باسمه تعالی

تمرین سری دوم درس کدگذاری کانال نام استاد: خانی

موعد تحویل: سه شنبه ۱۶ آذر ساعت ۱۶ (توجه: تمرین ها با تأخیر پذیرفته نخواهد شد.)

پرسش های فصل ۲-قسمت سوم

۱- جدول میدان $GF(2^5)$ را بر اساس چندجمله ای اولیه $p(X)=1+X^2+X^5$ ایجاد نمایید. فرض کنید α یک عنصر اولیه ی $GF(2^5)$ باشد. چندجمله ای کمینه α^3 و چند جمله ای کمینه α^7 را بیابید.

۲- فرض کنید β عنصری از $GF(2^m)$ باشد و e کوچکترین عدد صحیح نامنفی باشد که به ازای آن تساوی $\beta^{2^e}=\beta$ برقرار باشد. اثبات کنید β^2، و β^{2^2}، ، ، و $\beta^{2^{e-1}}$ همگی مزدوج های متمایزی از β هستند.

۳- فرض کنید α یک عنصر اولیه از میدان $GF(2^4)$ باشد. چندجمله ای

$f(X)=\alpha^3X^7+\alpha X^6+\alpha^7X^4+\alpha^2X^2+\alpha^{11}X+1$ روی $GF(2^4)$ را بر چندجمله ای $g(X)=X^4+\alpha^3X^2+\alpha^5X+1$ روی $GF(2^4)$ تقسیم کنید و باقیمانده و خارج قسمت آن را بیابید. از جدول ۲-۸ که قبلا به شما داده شده است استفاده نمایید.

۴- فرض کنید S یک زیرمجموعه از فضای برداری V_n (تمامی n-تایی ها روی $GF(2)$) باشد. اثبات کنید S یک زیرفضا از V_n است اگر به ازای هر بردار **u** و **v** عضو S، **u+v** نیز برداری عضو S باشد. (راهنمایی: نشان دهید در این صورت ۵ شرط فضای برداری بودن S برقرار است. از صورت مسأله مشخص است که فضای برداری S روی گروه $GF(2)$ تعریف شده است.)

۵- اثبات کنید مجموعه چندجمله ای ها روی $GF(2)$ از درجه n-1 یا کمتر یک فضای برداری روی $GF(2)$ با بعد n تشکیل می دهد.

۶- اثبات کنید $GF(2^m)$ یک فضای برداری روی $GF(2)$ تشکیل می دهد.

۷- فضای برداری ۳-تایی ها روی $GF(2)$ یعنی V_3 را بسازید. یک زیرفضای دو بعدی از این فضا را یافته و فضای پوچی (فضای دوگان) آنرا مشخص کنید.

۸- ماتریس های زیر داده شده اند. نشان دهید فضای سطری ماتریس G فضای پوچی H است و برعکس.

$$\mathbb{G}=\begin{bmatrix}1&1&0&1&1&0&0\\1&1&1&0&0&1&0\\0&1&1&1&0&0&1\end{bmatrix},\quad \mathbb{H}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&1&0\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&1&0&0&1&1\\0&0&0&1&1&0&1\end{bmatrix}$$

۹- نشان دهید اگر S_1 و S_2 دو زیرفضا از فضای برداری V باشند در این صورت اشتراک آنها نیز یک زیرفضا از V تشکیل می دهد.

پیروز باشید.