‌ی ۴:۱ با گوشه‌های تیز مقایسه کردند. این پژوهش بخشی از پایان نامه‌ی مالا اسپیناس را تشکیل می‌دهد.

ویخانسکی [۱۴] یک فرمولاسیون ارائه نمود که روشی غیر صریح که دربرگیرنده‌ی سیالات تنشی تسلیم می باشد را همچون بینگهام ارائه نمود و جریان در طول یک کانال و داخل یک دسته دوره‌ای از سیلندرها را محاسبه نمود. این دیدگاه و روش برای مدل‌سازی جابجایی حرارتی یک سیال ویسکوپلاستیک در مقاله سال ۲۰۰۹ ویخانسکی [۱۵] نیز استفاده گردید.

بویک و بوید [۱۶] و بویک [۱۷] از یک تحقیق پیشین در زمینه‌ی سیالات نیوتونی برای توزیع جریان در قسمت اختلاط یک دستگاه رانش گر تک مارپیچی^۱ که معمولاً در فرآیند تولید پلیمرها استفاده می‌شود، استفاده نمود. با استفاده از یک دستگاه مختصات متصل به مارپیچ دوار هندسه به شکل یک جریان داخل حفره‌ی ساده درآمده و نتایج برای هر دوی سیالات رقیق شونده و غلیظ شونده‌ی برشی آورده شده‌است. این کار با استفاده از مدل قانون توانی برای ویسکوزیته و محاسبه‌ی محلی نرخ کرنش انجام شده‌است.

LBM در مسائل مربوط به شبیه سازی جریان خون هم با مدل‌سازی به صورت یک مایع همگن و هم به صورت یک سوسپانسیون سلول‌ها در پلازما استفاده شده‌است. از مزایای LBM در این زمینه آن است که پدیده‌ی مهم دینامیک هموگلوبین‌ها می‌تواند با انعطاف پذیری بیشتر و به طریق طبیعی تری نسبت به روشهای عددی بر پایه‌ی در نظر گرفتن سیال به عنوان یک واحد یکپارچه داخل الگوریتم LBM وارد شود. این‌ها شامل موارد زیر می‌شود:

- مدل‌سازی فرآیندهای فیزیولوژیکی مانند فرآیند لخته شدن و مدل‌سازی مزوسکوپیک سلول‌های خون برای در نظر گرفتن ماهیت دارای اجزا بودن خون.
- استفاده از هندسه‌های جریان پیچیده که در سیستم‌های عروقی یافت می‌شوند، می‌تواند مستقیماً به شکل آرایه‌های برداری مشخص گردد.
- محاسبه‌ی دقیق نرخ‌های برشی در نزدیکی دیواره‌ی رگ‌ها که پارامتر مهمی در مدل‌سازی لخته شدن خون و پیشرفت تصلب شرائین^۲ است.

• اعمال ساده‌ی شرایط ورودی نوسانی و یا پالسی

آورد و چیراد [۱۸] برای مدل کاسون جریان خون تطابق مناسبی بین شبیه سازی‌های LBGK و حل تحلیلی دریک هندسه‌ی کانال دو بعدی بدست آوردند. نرخ برش بصورت محلی محاسبه گردیده است. یک سقف ویسکوزیته بصورت تجربی بدست آمده و برای

^۱ single-screw extruder

^۲ atherosclerosis

جلوگیری از ناپایداری عددی در نرخ‌های برش پایین استفاده گردیده است. آنها سپس جریان پلاسمای خون بدست آمده با مدل LBGK را بایک مدل سوسپانسیون عددی غیر فعال بایک مکانیزم تراکم ترکیب کرده تا گلبول‌های قرمز خون و پلاکت‌های آن را به عنوان ذرات ایده آل مدل کند. مدل تغییر مکان و انتقال ذرات توسعه یافته و برای کاربردهای پیشین اعتبار سنجی شده و سپس برای توصیف فرآیندهای لخته شدن در آنوریزم شدید استفاده گردیده است.

اشرفی زاده و بخشایی [۱۹] از LBM برای حل جریان دریک کانال صفحه ای استفاده کردند و نتایج بدست آمده را برای مدل‌های K-L غیرنیوتونی، کاسون و کاروو-یاسودا مقایسه کردند. این تحقیق با تخصیص پارامترهای سیال مشابه خواص معمول خون و با محاسبه‌ی نرخ کرنش به وسیله‌ی تقریب تفاضل محدود انجام گردیده است. آنها تطابق بسیار خوبی بین شبیه سازی‌های عددی و حل‌های دقیق تحلیلی برای مدل‌های K-L و کاسون گزارش کردند. دقت نیز از مرتبه‌ی ۲ بوده و با ریز تر شدن مش‌ها افزایش می‌یابد. آنها پیشنهاد کردند که به دلیل تفاوت‌های مشاهده شده در پروفیل سرعت در این سه مدل پژوهشگران بایستی در انتخاب مدل برای شبیه سازی واقعی جریان خون دقت داشته باشند.

جایگزین‌هایی برای تکنیک‌های معمول لتیز که بر اساس برخورد^۳ و انتشار^۴ می‌باشند نیز مورد بررسی قرار گرفته اند. از این جمله میتوان به تفاضل محدود، المان محدود و روشهای حجم محدود اشاره کرد. روش حجم محدود به عنوان LBM حجم محدود و یا روش معادله‌ی لتیز بولتزنم غیر ساختاری^۵ شناخته می‌شود که یک گسسته سازی بر اساس مش غیر ساختاری است و برای انتگرال گیری از شکل دیفرانسیلی معادله‌ی بولتزنم با استفاده از تکنیک حجم محدود سلول-رأس استفاده می‌شود. پانتزلی و همکارانش [۲۰] از ULBE برای جریان‌های رقیق شونده‌ی برشی استفاده کردند. روش به وسیله‌ی مقایسه با حل تحلیلی برای جریان سیالات رقیق شونده‌ی برشی پیروی کننده از قانون توانی دریک کانال مستقیم صفحه ای اعتبار سنجی گردیده است. برای ویسکوزیته‌ها آستانه‌های قطع^۶ در نظر گرفته شده‌است تا از مقادیر بسیار بالایا پایین غیرواقعی جلوگیری شود. همچنین نتایج عددی برای سیال کاروو در کانال‌های صفحه ای باریک و مستقیم آورده شده‌است. روش ULBE توسط پانتزلی و همکارانش [۲۱] برای مدل کردن سیالات در دریچه‌های کوچک نیز استفاده شده‌است.

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

تمامی مقالات بررسی شده در این مقاله حاکی از توانایی بالای روش

^۳ Collision

^۴ streaming

^۵ unstructured lattice Boltzmann equation method

^۶ cut-off thresholds

شبکه بولتزمان در مدلسازی رفتار انواع مختلف سیالات غیر نیوتنی است. گفتنی است که این روش به علت قابلیت محاسبه محلی نرخ برش، نسبت به سایر روش‌هایی عددی سریعتر بوده و دقت بیشتری در شبکه‌های با تراکم پایین دارد.

چشم انداز پایان‌نامه

پدیده جابجایی طبیعی یکی از پرکاربردترین پدیده‌ها در طیف گسترده‌ای از سیستم‌های مهندسی نظیر خنک‌کاری سیستم‌های الکترونیکی، مبدل‌های حرارتی فشرده و... است. تعدد مقالات منتشر شده در جهت مدلسازی و درک بهتر این پدیده نیز مؤید همین مطلب است. مطالعه بیشتر این پدیده می‌تواند به طراحی و ساخت سیستم‌های حرارتی با بازده بیشتر و در نهایت صرفه جویی در مصرف انرژی منجر شود. سیالات معمول مورد استفاده در سیستم‌های حرارتی آب، روغن و اتیلن گلیکول هستند. رسانش پایین این سیالات باعث تمرکز محققین بر بهبود عملکرد این سیالات شده است. در چند دهه اخیر نتیجه این مطالعات منجر به پیشرفت نانوسیالات شده است که ترکیبی از سیالات پایه و ذرات فلزی در ابعاد نانو معلق در آنها است. این ذرات معلق با بالا بردن ضریب رسانش حرارتی سیال، نرخ انتقال حرارت و عملکرد حرارتی آن را افزایش می‌دهند. در سال‌های اخیر برخی سیالات غیرنیوتنی که عمدتاً پیرو قانون توانی هستند، به سیالات پر کاربرد در سیستم‌های حرارتی افزوده شده‌اند. وسعت کاربرد این سیالات این سوال را در ذهن محققین به وجود آورده است که آیا افزودن نانوذرات سبب بهبود عملکرد حرارتی سیالات غیرنیوتنی هم می‌شود؟

در پایان نامه در حال انجام نگارنده سعی بر این است که به مدلسازی رفتار نانوسیالات غیر نیوتنی پیرو قانون توانی پرداخته شود. گفتنی است که اخیراً مقالاتی در این زمینه به روش‌های متداول تر دینامیک سیالات محاسباتی نظیر CVM منتشر شده است که می‌تواند در اعتبارسنجی کد عددی ما مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

مراجع از ورژن رایگان سمینار حذف شده‌اند.