

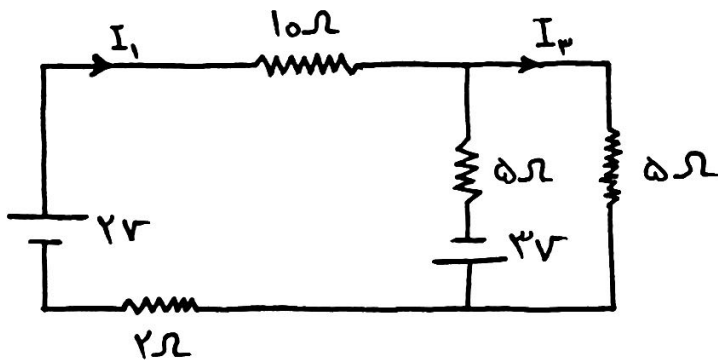
الف) $\sum_i \delta_{ij} \epsilon_{ijk} = 0$

(۱) نشان دهید:

ب) $\sum_{pq} \epsilon_{ipq} \epsilon_{jpk} = 2 \delta_{jk}$

ج) $\sum_k \epsilon_{ijk} \epsilon_{pqk} = \delta_{ip} \delta_{jq} - \delta_{iq} \delta_{jp}$

(۲) با استفاده از قراین کیرشهوف جریان های شکل زیر را بدست آورید:



(۳) ثابت کنید اتحادهای جبری مقابل برای ماتریس های

الف) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

ب) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ برقرار نیست.

ب) سپس سمت راست را چنان اصلاح کنید تا تساوی برقرار شود.

ج) در چه صورتی عبارت های مورد (الف) به همان صورت صحیح است؟ (چه شرطی بین ماتریس A و B در حالت کلی برقرار باشد)

(۴) اگر A و B دو ماتریس مربعی دلخواه با مرتبه n یکسان باشند و λ پارامتر باشد، نشان دهید:

$$e^{\lambda A} B e^{-\lambda A} = B + \lambda [A, B] + \frac{\lambda^2}{2!} [A, [A, B]] + \frac{\lambda^3}{3!} [A, [A, [A, B]]] + \dots$$

$$M_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5) \text{ فرض کنید:}$$

* در مکانیک کوانتومی این ماتریس‌ها نمایش ذره‌ای با اسپین 1 هستند.

I, ماتریس‌های $M^\pm = M_x \pm iM_y$ را بسازید.

II, نشان دهید:

الف) $[M_x, M_y] = iM_z$, $[M_y, M_z] = iM_x$, $[M_z, M_x] = iM_y$

ب) $M^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 = 2I$

ج) $[M^2, M_i] = 0 \quad i = x, y, z$

د) $[M_z, M^\pm] = \pm M^\pm$

ه) $[M^+, M^-] = 2M_z$

و) $(M^+)^\dagger = M^-, (M^-)^\dagger = M^+$

ز) ماتریس‌های M_x, M_y, M_z هریتی اند.