باسمه تعالی

تمرین سری سوم درس کدگذاری کانال نام استاد: خانی

پرسش های فصل 3-قسمت اول (**توجه: تمرین ها با تأخیر پذیرفته نخواهد شد.**)

1- ماتریسی که فضای سطری آن فضای پوچی ماتریس مولد کد یعنی G را تشکیل می دهد را ماتریس پریتی-چک (بررسی توازن) می نامند. همچنین تعداد درایه های غیر صفر یک بردار را وزن آن بردار می نامند. فرض کنید **H** ماتریس پریتی-چک یک کد خطی (k، n) با نام C باشد که هم دارای کلمات کد با وزن فرد و هم دارای کلمات کد با وزن زوج می باشد. یک کد خطی جدید با نام C1 با استفاده از ماتریس پریتی-چک زیر می سازیم:

$$\boldsymbol{H_1} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ 0 & \boldsymbol{H} & \\ \vdots & & \\ 1 & 1 \quad \dots \quad 1 & \end{bmatrix}$$

(توجه کنید که تمام مؤلفه های آخرین سطر **H** برابر 1 می باشد.)

الف) نشان دهید که C1 یک کد خطی (n+1, k) می باشد. C1 کد تعمیم یافته از C نامیده می شود.

ب) نشان دهید هر کلمه کد از C1 دارای وزن زوج می باشد.

ج) نشان دهید که کد C1 می تواند از کد C با افزودن یک بیت اضافه با نام v∞ به سمت چپ هر کلمه کد **v** از C به صورت زیر بدست آید: 1) اگر وزن **v** فرد است، v∞=1 می باشد و 2) اگر وزن **v** زوج است، v∞=0 می باشد.

2- کد بلوکی خطی (4، 8) را که معادلات آن به صورت زیر است در نظر بگیرید:

$$v0=u1+u2+u3, \qquad v4=u0,$$
$$v1=u0+u1+u2, \qquad v5=u1,$$
$$v2=u0+u1+u3, \qquad v6=u2,$$
$$v3=u0+u2+u3, \qquad v7=u3.$$

که در آن u0، u1، u2، و u3 بیت های پیام و v0، v1، v2، و v3 بیت های پریتی-چک هستند. الف) ماتریس مولد و ماتریس پریتی-چک این کد را بیابید. ب) بردارهای پیام و بردارهای کد نظیر آنها را مشخص کنید.

3- با استفاده از شیفت رجیستر و جمع کننده ها در مبنای 2 ساختار کدگذار مربوط به پرسش ۲ را رسم کنید.

4- اگر از کدگذار پرسش ۲ استفاده کنیم و احتمال وقوع خطا در کانال ۰,۰۰۱ باشد، الف) احتمال وقوع خطای غیر قابل تشخیص را وقتی بردار پیام [1 1 1] ارسال شود بیابید. ب) احتمال وقوع خطای غیرقابل تشخیص را برای این کد بیابید. (راهنمایی: فرض کنید احتمال ارسال کلیه بردارهای پیام یکسان باشد.)

5- فاصله همینگ دو کلمه کد برابر است با تعداد مکان هایی که این دو کلمه با هم متفاوت هستند مثلا فاصله همینگ بردارهای [1 0 0] و [1 1 1] برابر ۲ است. اثبات کنید فاصله همینگ نامساوی مثلثی را برآورده می کند، یعنی اگر **x**، **y**، و **z** سه بردار n-تایی روی GF(2) باشند، نشان دهید:

$$d(x,y)+d(y,z)\geq d(x,z)$$

که در آن $d(x,y)$ فاصله همینگ بردارهای x و y را نشان می دهد.

6- ماتریس مولد کد همینگ که یک کد بلوکی خطی است به صورت زیر است:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

الف) مقدار k و n برای این کد چقدر است؟ ب) نرخ این کد چقدر است؟ ج) برای این کد یک ماتریس-پریتی چک بنویسید.

7- ماتریس مولد یک کد بلوکی خطی به صورت زیر است:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

الف) مقدار k و n برای این کد چقدر است؟ ب) نرخ این کد چقدر است؟ ج) برای این کد یک ماتریس-پریتی چک بنویسید. د) کلیه بردارهای پیام و بردارهای کد نظیر آنها را بنویسید. ه) آیا از این کد می توان برای تشخیص خطا استفاده کرد؟ در صورت مثبت بودن پاسخ بگویید کدگذار چگونه وقوع خطا را تشخیص می دهد. و) آیا از این کد می توان برای تصحیح خطا استفاده کرد. ز) احتمال وقوع خطای غیر قابل تشخیص را برای این کد محاسبه کنید.

8- ماتریس مولد یک کد بلوکی خطی به صورت زیر است:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

الف) مقدار k و n برای این کد چقدر است؟ ب) نرخ این کد چقدر است؟ ج) برای این کد یک ماتریس-پریتی چک بنویسید. د) کلیه بردارهای پیام و بردارهای کد نظیر آنها را بنویسید. ه) اسم این کد چیست؟ و) آیا از این کد می توان برای تشخیص خطا استفاده کرد؟ در صورت مثبت بودن پاسخ بگویید کدگذار چگونه وقوع خطا را تشخیص می دهد. ز) آیا از این کد می توان برای تصحیح خطا استفاده کرد. ح) کلیه حالات ممکن را برای بردار دریافتی نوشته و مشخص کنید هر بردار دریافتی در نهایت به کدام داده ارسالی کدبرداری می شود.

پیروز باشید.