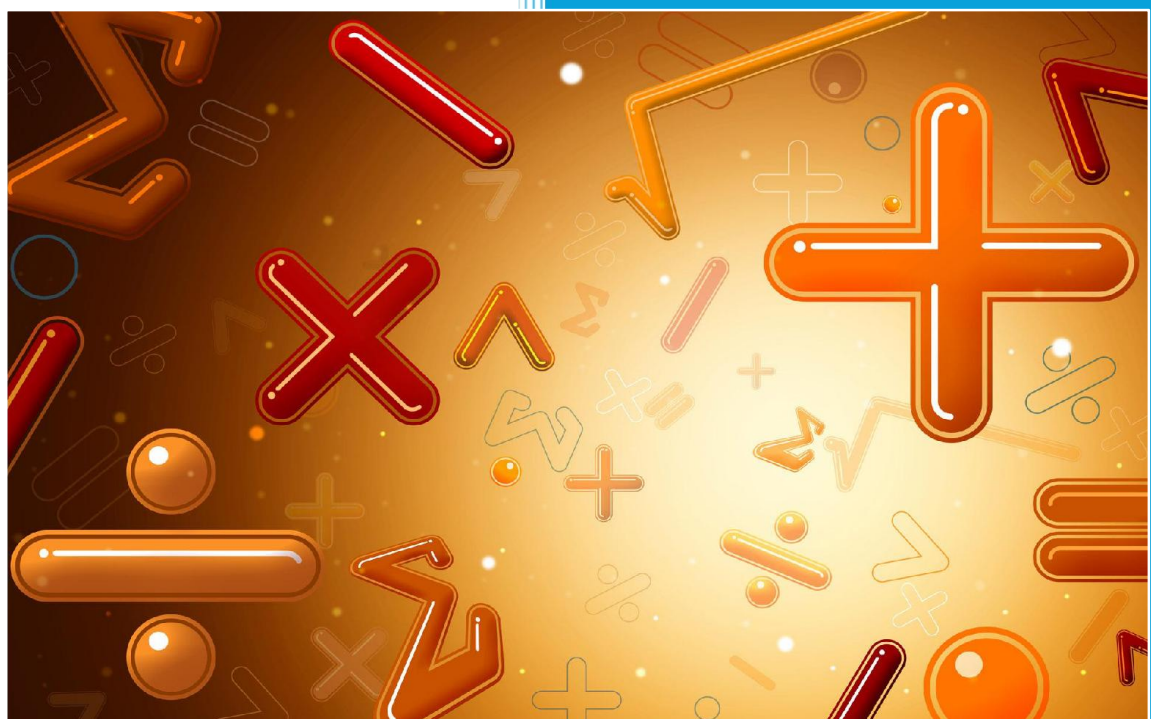


جزوه

مبحث: منطق فازی در ریاضیات



تهیه و تنظیم: مهرداد مظاهری

ریاضیات فازی یک فرا مجموعه از منطق بولی است که بر مفهوم درستی نسبی، دلالت می‌کند. منطق کلاسیک هر درست یا غلط، صفر یا یک، سیاه یا سفید (ولی منطق فازی) چیزی را براساس یک سیستم دوتایی نشان می‌دهد درستی هر چیزی را با یک عدد که مقدار آن بین صفر و یک است نشان می‌دهد. مثلاً اگر رنگ سیاه را عدد صفر و رنگ سفید را عدد یک نشان دهیم، آن گاه رنگ خاکستری عددی نزدیک به صفر خواهد بود.

در سال ۱۹۶۵ دکتر لطفی‌زاده نظریه سیستم‌های فازی را معرفی کرد. در فضایی که دانشمندان علوم مهندسی به دنبال روش‌های ریاضی برای شکست دادن مسائل دشوارتر بودند، نظریه فازی به گونه‌ای دیگر از مدلسازی، اقدام کرد.

در منطق ارسطویی، یک دسته‌بندی درست و نادرست وجود دارد. تمام گزاره‌ها درست یا نادرست هستند. بنابراین، در مدل ارسطویی اساساً یک گزاره نمی‌باشد، چرا که مقدار سرد بودن برای افراد مختلف «جمله» هوا سرد است متفاوت است و این جمله اساساً همیشه درست یا همیشه نادرست نیست. در منطق فازی، جملاتی هستند که مقداری برای مثال، جمله «هوا سرد است» یک گزاره منطقی فازی می‌باشد که درستی، درست و مقداری نادرست هستند. آن گاهی کم و گاهی زیاد است.

منطق فازی می‌تواند پایه‌ریز بنیانی. گاهی همیشه درست و گاهی همیشه نادرست و گاهی تا حدودی درست است. برای فناوری جدیدی باشد که تا کنون هم دستاوردهای فراوانی داشته است.

ثوری فازی در سال ۱۹۶۵ توسط دکتر لطفی‌زاده در مقاله‌ای با عنوان «مجموعه‌های فازی» معرفی گردید. البته زاده قبل از کار بر روی ثوری فازی شخصیت برجسته‌ای در ثوری کنترل بود و مفهوم «حالت» که اساس ثوری کنترل مدرن را شکل می‌دهد توسعه داد.

در اوایل دهه‌ی ۶۰ او به این نتیجه رسید که ثوری کنترل کلاسیک بیش از حد بر روی دقت تأکید داشته و از این رو با سیستم‌های پیچیده نمی‌تواند کار کند.

در سال ۱۹۶۲ مطلبی را با این مضمون برای سیستم‌های بیولوژیک نوشت: «ما اساساً به نوع جدیدی از ریاضیات نیازمندیم، ریاضیات مقادیر مبهم یا فازی که توسط توزیع‌های احتمال قابل توصیف نیستند».

پس از آن وی ایده‌اش را در قالب مقاله‌ی «مجموعه‌های فازی» تجسم بخشید. در این مقاله از منطق چند مقداری لوکاسیه ویج برای مجموعه‌ها و گروه‌های اشیا استفاده شده بود.

لطفی‌زاده برچسب یا نام فازی را روی این مجموعه‌های گنگ یا چند ارزشی قرار داد. مجموعه‌هایی که اجزایشان به درجات مختلف به آنها تعلق دارند. نظیر مجموعه‌هایی از مردم که از کار خود راضی هستند.

علت این نامگذاری این بود که مفهوم فازی را از منطق دودویی که در زمان او مطرح بود دورسازد. او می دید که دانشمندان روز به روز ریاضیات را بیشتر در مسایل خود وارد می کنند و سعی دارند تجارب علمی خود یا مشغله ی علمی خود را با استدلال سیاه و سفید و با استفاده از رایانه ها و ماشین های محاسب پیش ببرند. او لغت فازی را انتخاب کرد تا همچون خاری در چشم علم مدرن فرو رود

بزرگترین چالش از جانب ریاضی دانانی بود که معتقد اصطلاح فازی خشم شدید علوم را علیه خود برانگیخت بودند تئوری احتمالات برای حل مسایلی که تئوری فازی ادعای حل بهتر آن را دارد کفایت می کند. از آنجا که کاربرد های علمی تئوری فازی در ابتدای پیدایش آن مشخص نبود تفهیم آن از جهت فلسفی کار مشکلی بود و تقریباً هیچ یک از مراکز تحقیقاتی تئوری فازی را به عنوان یک زمینه ی تحقیق جدی نگرفتند. سازمان های دولتی هیچگونه اعتباری برای تحقیقات در مورد فازی اختصاص ندادند. مجلات یا کنفرانس های معدودی مقالات فازی را پذیرفتند. دپارتمان های آکادمیک اعضای هیات علمی را که صرفاً تحقیقات فازی داشتند ارتقا نمی دادند. این امر باعث شد این رشته ی جدید علمی با تمام مشکلات یک فرزند خوانده که در مظان اتهام قرار داشت رشد کند

حرکت فازی در آن روز ها به صورت یک فرقه ی کوچک بود و شکلی زیر زمینی به خود گرفت. این نظریه بدون اینکه از یاری ها و حمایت های علمی متداول آن زمان برخوردار باشد رشد کرده و بالغ شد. این امر باعث شد که نظریه ی فازی حتی قوی تر شود. منطق فازی در دانشگاه ها به این رشد نرسید بلکه در بازار تجاری رشد کرد و متناوباً اعتراضات فلسفی دانشمندان غربی را رد کرد و خود اعتراضاتی را مطرح ساخت

کاربردهای منطق فازی

از منطق فازی برای ساخت کنترل کننده های لوازم خانگی از قبیل ماشین رختشویی (برای تشخیص حداکثر ظرفیت ماشین، مقدار مواد شوینده، تنظیم چرخ های شوینده) و یخچال استفاده می شود کاربرد اساسی آن تشخیص حوزه متغیرهای پیوسته است. برای مثال یک وسیله اندازه گیری دما برای جلوگیری از قفل شدن یک عایق ممکن است چندین عضو مجزا تابعی داشته باشد تا بتواند حوزه دماهایی را که نیاز به کنترل دارد به طور صحیح تعریف نماید. هر تابع، یک ارزش دمایی مشابه که حوزه آن بین صفر و یک است را اختیار می کند. از این ارزش های داده شده برای تعیین چگونگی کنترل یک عایق استفاده می شود

مثلاً سرد بودن، گرم بودن و داغ بودن، توابعی برای مقایسه درجه حرارت هستند و هر نقطه ای روی این خطوط می تواند دارای یکی از سه ارزش بالا باشد. به عنوان مثال برای یک درجه حرارت خاص که در شکل با یک خط

«اصلا داغ نیست» نشان داده شده است، می‌توان گفت: «مقداری سرد است»، «اندکی گرم است» یا

حال با مثال دیگری اهمیت این علم را بیشتر درک می‌نماییم

یک انسان در نور کافی قادر به درک میلیون‌ها رنگ می‌باشد. ولی یک روبات چگونه می‌تواند این تعداد رنگ را تشخیص دهد؟

حال اگر بخواهیم روباتی طراحی کنیم که قادر به تشخیص رنگها باشد از منطق فازی کمک می‌گیریم و با اختصاص اعدادی به هر رنگ آن را برای روبات طراحی شده تعریف می‌کنیم. از کاربردهای دیگر منطق فازی می‌توان به و کنترل موتور برای بدست آوردن بالاترین ABS کاربرد این علم در صنعت اتومبیل‌سازی (در طراحی سیستم ترمز راندمان قدرت)، در طراحی بعضی از ریزپردازنده‌ها و طراحی دوربین‌های دیجیتال اشاره کرد

حال با این توصیفات اگر از ما پرسیده شود منطق فازی چیست شاید ساده‌ترین پاسخ بر اساس شنیده‌ها این باشد یک نوع منطق است که روش‌های نتیجه‌گیری در مغز بشر را جایگزین می‌کند. Fuzzy Theory یا Fuzzy Logic که

منطق فازی نه تنها به عنوان متدولوژی کنترل بلکه راهی برای پردازش داده‌ها، بر مبنای مجاز کردن عضویت گروهی کوچک به جای عضویت گروهی دسته‌ای ارائه کرد. به جهت نارسا و ناسنده بودن قابلیت کامپیوترهای ابتدایی تا دهه ۷۰ این تئوری در سیستم‌های کنترلی به کار برده نشد

پروفسور لطفی زاده اینطور استدلال کرد که بشر به ورودیهای اطلاعاتی دقیق نیازی ندارد بلکه قادر است تا کنترل تطبیقی را به صورت بالایی انجام دهد. پس اگر ما کنترل کننده‌های فیدبک را در سیستم‌ها طوری طراحی کنیم که بتواند داده‌های مبهم را دریافت کند، این داده‌ها میتوانند به طور ساده تر و موثرتری در اجرا به کار برده شوند.

با این تعاریف منطق فازی دارای این قدرت است که در تنظیم سیستم‌ها از میکروکنترلرهای ساده و کوچک و های چندکاناله شبکه شده بزرگ یا سیستم‌های کنترلی به کار برده شود. این منطق PC جاسازی شده گرفته تا دارای قدرت اجرایی در سخت افزار، نرم افزار یا ترکیبی از هر دوی اینهاست. در واقع منطق فازی راه ساده‌ای را برای رسیدن به یک نتیجه قطعی و معین بر پایه اطلاعات ورودی ناقص، خطا دار، مبهم و دوپهلو فراهم میکند. منطق فازی یک قانون ساده بر مبنای

" IF x And y THEN z "

را بیان میکند

به عنوان مثال به جای برخورد با اصطلاحاتی نظیر

"SP=500F" ، "210<TEMP<220" ، "T<1000F" ،

اصطلاحاتی نظیر

"IF (process is too cool) AND (process is getting colder) THEN

(Add heat to the process) "

Or

"IF (process is too hot) AND (process is heating rapidly) THEN

(Cool the process quickly)"

به کار برده شود

درست مثل کاری که در هنگام دوش گرفتن انجام می دهیم: در صورتی که آب خیلی سرد یا خیلی گرم باشد بدون اینکه از درجه دقیق آب اطلاعی داشته باشیم تنها بر اساس پردازش انجام شده در مغز به کمک دریافت دمای هوا از طریق حسگرهای پوست با کمی سختی کشیدن آب را به سرعت به دمای دلخواه در می آوریم

یا آنکه میتوانیم در یک اتاق به اشیاء گوناگونی نگاه کنیم و تصمیم بگیریم کدامیک بیشتر شبیه صندلی است و یا به ویا کدامیک بیشتر شبیه گاندی است. منطق فازی قادر به John Wayne مردم نگاه کنیم و بگوییم کدامیک شبیه تقلید اینگونه رفتارها اما با سرعت بسیار بالایی است. از طرفی باید به این نکته هم توجه کنیم که تمامی سیستم های طبقه بندی ساخته ذهن انسان هستند و برچسب درست تا زمانی به یک سیستم طبقه بندی نسبت داده میشود که سیستم کنترلی دیگر آن را رد نکند مثلا در تئوری نسبیت دیگر درست نیست بگوییم زمین دور خورشید میگردد پس

خورشید هم دور زمین می گردد

با به عنوان مثال دیگر، کشف موجودی عجیب در استرالیا که پلاتی پوس نامیده می شود بر خلاف پستانداران با این تعاریف می توان گفت که منطق! دیگر همانند خزندگان تخم میگذارد و جوجه های جوان را شیر می دهد فازی یک تکنولوژی کنترلی بسیار قدرتمند است که به جای ساختن یک حصار در اطراف یک طبقه بندی سعی دارد آن را به گونه ای توصیف کند که به ایده نزدیک تر است

متغیر های زبان شناختی :

از " دمای هوا امروز پایین است" یا " هنگامیکه می گوئیم " امروز سرد است : مجدداً مثال اولیه را برزسی کنیم استفاده کرده ایم به این معنی که متغیر دمای هوای امروز واژه " پایین " برای توصیف " دمای هوای امروز پایین " را به عنوان مقدار خود پذیرفته است "

واضح است که متغیر " دمای هوای امروز " میتواند مقادیری نظیر 3° ، 10° ، 8° ، 24° و... را اختیار کند هنگامیکه یک متغیر، اعداد را به عنوان مقدار بپذیرد ما یک چهارچوب ریاضی مشخص برای فرموله کردن آن داریم اما هنگامیکه متغیر واژه ها را به عنوان مقدار میگیرد در آن صورت چهارچوب مشخص برای فرموله کردن آن در تئوری ریاضیات کلاسیک نداریم

: در واقع در سیستم های عملی اطلاعات مهم از دو منبع سرچشمه می گیرند یکی از منابع افراد خبره که دانش و آگاهی شان را در در مورد سیستم با زبان طبیعی تعریف میکنند و منبع دیگر اندازه گیری ها و مدل های ریاضی هستند که از قواعد فیزیکی مشتق شده اند. بنابر این یک مساله مهم ترکیب این دو نوع اطلاعات در طراحی سیستم هاست. برای انجام این ترکیب سوال کلیدی این است که چگونه می توانیم دانش بشری را به یک فرمول ریاضی تبدیل کنیم ؟

برای اینکه چنین چهارچوبی به دست آوریم مفهوم متغیر های زبانی تعریف شده است. در صحبت های عامیانه اگر یک متغیر بتواند واژه هایی از زبان طبیعی را به عنوان مقدار بپذیرد یک متغیر زبان شناختی نامیده میشود

برای فرموله کردن واژه ها در گزاره های ریاضی از مجموعه های فازی برای مشخص کردن واژه ها استفاده میکنیم و تعریف میکنیم: " اگر یک متغیر بتواند واژه هایی از زبان طبیعی را به عنوان مقدار خود بپذیرد آنگاه متغیر زبان شناختی نامیده میشود که واژه ها بوسیله مجموعه های فازی در محدوده ای که متغیر ها تعریف شده

. اند مشخص می گردد

در واقع یکی از ویژگی های منطق فازی در استفاده از ساختار قانون پایه منطق فازی است که در طی آن مسائل تبدیل میشوند که پاسخ گوی خروجی مطلوب سیستم برای شرایط $IF\ x\ And\ Y\ THEN\ z$ کنترلر لی به یک سری قوانین ورودی داده شده به سیستم می باشد. این قوانین ساده و آشکار برای توصیف پاسخ دهی مطلوب سیستم با اصطلاحاتی از متغیرهای زبان شناختی به جای فرمول های ریاضی استفاده می شوند

نکته جالب اینجاست که اگرچه سیستم های فازی پدیده های غیر قطعی و نامشخص را توصیف می کند با این حال تئوری فازی یک تئوری دقیق می باشد

اجزای ابتدایی و اصول اولیه تئوری مجموعه فازی

یا مبدل فازی، متغیرهای با مقادیر حقیقی به یک مجموعه فازی تبدیل شده از طریق ماشین Fuzzier در قسمت منتقل شده که یک مجموعه فازی را به یک Defuzzier رابط فازی و قوانین پایه نتایج به قسمت غیر فازی ساز یا متغیر با مقدار حقیقی تبدیل می کند. به بیان دیگر اطلاعات ورودی اغلب مقادیری پیچیده اند و این اعداد به مجموعه های فازی تبدیل می گردند. مدل ها بر اساس منطق فازی شامل قوانین اگر، آنگاه تفسیر می گردند. حقیقت آن است که بعد از عبارت اگر یک منطق مقدم بیان می گردد و بر اساس آن ما حقیقت دیگر را مورد بررسی قرار می دهیم که بعد از آنگاه می آید و در آن نتیجه کار توضیح داده می شود. در واقع منطق فازی تجربه و دانش انسانی را به صورت ترکیبی از اعداد در مقابل وی قرار می دهد و او را قادر می سازد تا تصمیمی بر اساس ریاضیات و منطق بگیرد

نتیجه گیری

Fuzzy در پاسخ به چستی منطق فازی یا منطق نادقیق شاید ساده ترین پاسخ بر اساس شنیده ها این باشد که یک نوع منطق برنامه نویسی است که روش های نتیجه گیری در مغز بشر را جایگزین می Fuzzy Theory یا Logic کند. منطق فازی در واقع با استفاده از مجموعه ای از معلومات نادقیق که با الفظ و جملات زبانی تعریف شده اند به دنبال استخراج نتایج دقیق است

منطق فازی تکنولوژی جدیدی است که شیوه های مرسوم برای طراحی و مدل سازی یک سیستم را که نیازمند

ریاضیات پیشرفته و نسبتاً پیچیده است با استفاده از مقادیر و شرایط زبانی و یا به عبارتی دانش فرد خبره ، و با هدف ساده سازی و کارآمد تر شدن طراحی سیستم جایگزین و یا تا حدود زیادی تکمیل می نماید

علیرغم اینکه منطق فازی بر پایه ریاضیات پیشرفته و پیچیده قرار دارد یادگیری آن بسیار آسان است. از نظر تئوری هر سیستمی که توسط منطق فازی طراحی شده باشد توسط سایر تکنیک های پیاده سازی مرسوم نیز قابل پیاده سازی است اما ممکن است این شیوه ها نسبت به منطق فازی پیچیده و مشکل تر باشند