

| | | | |
|--|----------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال | رشته: ریاضی فیزیک | ساعت شروع: ۱۰ صبح | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| نام و نام خانوادگی: | سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۰ | تعداد صفحه: ۲ |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵ | | مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | |

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

| ردیف | سؤالات | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف) تعداد اتومبیل هایی که در ساعت مشخصی از مقابل مدرسه می گذرند، پدیده است (تصادفی - قطعی). ب) هر زیرمجموعه فضای نمونه ای یک است (پیشامد ساده - پیشامد). | ۱ |
| ۲ | با استفاده از اصل استقرا، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n ، $9^n - 1$ بر عدد ۸ بخش پذیر است. | ۱/۲۵ |
| ۳ | با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد زوج متوالی مضرب ۸ است. | ۱ |
| ۴ | با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر $\sqrt{5}$ گنگ باشد $3 + \sqrt{5}$ هم گنگ است. | ۰/۷۵ |
| ۵ | S یک زیر مجموعه ۳۷ عضوی از اعداد طبیعی است. اگر اعضای S را بر عدد ۳۶ تقسیم کنیم، حداقل چند عضو از این مجموعه دارای باقیمانده یکسانی بر ۳۶ هستند؟ | ۱ |
| ۶ | اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$ | ۱/۵ |
| ۷ | اگر $A = \{2x - y, 7\}$ و $B = \{x + 3, 1\}$ باشد و داشته باشیم $A \times B = B \times A$ ؛ آنگاه مقادیر x و y را تعیین کنید. | ۱ |
| ۸ | رابطه R در مجموعه اعداد صحیح به صورت $3 x - y \Leftrightarrow x R y$ تعریف شده است. ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. | ۱/۵ |
| ۹ | یک تاس را دوبار پرتاب می کنیم. مطلوب است: الف) پیشامد A که در آن مجموع عددهای برآمده بیشتر از ۱۰ باشد. ب) پیشامد B که در آن عدد های برآمده یکسان باشد. ج) پیشامد $A - B$ | ۲ |
| ۱۰ | با به کارگیری عبارت های مجموعه ای، فضای نمونه ای مرکب از تمام نقاط واقع بر محیط و داخل دایره ای به شعاع ۳ و به مرکز $(-2, 1)$ را مشخص کنید. | ۱ |
| ۱۱ | کیسه ای شامل ۷ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است. اگر ۴ مهره به تصادف از کیسه خارج شود مطلوب است احتمال آنکه: الف) سه مهره سفید و یک مهره سیاه باشد. ب) هر چهار مهره هم رنگ باشد. | ۲ |
| ۱۲ | اگر عددی ۴ رقمی (بدون تکرار ارقام) کمتر از ۷۰۰۰ به صورت تصادفی با ارقام ۱، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۹ به وجود آید، احتمال آن که عدد ساخته شده زوج باشد را بیابید. | ۱/۵ |

« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

باسمه تعالی

| | | | |
|--|----------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال | رشته: ریاضی فیزیک | ساعت شروع: ۱۰ صبح | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| نام و نام خانوادگی: | سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۰ | تعداد صفحه: ۲ |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵ | | مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | |

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

| ردیف | سؤالات | نمره |
|------|---|-------------|
| ۱۳ | سه نفر در یک مسابقه شرکت می کنند. اگر احتمال برد علی دو برابر احتمال برد حسین و احتمال برد حسین $\frac{1}{3}$ احتمال برد رضا باشد، احتمال اینکه حسین یا رضا برنده شود چقدر است؟ | ۱/۵ |
| ۱۴ | دو عدد حقیقی را به طور تصادفی در بازه (۰,۱) انتخاب می کنیم. احتمال اینکه $ x - y \leq \frac{1}{2}$ را پیدا کنید. | ۱/۵ |
| ۱۵ | اگر $P(A) = \frac{1}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشد آنگاه $P(B')$ را حساب کنید. | ۱/۵ |
| | « موفق باشید » | جمع نمره ۲۰ |

باسمه تعالی

| | | |
|---|-------------------|--|
| ساعت شروع: ۱۰ صبح | رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۰ | | سال سوم آموزش متوسطه |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵ |

| | | |
|------|---------------|------|
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|---------------|------|

| | | |
|------|--|---|
| ۱ | الف) تصادفی (۰/۵) تعریف صفحه ۷۱ ب) پیشامد (۰/۵) تعریف صفحه ۷۴ | ۱ |
| ۱/۲۵ | مشابه تمرین صفحه ۱۲ آزمون درست است. $P(n) = 9^n - 1 = 8r$ مقدمه استقرا $p(1) = 9 - 1 = 8r \implies 8 = 8(1)$ (۰/۲۵) فرض استقرا $p(k) = 9^k - 1 = 8r$ (۰/۲۵) حکم استقرا $p(k+1) = 9^{(k+1)} - 1 = 8r'$ (۰/۲۵) اثبات: $9^k - 1 = 8r \implies 9^{(k+1)} - 9 = 8(9r)$ (۰/۲۵) $\implies 9^{(k+1)} - 1 = 8(9r+1)$ (۰/۲۵) $= 8r'$ حکم استقرا برقرار است. | ۲ |
| ۱ | $x = 2k, y = 2k+2, z = 2k+4$ $xyz = (2k)(2k+2)(2k+4)$ (۰/۵) $= 2k \cdot 2(k+1) \cdot 2(k+2)$ (۰/۲۵) $= 8k(k+1)(k+2) = 8k'(k+1)(k+2)$ (۰/۲۵) | ۳ |
| ۰/۷۵ | فرض می کنیم $3 + \sqrt{5}$ گنگ نباشد پس آن را به صورت کسر گویا $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) در نظر می گیریم. $3 + \sqrt{5} = \frac{a}{b}$ (۰/۲۵) $\implies \sqrt{5} = \frac{a}{b} - 3 = \frac{a-3b}{b} = \frac{k}{k'}$ (۰/۲۵) که این تناقض است پس فرض خلف باطل و $3 + \sqrt{5}$ عدد گنگ است. (۰/۲۵) مشابه تمرین صفحه ۲۸ | ۴ |
| ۱ | اگر اعضای S که ۳۷ عضو دارد به منزله کبوتر (m) (۰/۲۵) و باقیمانده های تقسیم هر عدد طبیعی n بر ۳۶ که به صورت $r = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35\}$ می باشد دارای ۳۶ عضو است به منزله لانه (n) (۰/۲۵) در نظر بگیریم، طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) ($m > n$) حداقل یکی از لانه ها، دو و یا تعداد بیشتری کبوتر را دارا می باشد. پس حداقل دو عضو (۰/۲۵) از مجموعه S دارای باقیمانده یکسانی بر ۳۶ خواهند بود. مثال صفحه ۲۹ | ۵ |
| ۱/۵ | $(A-B) \cap (B-A) = \underbrace{(A \cap B') \cap (B \cap A')}_{(۰/۵)} = \underbrace{(A \cap A') \cap (B \cap B')}_{(۰/۵)} = \underbrace{\emptyset \cap \emptyset}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\emptyset}_{(۰/۲۵)}$ | ۶ |

باسمه تعالی

| | | |
|---|-------------------|--|
| ساعت شروع: ۱۰ صبح | رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۰ | | سال سوم آموزش متوسطه |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵ |

| | | |
|------|---------------|------|
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|

| | | |
|----|--|-----|
| ۷ | چون $A \times B = B \times A$ می باشد بنابراین باید $A = B$ باشد. (۰/۲۵) تمرین صفحه ۵۹ $\{x+3, 1\} = \{2x-y, 7\} \Rightarrow x+3=7 \Rightarrow x=4$ (۰/۲۵) و $2x-y=1 \Rightarrow y=7$ (۰/۱۵) | ۱ |
| ۸ | رابطه بازتابی (۰/۲۵) $\forall x \in Z, xRx \Rightarrow 3 x-x \Rightarrow 3 0$ رابطه تقارنی (۰/۱۵) $xRy \Rightarrow 3 x-y \Rightarrow 3 -(y-x) \Rightarrow 3 y-x \Rightarrow yRx$ رابطه تعدی است. (۰/۲۵) $xRy \Rightarrow 3 x-y \Rightarrow x-y=3k$ $yRz \Rightarrow 3 y-z \Rightarrow y-z=3k'$ $\Rightarrow x-z=3(k+k')=3k'' \Rightarrow xRz$ (۰/۱۵) رابطه هر سه خاصیت را دارد، پس هم ارزی است. تمرین ۱ صفحه ۶۸ | ۱/۵ |
| ۹ | الف) (۰/۲۵) $A = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$ ب) (هر دو مورد ۰/۲۵) $B = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$ ج) (۰/۱۵) $A-B = \{(5, 6), (6, 5)\}$ مشابه مثال صفحه ۷۴ | ۲ |
| ۱۰ | $S = \{(x, y) (x-1)^2 (۰/۲۵) + (y+2)^2 (۰/۲۵) \leq 9 (۰/۱۵)\}$ مشابه تمرین ۹ صفحه ۸۱ | ۱ |
| ۱۱ | الف) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{3} (۰/۲۵) \times \binom{5}{1} (۰/۲۵)}{\binom{12}{4} (۰/۲۵)}$ ب) $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{4} (۰/۲۵) + \binom{5}{4} (۰/۲۵)}{\binom{12}{4} (۰/۲۵)}$ مثال صفحه ۸۶ مثال صفحه ۸۶ | ۲ |

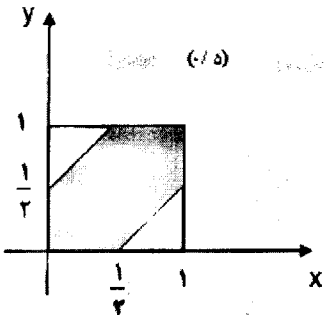
| | | |
|---|-------------------|--|
| ساعت شروع: ۱۰ صبح | رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۰ | | سال سوم آموزش متوسطه |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵ |

| | | |
|------|---------------|------|
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|

| | | |
|-----|---|----|
| ۱/۵ | تمرین ۴ صفحه ۹۱ $n(S) = 4 \times 5 \times 4 \times 2 \quad (0.15)$, $n(A) = 2 \times 4 \times 2 \times 2 \quad (0.15) \Rightarrow P(A) = \frac{2}{10} \quad (0.15)$ | ۱۲ |
|-----|---|----|

| | | |
|-----|---|----|
| ۱/۵ | $P(\text{حسین}) = x \Rightarrow P(\text{علی}) = 2x \quad (0.25)$ | ۱۳ |
| | $P(\text{حسین}) = \frac{1}{3} P(\text{رضا}) \Rightarrow P(\text{رضا}) = 3P(\text{حسین}) = 3x \quad (0.25)$ | |
| | $P(\text{حسین}) + P(\text{علی}) + P(\text{رضا}) = 1 \Rightarrow x + 2x + 3x = 1 \Rightarrow 6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6} \quad (0.15)$ | |
| | $\Rightarrow P(\text{حسین}) = \frac{1}{6}$, $P(\text{علی}) = \frac{2}{6}$ و $P(\text{رضا}) = \frac{3}{6}$ $P(\text{رضا یا حسین}) = P(\text{حسین}) + P(\text{رضا}) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad (0.15)$ | |

مشابه مثال صفحه ۹۸

| | | |
|-----|---|----|
| ۱/۵ | تمرین ۳ صفحه ۱۰۷  $a_S = 1 \times 1 = 1 \quad (0.25)$ $a_A = 1 - (2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) = \frac{3}{4} \quad (0.15)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \quad (0.25)$ | ۱۴ |
|-----|---|----|

| | | |
|-----|---|---------------------------|
| ۱/۵ | $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (0.15)$ $\frac{3}{4} = \frac{1}{5} + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{11}{20} \quad (0.15)$ $P(B') = 1 - P(B) \quad (0.25) \Rightarrow P(B') = \frac{9}{20} \quad (0.25)$ | مثال صفحه ۱۱۲ و ۱۱۳ ۱۵ |
|-----|---|---------------------------|

| | | |
|----|----------|----------------|
| ۲۰ | جمع نمره | « موفق باشید » |
|----|----------|----------------|