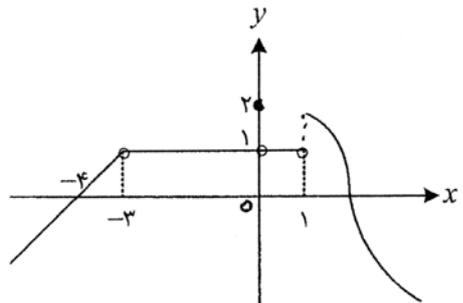


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: $10\frac{1}{3}$	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۱۳۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه ی تعریف تابع f با ضابطه ی $f(x) = \frac{x+1}{ x +1} + \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ را تعیین کنید .	۰/۷۵
۲	توابع f و g با ضابطه های $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \frac{x}{x+2}$ مفروضند : اولاً: دامنه ی توابع f و g و $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید . ثانیاً: در صورت وجود ضابطه ی $\frac{f}{g}$ را بنویسید .	۱/۲۵
۳	به کمک انتقال نمودار تابع f با ضابطه ی $f(x) = \text{Arc sin}(x-1)$ را رسم کرده دامنه و برد آن را تعیین کنید . سپس در صورت وجود مختصات نقاط بحرانی و نقاط ماکزیمم و می نیمم مطلق آن را تعیین کنید .	۲
۴	در صورتی که دو چند جمله ای $4x^2 - 5x + 4$ و $x^2 + ax$ در تقسیم بر $x-1$ هم باقیمانده باشند ، مقدار عددی a را مشخص کنید .	۰/۷۵
۵	نشان دهید تابع f با ضابطه ی $f(x) = (1-x)^3$ یک به یک است . سپس ضابطه ی تابع معکوس تابع f را تعیین کنید .	۱/۲۵
۶	با توجه به نمودار تابع f در شکل زیر ، حاصل هریک از عبارات زیر را بنویسید . <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^-} f(x)$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>د) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$</p> </div> </div> 	۱
۷	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید . <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{ x -1}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \sin(x-1)}{1-x}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{2x^2-7}}$</p>	۲/۲۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{2-x}{x^2-1}$ را در صورت وجود بنویسید .	۰/۷۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهائی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۱۶	ساعت شروع: ۱۰:۱۵	سال سوم متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	سال تحصیلی ۱۳۸۶-۱۳۸۷	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه

ردیف	سؤالات	نمره
۹	<p>ضرایب a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه ی</p> $f(x) = \begin{cases} bx - 1 & x < 1 \\ 3x & x = 1 \\ a[x] + 2 & x > 1 \end{cases}$ <p>در $x_0 = 1$ پیوسته باشد. ([] نماد جزء صحیح است)</p>	۱
۱۰	<p>مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) $y = \sin^5 x + \cos\left(\frac{1}{x}\right)$</p> <p>ب) $y = \sqrt[3]{x}(x^2 - 1)^7$</p> <p>ج) $y = \text{Arccot}(x^2 - 3x)$</p>	۱/۷۵
۱۱	<p>تابع $y = -x^2 + bx + 3$ مفروض است. b را چنان بیابید که تابع ماکزیممی برابر ۵ داشته باشد.</p>	۰/۷۵
۱۲	<p>جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{2x+1}{-x+1}$ را رسم کنید.</p>	۱/۵
۱۳	<p>اگر شعاع دایره ای از ۲ تا ۳ سانتی متر تغییر کند، آهنگ تغییر مساحت آن را تعیین کنید.</p>	۰/۷۵
۱۴	<p>جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sin^2 x - \sin x$ را در بازه ی $[0, 2\pi]$ رسم کنید.</p>	۱/۲۵
۱۵	<p>اگر دو ضلع زاویه ی قائمه در مثلث قائم الزاویه ای X و Y باشد و $X + Y = 18$ در اینصورت X و Y را چنان بیابید که مساحت مثلث ماکزیمم شود.</p>	۰/۷۵
۱۶	<p>ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه ی عطف تابع $y = ax^3 + 3x^2 - b$ به طول ۱ روی محور طول ها واقع باشد.</p>	۱
۱۷	<p>ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x+1 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{x-3}{2} & 1 \leq x < 3 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس مقدار $\int_0^3 f(x)dx$ را حساب کنید.</p>	۱/۲۵
	<p>« موفق باشید »</p>	جمع نمره
		۲۰

باسمه تعالی

رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۰/۷۵	$ x + 1 \neq 0$ (۰/۲۵) و $x \neq 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow D_f = R - \{0\}$ (۰/۲۵)	۱
۱/۲۵	<p>$D_f : x - 2 \geq 0 \rightarrow D_f = [2, +\infty)$ (۰/۲۵)</p> <p>$D_g : x + 2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2 \rightarrow D_g = R - \{-2\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = [2, +\infty)$ (۰/۲۵)</p> <p>$(\frac{f}{g})(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x} = \frac{(x+2)\sqrt{x-2}}{x}$ (۰/۲۵)</p>	<p>۲</p> <p>اولاً:</p> <p>ثانیاً:</p>
۲	<p>$f(x) = \text{Arc sin}(x - 1)$</p> <p>$-1 \leq x - 1 \leq 1 \rightarrow 0 \leq x \leq 2 \rightarrow D_f = [0, 2]$ (۰/۲۵), $R_f = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (۰/۲۵)</p> <p>نقاط بحرانی $A(0, -\frac{\pi}{2})$ و $B(2, \frac{\pi}{2})$ (۰/۵)</p> <p>نقاط Max مطلق $B(2, \frac{\pi}{2})$ (۰/۲۵)</p> <p>نقاط Min مطلق $A(0, -\frac{\pi}{2})$ (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۳
۰/۷۵	<p>$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$</p> <p>$p(x) = 2x^2 - 5x + 4 \rightarrow R_1 = p(1) = 2 - 5 + 4 = 1$ (۰/۲۵)</p> <p>$\rightarrow 1 + a = 1 \rightarrow a = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$p'(x) = x^2 + ax \rightarrow R_2 = p'(1) = 1 + a$ (۰/۲۵)</p>	۴
۱/۲۵	<p>$f(x) = (1 - x)^2$</p> <p>$f(x_1) = (1 - x_1)^2$</p> <p>$f(x_2) = (1 - x_2)^2$</p> <p>$f(x_1) = f(x_2)$</p> <p>$\rightarrow (1 - x_1)^2 = (1 - x_2)^2 \rightarrow \dots \rightarrow x_1 = x_2$ (۰/۲۵)</p> <p>پس f یک به یک است و بنابراین معکوس پذیر است (۰/۲۵)</p> <p>$y = (1 - x)^2 \rightarrow \sqrt[2]{y} = 1 - x \rightarrow x = 1 - \sqrt[2]{y} \rightarrow f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x}, x \in R$ (۰/۲۵)</p>	۵
« ادامه در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	چون چپ و راست مساوی نیستند حد ندارد الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \sqrt{\quad} \quad (./۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad (./۲۵)$ ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} f(x) = 1 \quad (./۲۵)$ د) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 1 \quad (./۲۵)$	۱
---	---	---

۷	الف) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 0}} \frac{x-1}{ x -1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-1} = 1 \quad (./۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \sin(x-1)}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} \times \frac{\sin(x-1)}{x-1} = -1 \quad (./۲۵)$ ج) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (./۲۵)$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{\sqrt{2x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(1+\frac{2}{x})}{\sqrt{2x^2(1-\frac{4}{2x^2})}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (./۲۵)$	۲/۲۵
---	---	------

۸	$y = \frac{2-x}{x^2-1} \quad D = \mathbb{R} - \{1, -1\}$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \rightarrow y = 0$ مجانب افقی (./۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2-x}{x^2-1} = \pm\infty, \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2-x}{x^2-1} = \mp\infty \rightarrow x = 1$ و $x = -1$ (./۵) مجانب قائم	۰/۲۵
---	--	------

۹	شرط پیوستگی f در $x = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \quad (./۲۵)$ $b-1 = a+2 = 3 \quad (./۲۵) \rightarrow b = 4$ و $a = 1 \quad (./۵)$	۱
---	---	---

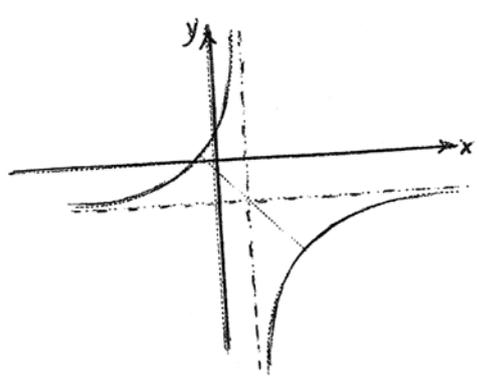
۱۰	الف) $y' = 5 \sin^4 x \cos x + \frac{2}{x^2} \sin(\frac{1}{x}) \quad (./۲۵)$ ب) $y' = \frac{1}{3\sqrt{x^2}} (x^2-1)^4 + 4 \times 2x (x^2-1)^3 \sqrt{x} \quad (./۲۵)$ ج) $y' = \frac{-(2x-3)}{1+(x^2-3x)^2} \quad (./۲۵)$	۱/۲۵
----	--	------

۱۱	روش اول : $y = -x^2 + bx + 3$ $y_{Max} = 5 \rightarrow \frac{4ac - b^2}{4a} = 5 \rightarrow \frac{-12 - b^2}{-4} = 5 \rightarrow b = \pm 2\sqrt{2} \quad (./۵)$ روش دوم : $y' = -2x + b = 0 \rightarrow x = \frac{b}{2} \quad (./۲۵)$ $5 = -\frac{b^2}{4} + \frac{b^2}{2} + 3 \rightarrow 2 = \frac{-b^2 + 2b^2}{4} \rightarrow b^2 = 8 \rightarrow b = \pm 2\sqrt{2} \quad (./۵)$	۰/۲۵
----	---	------

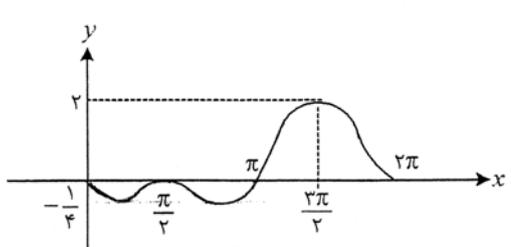
« ادامه در صفحه ی سوم »

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵	$y = \frac{2x+1}{-x+1} \quad D = R - \{1\}$ $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = -2$ $y = \pm\infty \Rightarrow x = 1$ <p>(./۵) مجانبتها</p> $y' = \frac{2(-x+1) - (-1)(2x+1)}{(-x+1)^2} = \frac{3}{(-x+1)^2} > 0 \quad (./۲۵)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td colspan="4">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-2</td> <td>\nearrow</td> <td>\nearrow</td> <td>\nearrow</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">جدول (./۵)</p> <div style="text-align: right;">  <p style="text-align: right;">شکل (./۲۵)</p> </div>	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	۰	۱	$+\infty$	y'	+				+	y	-2	\nearrow	\nearrow	\nearrow	$+\infty$						$-\infty$	۱۲
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	۰	۱	$+\infty$																					
y'	+				+																					
y	-2	\nearrow	\nearrow	\nearrow	$+\infty$																					
					$-\infty$																					

۰/۷۵	$S = \pi R^2 \rightarrow \begin{cases} R_1 = 2 \rightarrow S_1 = 4\pi \\ R_2 = 3 \rightarrow S_2 = 9\pi \end{cases} \quad (./۵)$ $\text{آهنگ تغییر} = \frac{S_2 - S_1}{R_2 - R_1} = \frac{9\pi - 4\pi}{3 - 2} = 5\pi \quad (./۲۵)$	۱۳
------	--	----

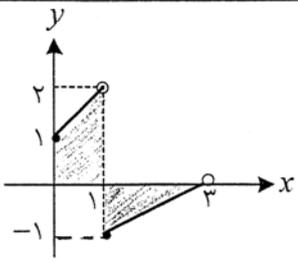
۱/۲۵	$y = \sin^2 x - \sin x$ $y' = 2 \sin x \cos x - \cos x = 0 \quad (./۲۵)$ $\rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \rightarrow y = 0 \\ x = \frac{3\pi}{2} \rightarrow y = 2 \\ x = \frac{\pi}{6} \rightarrow y = -\frac{1}{4} \\ x = \frac{5\pi}{6} \rightarrow y = -\frac{1}{4} \end{cases}$ <p>$x = 0 \rightarrow y = 0$ $y = 0 \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi, \frac{\pi}{2}$</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>۰</td> <td>$\frac{\pi}{6}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> <td>$\frac{5\pi}{6}$</td> <td>π</td> <td>$\frac{3\pi}{2}$</td> <td>2π</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>—</td> <td>○</td> <td>+</td> <td>○</td> <td>—</td> <td>+</td> <td>○</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>○</td> <td>\searrow</td> <td>$-\frac{1}{4}$</td> <td>\nearrow</td> <td>○</td> <td>\searrow</td> <td>$-\frac{1}{4}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>\nearrow</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>\searrow</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">جدول (./۷۵)</p> <div style="text-align: right;">  <p style="text-align: right;">رسم شکل (./۲۵)</p> </div>	x	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	y'	—	○	+	○	—	+	○	y	○	\searrow	$-\frac{1}{4}$	\nearrow	○	\searrow	$-\frac{1}{4}$							\nearrow	۲								\searrow	۱۴
x	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π																																			
y'	—	○	+	○	—	+	○																																			
y	○	\searrow	$-\frac{1}{4}$	\nearrow	○	\searrow	$-\frac{1}{4}$																																			
						\nearrow	۲																																			
							\searrow																																			

« ادامه در صفحه ی چهارم »

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۵	$S = \frac{xy}{2}, \quad x + y = 18 \rightarrow y = 18 - x$ $S = 9x - \frac{x^2}{2} \rightarrow S' = 9 - x = 0 \rightarrow x = 9 \rightarrow y = 9$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۰/۲۵
۱۶	$A \Big _0^1 \text{ عطف} \rightarrow 0 = a + 3 - b \quad (۰/۲۵)$ $y' = 3ax^2 + 6x \rightarrow \begin{cases} y'' = 6ax + 6 \\ x = 1 \end{cases} \rightarrow 0 = 6a + 6 \rightarrow a = -1, b = 2$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱
۱۷	$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx =$ $\frac{(1+2) \times 1}{2} - \frac{1 \times 2}{2} = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>  <p style="text-align: right;">رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	

با سلام

مصححین گرامی ، لطفاً برای روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید .