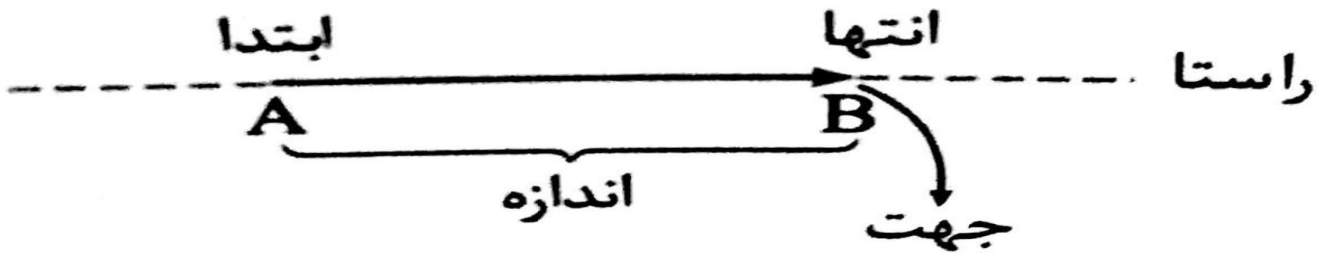


بردار

به هر پاره خط جهت دار یک بردار می گویند

اجزای بردار: (۱) ابتدا (۲) انتها (۳) اندازه بردار (۴) راستای بردار (۵) جهت بردار



بردار بالا را با نماد \overrightarrow{AB} یا با حرف کوچک \vec{a} نمایش می دهیم

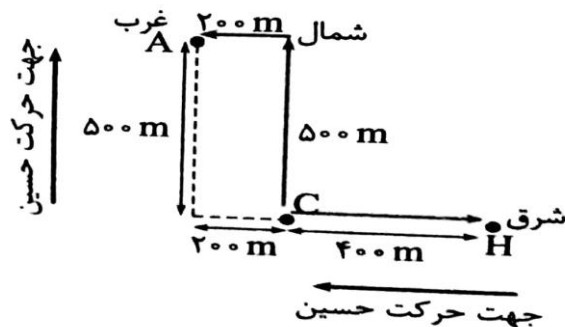
مثال: آرش و حسین از سینما خارج می شوند. آرش ۵۰۰ متر به سمت شمال و سپس ۲۰۰ متر به سمت غرب رفت. حسین نیز ۴۰۰ متر به سمت شرق رفت اکنون حسین چقدر و در کدام جهت باید حرکت کند تا به آرش برسد؟

پاسخ:

مکان حسین: H

مکان آرش: A

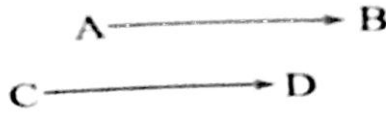
مکان سینما: C



بردار های مساوی و قرینه

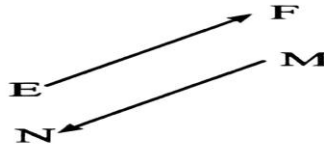
بردار های مساوی : اگر دو بردار هم اندازه ، هم جهت و هم راستا (موازی) باشند ، با هم برابرند

مثال : دو بردار \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} با هم برابرند



بردار های قرینه : اگر دو بردار هم اندازه ، هم راستا (موازی) و خلاف جهت یکدیگر باشند ، قرینه هم هستند

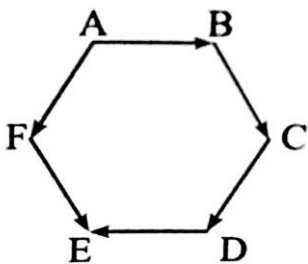
مثال : دو بردار \overrightarrow{EF} و \overrightarrow{MN} قرینه یکدیگرند



نکته اگر علامت منفی پشت بردار قرار بگیرد ، جهت آن را عوض می کند

مثلا جهت \overrightarrow{AB} از A به B است و $-\overrightarrow{AB}$ از B به A خواهد بود پس : $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

مثال : شکل زیر یک شش ضلعی منتظم است . بردار های مساوی و قرینه را پیدا کنید و نام ببرید ؟



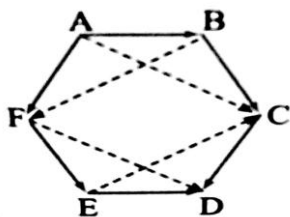
پاسخ :

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FE}$$

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{DE}$$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF}$$

مثال : شکل مقابل یک شش ضلعی منتظم است . کدام رابطه صحیح نیست ؟

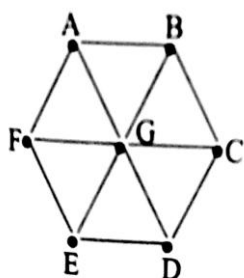


$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF} \quad (۴) \quad \overrightarrow{-FB} = \overrightarrow{EC} \quad (۳) \quad \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{-DF} \quad (۲) \quad \overrightarrow{-EF} = \overrightarrow{BC} \quad (۱)$$

پاسخ :

گزینه ۳

مثال : شش تا مثلث متساوی الاضلاع را مطابق شکل به هم چسبانندیم . چندتا از روابط زیر صحیح اند ؟



$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{-FE} \quad (ت) \quad \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{DC} \quad (پ) \quad \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AF} \quad (ب) \quad \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{-GD} \quad (الف)$$

پاسخ :

الف) می‌دانیم $\overrightarrow{-GD} = \overrightarrow{DG}$. دو بردار \overrightarrow{AG} و \overrightarrow{DG} هم‌راستا و هم‌اندازه هستند اما خلاف جهت یکدیگرند، پس با هم برابر نیستند. (✗)

ب) \overrightarrow{BG} و \overrightarrow{AF} موازی، هم‌اندازه و هم‌جهت‌اند، پس $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AF}$. (✓)

پ) \overrightarrow{DC} و \overrightarrow{GE} موازی و هم‌اندازه هستند اما هم‌جهت نیستند، پس با هم برابر نیستند. (✗)

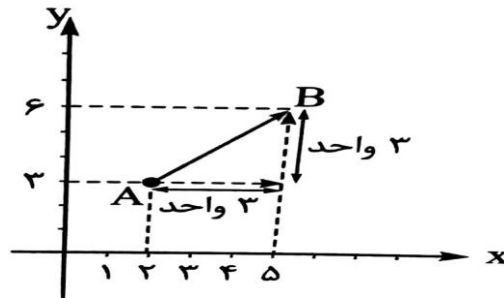
ت) می‌دانیم $\overrightarrow{-FE} = \overrightarrow{EF}$. حالا چون \overrightarrow{EF} و \overrightarrow{CB} موازی، هم‌اندازه و هم‌جهت‌اند، پس برابرند. (✓)

برداری انتقال در دستگاه مختصات

یعنی $\vec{AB} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ، واحد در راستای محور x ها و y واحد جا به جایی در راستای محور y ها

به x طول بردار و به y عرض بردار می گویند

مثال : بردار $\vec{AB} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$



به طور کلی اگر در یک دستگاه مختصات از نقطه $A \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ به نقطه $B \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$ برویم ، آن وقت مختصات بردار \vec{AB} برابر است با :

$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{bmatrix}$$

۱) $\vec{AB} = B - A$

(A) مختصات نقطه ابتدا - (B) مختصات نقطه انتها = \vec{AB} مختصات

۲) $A + \vec{AB} = B$

مختصات نقطه انتها = مختصات بردار \vec{AB} + مختصات نقطه ابتدا

مثال : مختصات برداری که ابتدای آن $\begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ باشد چیست ؟

پاسخ :

$$\text{مختصات بردار} = \text{انتها} - \text{ابتدا} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - 7 \\ 5 - (-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

مثال : نقاط $A\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $C\begin{bmatrix} -5 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $D\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ طوری در دستگاه مختصات قرار گرفته اند که $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

حاصل xy را به دست آورید؟

پاسخ :

چون $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$ ، پس باید داشته باشیم:

$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AC} = C - A \\ \overrightarrow{BD} = D - B \end{array} \right\} \Rightarrow C - A = D - B \Rightarrow \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -5-2 \\ -3-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-(-2) \\ y-4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -7 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2 \\ y-4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x+2=-7 \\ y-4=-6 \end{cases} \Rightarrow x=-9, y=-2 \Rightarrow xy=(-9) \times (-2) = 18$$

مثال : نقطه $A\begin{bmatrix} m-2 \\ n+5 \end{bmatrix}$ روی محور عرض ها و نقطه $B\begin{bmatrix} mn-3 \\ 5n-12 \end{bmatrix}$ نیز روی نیمساز ربع اول است . مختصات بردار \overrightarrow{BA} را به دست آورید ؟

پاسخ : چون A روی محور عرض ها است ، پس طولش برابر صفر است ، یعنی $m-2=0$ در نتیجه

$m=2$. حالا چون B نیز روی نیمساز ربع اول است ، پس طول و عرض آن با هم برابرند ، بنابراین

$$mn-3=5n-12 \xrightarrow{(m=2)} 2n-3=5n-12 \Rightarrow 9=3n \Rightarrow n=3$$

حالا با توجه به مقادیر m و n مختصات دو نقطه A و B عبارت است از:

$$A = \begin{bmatrix} 2-2 \\ 3+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \times 3 - 3 \\ 5 \times 3 - 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{BA} = A - B = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

پس مختصات بردار \overrightarrow{BA} می شود: