

○ ریاضی

○ کسر و اعداد اعشاری

○ سال ششم دبستان (تیزهوشان)



« کسر »

به عدد $\frac{a}{b}$ که در آن a و b اعداد صحیح هستند و $b \neq 0$ می باشد، کسر گوئیم. در این کسر a را صورت و b را مخرج کسر می نامند.

با توجه به این نکته که مخرج کسر نمی تواند صفر باشد، نکات زیر را خواهیم داشت :

نکته ۱: اگر صورت و مخرج کسری مساوی باشد، آن کسر مساوی واحد است.

$$1 = \frac{7}{7} = \frac{1100}{1100}$$

مثال :

نکته ۲: اگر صورت کسری از مخرج آن بزرگتر باشد (صورت و مخرج مثبت باشند) آن کسر بزرگتر از واحد است.

مثال :

$$\frac{9}{5} > 1$$

نکته ۳: اگر صورت کسری از مخرج آن کوچکتر باشد ، آن کسر کوچکتر از واحد است.

مثال :

$$\frac{5}{9} < 1$$

رهپویان دانش و اندیشه

نکته ۴: اگر صورت کسری مساوی صفر باشد ، آن کسر مساوی صفر است.

مثال :

$$\frac{0}{1000} = \frac{0}{2} = \frac{0}{1} = 0$$

نکته ۵: کسرهای $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ به ترتیب نصف ، ثلث ، ربع و خمس گفته می شود.

* هر کسر بزرگتر از واحد را می توان به صورت عدد مخلوط نشان داد.

« کسر های مساوی »

اگر صورت و مخرج یک کسر را در عددی طبیعی ضرب و یا بر آن تقسیم کنیم ، کسری مساوی با آن بدست می آید.

مثال :

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$$

$$\frac{120}{45} = \frac{120 \div 15}{45 \div 15} = \frac{8}{3}$$

تست: کدام یک از کسرهای زیر با کسر $\frac{۳۶}{۲۷}$ برابر نیست؟

$$\frac{۱۲}{۹} \quad (۲)$$

$$\frac{۱۸}{۲۷} \quad (۱)$$

$$\frac{۷۲}{۵۴} \quad (۴)$$

$$\frac{۴}{۳} \quad (۳)$$

رهپویان دانش و اندیشه

پاسخ:

$$\frac{36 \div 9}{27 \div 9} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{36 \div 3}{27 \div 3} = \frac{12}{9}$$

$$\frac{36 \times 2}{27 \times 2} = \frac{72}{54}$$

$$\frac{36 \times 2}{27 \times 2} = \frac{72}{54}$$

$$\frac{36 \times 2}{27 \times 2} = \frac{72}{54}$$

$$\frac{36 \times 2}{27 \times 2} = \frac{72}{54}$$

گزینه «ا» صحیح است

نکته: اگر دو کسر با هم مساوی باشند ، حاصلضرب صورت

کسر اول در مخرج کسر دوم با حاصلضرب مخرج کسر اول

در صورت کسر دوم برابر می باشد. ($b, d \neq 0$)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \times d = b \times c$$

رهپویان دانش و اندیشه

« مقایسه ی کسر ها »

نکته : اگر دو کسر دارای مخرج های برابر باشند ، کسری بزرگ تر است که صورت آن بزرگتر باشد.

$$\frac{15}{7} > \frac{11}{7} > \frac{5}{7} > \frac{1}{7} > \frac{0}{7}$$

مثال :

نکته : اگر دو کسر دارای صورت های برابر باشند ، کسری بزرگتر است که مخرج آن کوچکتر باشد.

$$\frac{7}{1} > \frac{7}{2} > \frac{7}{3} > \frac{7}{10} > \frac{7}{250}$$

مثال :

نکته: در صورتی که دو کسر دارای صورت های برابر یا مخرج

های برابر نباشند برای مقایسه ی آن ها ابتدا دو کسر را هم

مخرج می کنیم سپس آن ها را با هم مقایسه می کنیم.

به طور مثال ، برای مقایسه کسرهای $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ به ترتیب زیر عمل

می کنیم :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20} \\ \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{16}{20} > \frac{15}{20} \Rightarrow \frac{4}{5} > \frac{3}{4}$$

تست : کدام یک از کسرهای زیر ، از بقیه بزرگتر است ؟

$$\frac{115}{145} \quad (2)$$

$$\frac{117}{145} \quad (1)$$

$$\frac{112}{145} \quad (4)$$

$$\frac{117}{150} \quad (3)$$

رهپویان دانش و اندیشه

پاسخ:

بین دو کسر $\frac{117}{150}$ و $\frac{117}{145}$ کسر $\frac{117}{145}$ بزرگتر است. زیرا
مخرج آن کوچکتر است.

گزینه «ا» صحیح است

« عدد مخلوط »

هر کسر بزرگتر از واحد را می توان به صورت حاصل جمع یک عدد صحیح با یک کسر کوچکتر از واحد نوشت ، که در این صورت به عدد حاصل ، عدد مخلوط گفته می شود .

مثال :

$$\frac{32}{5} = 6 + \frac{2}{5} = 6\frac{2}{5}$$

« تبدیل کسر به عدد مخلوط »

برای تبدیل یک کسر به عدد مخلوط ، صورت کسر را بر مخرج آن تقسیم کرده و خارج قسمت تقسیم را به عنوان قسمت صحیح عدد مخلوط و باقی مانده ی تقسیم را در صورت کسر ، با همان مخرج قبلی به عنوان قسمت کسری عدد مخلوط می

نویسیم .

مثال :

$$\frac{45}{7} = ?$$

۴۵		۷	→ مخرج قسمت کسری
۴۲		۶	↓ قسمت صحیح
۳			

صورت قسمت کسری

$$\frac{45}{7} = 6 \frac{3}{7}$$

نکته: عدد مخلوط $a\frac{b}{c}$ که در آن a ، b ، c اعداد طبیعی

هستند، برابر $a + \frac{b}{c}$ می باشد.

تست: عدد $۵۲۷\frac{۱۱۱}{۱۱۲}$ برابر است با:

$$۵۲۷ - \frac{۱۱۱}{۱۱۲} \quad (۲)$$

$$۵۲۷ \times \frac{۱۱۱}{۱۱۲} \quad (۱)$$

$$۵۲۷ + \frac{۱۱۱}{۱۱۲} \quad (۴)$$

$$۵۲۷ \div \frac{۱۱۱}{۱۱۲} \quad (۳)$$

پاسخ :

با توجه به نکته ی قبل $۵۲۷\frac{۱۱۱}{۱۱۲}$ با $۵۲۷ + \frac{۱۱۱}{۱۱۲}$ برابر است .

گزینه «۴» صحیح است

« تبدیل عدد مخلوط به کسر »

اگر در یک عدد مخلوط ، قسمت صحیح را در مخرج قسمت کسری ضرب کرده و عدد حاصل را با صورت کسر جمع کنیم و عدد حاصل را در صورت کسری جدید با همان مخرج قبلی قرار دهیم ، کسری به دست می آید که با عدد مخلوط اولیه برابر است .

مثال :

$$۳ \frac{۲}{۵} = \frac{(۳ \times ۵) + ۲}{۵} = \frac{۱۷}{۵} \qquad ۲ \frac{۱۷}{۳۰} = \frac{(۲ \times ۳۰) + ۱۷}{۳۰} = \frac{۷۷}{۳۰}$$

« ساده کردن کسر »

منظور از ساده کردن یک کسر ، تبدیل آن کسر به کسری مساوی ، با آن است که صورت و مخرج آن به یک نسبت کوچک شده است . برای ساده کردن یک کسر صورت و مخرج کسر را بر بزرگترین مقسوم علیه مشترکشان (ب . م . م) تقسیم می کنیم .

مثال : $۷۲ \div ۴۸ = ۲۴$ در نتیجه برای ساده کردن $\frac{۷۲}{۴۸}$ داریم :

$$\frac{۷۲}{۴۸} = \frac{۷۲ \div ۲۴}{۴۸ \div ۲۴} = \frac{۳}{۲}$$

نکته: اگر (ب . م . م) صورت و مخرج کسری برابر یک

باشد ، آن کسر را ساده نشدنی می نامند .

مثال: کسر $\frac{11}{3}$ ساده نشدنی است ، زیرا :

$$11 \nmid 3 = 1$$

رهپویان دانش و اندیشه

« چهار عمل اصلی »

چهار عمل اصلی شامل : جمع ، تفریق ، ضرب و تقسیم کسرهاست .

جمع کسرها :

(۱) جمع کسرها با مخرج های برابر : برای جمع چند کسر با مخرج های برابر کافی است صورت کسرها را با یکدیگر جمع کرده و عدد حاصل را بر روی مخرج مساوی با مخرج کسرها

$$\frac{3}{7} + \frac{5}{7} + \frac{11}{7} = \frac{3+5+11}{7} = \frac{19}{7} \quad \text{بنویسم .}$$

(۲) جمع چند کسر با مخرج های نابرابر : برای جمع کسرهایی که مخرج آن ها با یکدیگر برابر نیست ابتدا کوچکترین مضرب مشترک (ک . م . م) مخرج ها را به عنوان مخرج مشترک قرار می دهیم ، سپس با توجه به تساوی کسرها به جای صورت هر کسر عددی مناسب قرار می دهیم و ادامه ی کار را مانند قسمت قبل انجام می دهیم .

مثال : $18 \sqcup 12 = 36$ در نتیجه داریم :

$$\frac{7}{18} + \frac{5}{12} = \frac{7 \times 2}{36} + \frac{5 \times 3}{36} = \frac{14 + 15}{36} = \frac{29}{36}$$

تفریق کسرها :

برای تفریق دو کسر نیز مانند جمع کسرها ، ابتدا باید کسرها را هم مخرج کنیم ، سپس صورت کسر دوم را از صورت کسر اول کم می کنیم .

مثال :

$$\text{الف) } \frac{5}{7} - \frac{8}{21} = \frac{15}{21} - \frac{8}{21} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

رهپویان دانش و اندیشه

تمرین: حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$۱۳۸۵\frac{۱}{۶} + ۱۳۸۴\frac{۱}{۳} - ۱۳۸۳\frac{۱}{۲}$$

(۱) $۱۳۸۶\frac{۱}{۳}$ (۲) ۱۳۸۵

(۳) $۱۳۸۵\frac{۵}{۶}$ (۴) ۱۳۸۶

پاسخ:

$$(1385 + 1384 - 1383) + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) =$$

$$1386 + \frac{1+2-3}{6} = 1386 + \frac{0}{6} = 1386$$

گزینه « ۴ » صحیح است

ضرب کسر ها

برای ضرب چند کسر در یکدیگر صورت های آن ها را در هم و مخرج هایشان را نیز در هم ضرب می کنیم و به ترتیب در صورت و مخرج کسر حاصل ضرب می نویسیم.

تذکر: در ضرب کسر ها بهتر است، قبل از ضرب کردن، ابتدا صورت کسر ها را با مخرج آن ها ساده کنیم. سپس ساده شده ی صورت ها را در هم و ساده شده ی مخرج ها را نیز در هم ضرب کنیم.

مثال:

$$\text{(الف)} \quad \frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{2}{\cancel{18}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{33}}}{\underset{3}{\cancel{15}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{27}}}{\underset{2}{\cancel{22}}} = \frac{45}{12} = \frac{15}{4}$$

راهنمایی: ۳۳ و ۲۲ را بر ۱۱ ساده کردیم، همچنین ۱۵ و ۲۵ را بر ۵ ساده کرده و ۲۷ و ۱۸ را نیز بر ۹ ساده می کنیم.

$$\text{(ب)} \quad \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{99}{100} = \frac{1}{100}$$

نکته: برای محاسبه ی حاصلضرب چند عدد مخلوط، ابتدا آن اعداد را به صورت کسر تبدیل می کنیم، سپس بعد از ساده کردن صورت ها با مخرج ها عمل ضرب را انجام می دهیم.

مثال:

$$5\frac{2}{8} \times 1\frac{3}{21} = \frac{42}{8} \times \frac{24}{21} = \frac{18}{3} = 6$$

نکته: اگر در یک کسر جای صورت و مخرج را عوض کنیم، معکوس آن کسر بدست می آید.

$$\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3}{2}$$

نکته: حاصلضرب هر عددی به جز صفر در معکوسش برابر

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$$

یک است.

تقسیم کسرها:

برای تقسیم کسرها ، باید کسر اول را در معکوس کسر دوم

ضرب کنیم.

نکته: بین دو کسر متمایز بی نهایت کسر وجود دارد. برای

بدست آوردن یک کسر بین دو کسر مفروضی، ما می توانیم

از رابطه ی زیر استفاده کنیم. به شرط آنکه $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ باشد:

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \quad (b, d \neq 0, b+d \neq 0)$$

تمرین: کسری پیدا کنید که بین دو کسر $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{4}$ باشد.

$$\frac{2}{5} < \frac{2+3}{5+4} < \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{5}{9} < \frac{3}{4}$$

مثال: تساوی کسرهای زیر را کامل کنید.

$$\frac{4}{7} = \frac{\boxed{}}{49}$$

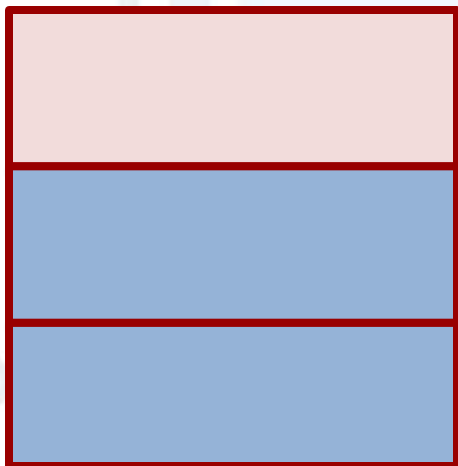
$$\frac{35}{2} = \frac{\boxed{}}{4}$$

مسأله:

۱- $\frac{2}{3}$ گنجایش منبعی آب دارد. اگر ۱۵ لیتر آب وارد منبع

می شود، این منبع پر می شود. گنجایش این منبع چند لیتر آب

است؟ (روی شکل نشان دهید.)

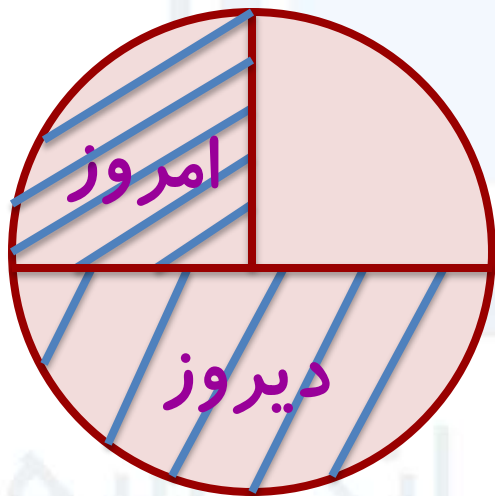


$$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{15}{\boxed{}}$$

۲- ایمان $\frac{1}{2}$ کتابش را دیروز و $\frac{1}{4}$ آن را امروز مطالعه کرد. اگر

۱۲۰ صفحه از کتاب باقی مانده باشد، کل کتاب چند صفحه بوده

است؟ (با رسم شکل حل کن)



$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad \text{سهم مطالعه نشده}$$

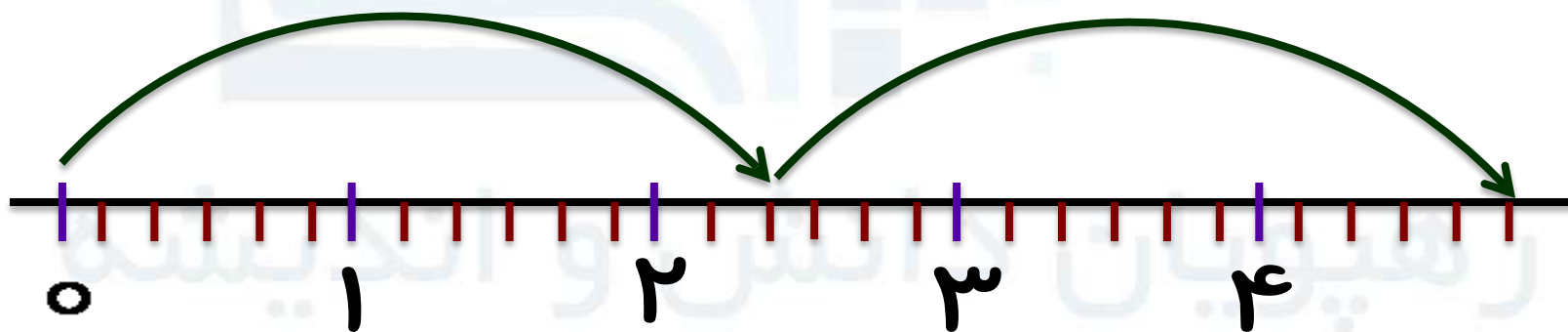
$$\frac{1}{4} = \frac{120}{\square} \Rightarrow \square = 480 \quad \text{صفحه}$$

تمرین: جمع زیر را روی محور نشان دهید و حاصل را بدست

آورید؟

پاسخ:

$$2\frac{1}{3} + \frac{5}{2} = ?$$
$$2\frac{1}{3} + \frac{5}{2} = 2\frac{2}{6} + \frac{15}{6} = 2\frac{17}{6} = 2 + 2\frac{5}{6} = 4\frac{5}{6}$$



«اعداد اعشاری»

قسمت اعشاری اعداد اعشاری جزء های کوچکتر از عدد **یک** هستند. این واحدها بترتیب : **یک دهم** ، **یک هزارم** و ... هستند که آن ها را **دهم** ، **صدم** ، **هزارم** و ... یک عدد صحیح می گویند. قسمت صحیح و قسمت اعشاری یک عدد را با علامت **ممیز** جدا می کنیم و رقم های بعد از ممیز به ترتیب هر کدام یک دهم رقم قبلی هستند.

مثال: اعداد اعشاری را بترتیب زیر می خوانیم:

$۱۳/۲$ (سیزده و دو دهم)

$۱۳/۲۳$ (سیزده و بیست و سه صدم)

$۱۳/۲۳۵$ (سیزده و دویست و سی و پنج هزارم)

نکته: عدد اعشاری ، عددی است که از دو جزء صحیح و اعشاری تشکیل شده است.

مثال: عدد $۳/۱۴$ عددی اعشاری است که جزء صحیح آن

عدد ۳ جزء اعشاری آن عدد $۰/۱۴$ (چهارده صدم) است.

نکته : ممکن است یک عدد جزء صحیح نداشته باشد ، یعنی

کوچکتر از واحد باشد.

رهپویان دانش و اندیشه

مثال ۱: ۱۲۰ / ۳ (دوازده صدم) و ۳ / ۵ (سه دهم) و

۲۴۵ / ۵ (دویست و چهل و پنج هزارم)

مثال ۲: جدول ارزش مکانی عدد ۳۴۵۲ / ۱۲۳ به صورت

زیر است.

...	هزارم	صدم	دهم	یکان	دهگان	صدگان	هزارگان	...
	۳	۲	۱	۲	۵	۴	۳	

سه هزار و چهارصد و پنجاه و دو عدد صحیح و صد و بیست و

سه هزارم.

به جدول زیر توجه کنید .

جزء اعشاری	جزء صحیح	حروف	عدد اعشاری
۰/۱۲۵	صفر	صد و بیست و پنج هزارم	۰/۱۲۵
۰/۱۴	۳	سه و چهارده صدم	۳/۱۴

رهپویان دانش و اندیشه

« جمع اعداد اعشاری »

برای جمع اعداد اعشاری ، به صورت ستون عمل می کنیم و باید توجه کنیم که حتماً ممیز ها زیر یکدیگر قرار بگیرند . سپس مثل جمع معمولی عمل می کنیم ، رقم ها را با هم جمع کرده و وقتی به ممیز رسیدیم ، ممیز می زنیم .

مثال :

$$\begin{array}{r} ۱۳/۴ + ۱۲/۷۲ = ? \\ ۱۳/۴۰ \\ + \\ ۱۲/۷۲ \\ \hline ۲۶/۱۲ \end{array}$$

$$14 + 0/45 = ?$$

$$\begin{array}{r} 14 / 00 \\ + \quad 0 / 45 \\ \hline \end{array}$$

$$14 / 45$$

رهپویان دانش و اندیشه

« تفریق اعداد اعشاری »

برای تفریق اعداد اعشاری مثل جمع ، عددها را طوری زیر هم می نویسیم که ممیزها زیر هم قرار بگیرند . یعنی ، رقم های دهم و صدم و ... زیر هم قرار بگیرند .

مثال : $12/54 - 3/29 = ?$ $8/420 - 2/325 = ?$

$$\begin{array}{r} 8/420 \\ - 2/325 \\ \hline 6/095 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12/54 \\ - 3/29 \\ \hline 9/25 \end{array}$$

نکته : در جمع و تفریق اعداد اعشاری ، با قرار دادن صفر به جای ارقام بعد از آخرین رقم اعشاری ، تعداد رقم های دو عدد را برابر می کنیم .

« ضرب اعداد اعشاری »

برای ضرب اعداد اعشاری ابتدا از ممیزها صرف نظر می کنیم ، دو عدد را مثل دو عدد صحیح در هم ضرب می کنیم ، سپس در عدد حاصل، به تعداد مجموع رقم های اعشاری در حاصل ممیز می زنیم .

مثال :

$$0/5 \times 1/52 = 0/760$$

$$152 \times 5 = 760$$

همان طور که در ضرب بالا مشاهده می کنید $1/52$ را دو رقم اعشار و $0/5$ یک رقم اعشار دارد ، سپس روی هم 3 رقم اعشار داریم و در عدد حاصل 3 رقم اعشار می زنیم .

مثال :

$$0/12 \times 0/3 = 0/036$$

$$12 \times 3 = 36$$

مسئله :

طول قدم یک دانش آموز $۴۵ / ۰$ متر است ، اگر او فاصله خانه تا مدرسه را با ۷۵۰ قدم بپیماید فاصله خانه تا مدرسه چند متر است ؟

$$۷۵۰ \times ۰ / ۴۵ = ۳۳۷ / ۵۰$$

$$۷۵۰ \times ۴۵ = ۳۳۷۵۰$$

تمرین: حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$39/4 \times 10 = 394/0$$

$$0/135 \div 100 = 0/00135$$

$$47/025 \times 100 = 4702/500$$

$$5/17 \div 10 = 0/517$$

« تقسیم اعداد اعشاری »

برای تقسیم اعداد اعشاری :

$$\begin{array}{r} 123 \text{ / } 5 \quad | \quad 7 \\ -7 \\ \hline 53 \\ -49 \\ \hline 4 \\ 5 \\ -4 \\ \hline 0 \\ 4 \end{array}$$

رهپویان دانش و اندیشه

مسئله: حاصل تقسیم زیر را تا ۲ رقم بعد از اعشار در خارج از قسمت بدست آورید .

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 54} \quad | \quad 12 \\ -72 \\ \hline 0 54 \\ - 48 \\ \hline 0 6 \end{array}$$

رهپویان دانش و اندیشه

مسئله : نمرات دانش آموزی در ۶ درس به شرح زیر است .
معدل او را تا ۲ رقم بعد از اعشار محاسبه نمایید .

$$۱۶/۷۵, ۱۸/۵, ۱۹/۲۵, ۱۷/۲۵, ۲۰, ۱۸$$

$$\frac{۱۶/۷۵ + ۱۸/۵ + ۱۹/۲۵ + ۱۷/۲۵ + ۲۰ + ۱۸}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰۹/۷۵}{۶} = ۱۸/۲۹$$

$$\begin{array}{r}
 109/75 \quad | \quad 6 \\
 \hline
 -6 \\
 \hline
 49 \\
 -48 \\
 \hline
 1 \quad 7 \\
 -1 \quad 2 \\
 \hline
 55 \\
 -54 \\
 \hline
 01
 \end{array}$$

$$18/29$$

رهپویان دانش و اندیشه

مسئله: تقسیم های زیر را تا یک رقم اعشار در خارج قسمت ادامه دهید و باقی مانده تقسیم اصلی را معلوم کنید.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l}
 \times 10 \\
 \hline
 0.979 \mid 7/8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \times 10 \\
 \hline
 9.79 \mid 78
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 9.79 \mid 78 \\
 -7 \quad 8 \\
 \hline
 1 \quad 99
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 97.9 \mid 780 \\
 -1 \quad 56 \\
 \hline
 43
 \end{array}
 \end{array}$$

$\div 10$

0.12563

$$\begin{array}{r|l} 3/17 & 2/03 \\ \hline \end{array}$$

$$\xrightarrow{\times 100}$$

$$\begin{array}{r|l} 317/00 & 203 \\ -203 & \\ \hline 1140 & \\ -1015 & \\ \hline 125 & \end{array}$$

$$\xrightarrow{\times 100}$$

$$\begin{array}{r|l} 0/125 & 125 \\ \hline \end{array}$$

رهپویان دانش و اندیشه