

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: آمار و احتمال
 نام دبیر: آقای زمانی نژاد
 تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۰۸ : ۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۷۵ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	
ردیف	سوالات				نمره
۱	جدول ارزش هریک از گزاره های زیر را رسم کنید. الف) $(p \vee q) \Leftrightarrow q$ ب) $p \wedge \sim (p \vee q)$				۲
۲	با استفاده از جدول ارزش ها، نشان دهید: الف) $p \wedge (q \vee p) \equiv q$ ب) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$				۲
۳	ثابت کنید اگر n عددی صحیح و n^2 مضرب ۲ باشد، n نیز مضرب ۲ است.				۲
۴	اگر سه عضو از مجموعه ی A حذف کنیم، از تعداد زیرمجموعه های آن، ۲۲۴ واحد کم می شود، مجموعه ی A چند زیرمجموعه دارد؟				۲
۵	اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \cap B = \emptyset$ ، ثابت کنید: $B \subseteq A'$				۲
۶	درستی روابط زیر را اثبات کنید. الف) $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A$ ب) $(A' \cap B') \cap A = \emptyset$				۲
۷	عبارت های زیر را ساده کنید: الف) $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$ ب) $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$				۲
۸	اگر $A = \{y + 2, 5, z\}$ و $B = \{x + 1, 4, -2\}$ و $A \times B = B \times A$ ، حدکثر مقدار $x + y + z$ را بیابید.				۲
۹	با استفاده از اصول و قضایای احتمال، درستی گزاره های زیر را اثبات کنید: الف) اگر $B \subseteq A$ ، آن گاه: $P(A - B) = P(A) - P(B)$ ب) اگر $B \subseteq A$ ، آن گاه: $P(B) \leq P(A)$				۲
۱۰	عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۲۰۰ انتخاب می کنیم، احتمال های زیر را محاسبه کنید: الف) عدد انتخابی، بر ۲ بخش پذیر باشد. ب) عدد انتخابی، بر ۳ بخش پذیر باشد. ج) عدد انتخابی، بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد. د) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد. ه) عدد انتخابی نه بر ۲ و نه بر ۳ بخش پذیر باشد.				۲
موفق و مؤید باشید زمانی نژاد					



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران
 دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان
کلید سوالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: آمار و احتمال
 نام دبیر: آقای زمانی نژاد
 تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۹۷
 ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۷۵ دقیقه

	محل مهر یا امضاء مدیر	راهنمای تصحیح	ردیف																																																																																			
۱		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$\sim p$</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$(p \vee q) \wedge \sim p$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$(p \vee q) \Leftrightarrow q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td></tr> </tbody> </table>	p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	د	د	ن	د	ن	د	ن	ن	د	ن	ن	د	د	د	د	ن	ن	د	ن	ن	p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \Leftrightarrow q$	د	د	د	د	د	ن	د	ن	ن	د	د	د	ن	ن	ن	د																																							
p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \sim p$																																																																																		
د	د	ن	د	ن																																																																																		
د	ن	ن	د	ن																																																																																		
ن	د	د	د	د																																																																																		
ن	ن	د	ن	ن																																																																																		
p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \Leftrightarrow q$																																																																																			
د	د	د	د																																																																																			
د	ن	د	ن																																																																																			
ن	د	د	د																																																																																			
ن	ن	ن	د																																																																																			
۲		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$q \vee p$</th> <th>$p \wedge (q \vee p)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>r</th> <th>$p \wedge q$</th> <th>$q \Rightarrow r$</th> <th>$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$</th> <th>$(p \wedge q) \Rightarrow r$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> </tbody> </table>	p	q	$q \vee p$	$p \wedge (q \vee p)$	د	د	د	د	د	ن	د	د	ن	د	د	ن	ن	ن	ن	ن	p	q	r	$p \wedge q$	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	$(p \wedge q) \Rightarrow r$	د	د	د	د	د	د	د	د	د	ن	د	ن	ن	ن	د	ن	د	ن	د	د	د	ن	د	د	ن	د	د	د	د	ن	ن	ن	د	د	د	ن	د	ن	ن	ن	د	د	ن	ن	د	ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن	د	د	د	
p	q	$q \vee p$	$p \wedge (q \vee p)$																																																																																			
د	د	د	د																																																																																			
د	ن	د	د																																																																																			
ن	د	د	ن																																																																																			
ن	ن	ن	ن																																																																																			
p	q	r	$p \wedge q$	$q \Rightarrow r$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$	$(p \wedge q) \Rightarrow r$																																																																																
د	د	د	د	د	د	د																																																																																
د	د	ن	د	ن	ن	ن																																																																																
د	ن	د	ن	د	د	د																																																																																
ن	د	د	ن	د	د	د																																																																																
د	ن	ن	ن	د	د	د																																																																																
ن	د	ن	ن	ن	د	د																																																																																
ن	ن	د	ن	د	د	د																																																																																
ن	ن	ن	ن	د	د	د																																																																																
۳		<p>به فرض خلف که n مضرب ۲ نباشد، پس n عددی فرد است یعنی: $n = 2k + 1$</p> <p>حال، داریم:</p> $n^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1 = 2k' + 1 \Rightarrow n^2 \text{ فرد است}$ <p>یعنی n^2 هم بر ۲ بخش پذیر نیست که این خلاف فرض است. پس فرض خلف باطل و حکم صحیح است.</p>																																																																																				
۴		<p>تعداد اعضای مجموعه ی A را n فرض می کنیم، طبق فرض سؤال داریم:</p> $2^n - 2^{n-3} = 224 \Rightarrow 2^{n-3}(2^3 - 1) = 224 \Rightarrow 7 \times 2^{n-3} = 224$ $\Rightarrow 2^{n-3} = 32 \Rightarrow 2^{n-3} = 2^5 \Rightarrow n - 3 = 5 \Rightarrow n = 8$																																																																																				

$A \cap B = \emptyset \Rightarrow B - A = B \Rightarrow B \cap A' = B \Rightarrow B \subseteq A'$	۵
الف) $(A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B') = A \cap U = A$ ب) $(A' \cap B') \cap A = (A' \cap A) \cap B' = \emptyset \cap B' = \emptyset$	۶
الف) $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) = (A' \cap B) \cup ((B \cap A) \cap B) \cap (B \cup A)$ $= (A' \cap B) \cup ((B \cap A) \cap (B \cup A)) = (A' \cap B) \cup (B \cap A) = B \cap (A \cup A') = B$ ب) $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = (B - A) \cup (A \cap B) = (B \cap A') \cup (B \cap A)$ $= B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$	۷
$A \times B = B \times A \Rightarrow A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ یا $A = B$ با توجه به اینکه A و B تهی نیستند، $A = B$ ، پس دو حالت داریم: حالت ۱ $\rightarrow \begin{cases} x + 1 = 5 \\ y + 2 = 4 \\ z = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = -2 \end{cases}$ حالت ۲ $\rightarrow \begin{cases} x + 1 = 5 \\ y + 2 = -2 \\ z = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -4 \\ z = 4 \end{cases}$ پس حداکثر مقدار $x + y + z$ برابر ۴ می باشد.	۸
الف) از آنجا که $B \subseteq A$ و $A \cap B = B$ ، داریم: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(B)$ ب) دو حالت در نظر می گیریم: حالت اول) $A - B = \emptyset$ ، در این صورت با توجه به قسمت الف) داریم: $P(A - B) = P(A) - P(B) \rightarrow 0 = P(A) - P(B) \rightarrow P(B) = P(A)$ حالت دوم) $A - B \neq \emptyset$ پس $P(A - B) > 0$ و داریم: $P(A - B) > 0 \rightarrow P(A) - P(B) > 0 \rightarrow P(A) > P(B)$	۹
$S = \{1, 2, \dots, 200\}$ و پیشامد بخش پذیری بر ۳ $B = 3$ و پیشامد بخش پذیری بر ۲ $A = 2$ $\rightarrow n(A) = \left[\frac{200}{2} \right] = 100, n(B) = \left[\frac{200}{3} \right] = 66, n(A \cap B) = \left[\frac{200}{6} \right] = 33$ الف) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$ ب) $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{66}{200} = \frac{33}{100}$ ج) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{50}{100} + \frac{33}{100} - \frac{30}{200} = \frac{133}{200}$ د) $P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{100}{200} - \frac{33}{200} = \frac{67}{200}$ ه) $P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{33}{200} = \frac{167}{200}$	۱۰
نام و نام خانوادگی مصحح : فرزاد زمانی نژاد	جمع بارم : ۲۰ نمره

امضاء: