به نام خدا

سایت کنکوری ها

www.konkuryha.ir

دانلود سوالات و پاسخ تشـــریحی کنکور سراســری تمامی رشته ها

دانلود رایگان برترین جزوات آموزشی از اساتید برتر کشور

دانلود سوالات و پاسخ تشریحی کنکورهای آزمایشی

گاج،قلمچی،گزینه دو،سنجش و...

دانلود برنامه های فرصت برابر

منتظر خدمات جدید سایت باشید

فصل اول: آمار

در آمار، ویژگی خاصی را در یک جامعه بررسی می‌کنیم. به تعداد اعضای جامعه، حجم یا اندازه‌ی جامعه می‌گوییم. البته همه افراد جامعه را بررسی نمی‌کنیم (سرشماری نمی‌کنیم)، فقط یک نمونه از افراد را بر می‌داریم. که شامل گروه کوچکی از اعضاست که به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند و نمایانگر خصوصیات باشد.

این ویژگی می تواد کمی یا کیفی باشد. ویژگیهای کمی قابل اندازه گیری یا شمارش هستند و عدد هستند.

ویژگیهای کیفی، عدد نیستند و به صورت کلمه معرفی می شوند.

انواع داده
- کمی
  - پیوسته: مثلاً قد، وزن، هزینه، مدت زمان، میزان آلودگی هوا
  - گسسته (شمارشی): تعداد نفرات، طبقات ساختمان
- کیفی
  - اسمی: رنگ، گروه خون، نوع گشت، نوع شغل، جنسیت
  - ترتیبی: مراحل رشد، میزان تحصیلات، روزهای هفته

دسته بندی

برای مطالعه‌ی آسان یک جامعه، داده‌هایی که همگن و از نظر مطالعاتی شبیه اند، دسته بندی می‌کنیم برای طبقه‌بنـدی داده‌هـا، دامنـه تغییـرات (طول بازه‌ی تغییر متغیر) را حساب می‌کنیم:

$$\underset{\text{دامنه تغییرات}}{R} = \underset{\text{بیشترین داده}}{\max} - \underset{\text{کمترین داده}}{\min}$$

تعداد دسته ها n تا است و طول هر دسته c است:

$$C = \frac{R}{n}$$

دسته اول از a_1 تا $a_1 + c$ است. دسته دوم از $a_1 + c$ تا $a_1 + 2c$ و ...

انتهای دسته‌ها : $b_1 \quad b_2 \quad b_3$

ابتدای دسته‌ها: $a_1 \underbrace{\quad}_{c} a_2 \underbrace{\quad}_{c} a_3 \underbrace{\quad}_{c} a_4$

هر دسته به صورت $[\underset{\substack{\text{حد پایین}\\\text{(کران پایین)}}}{a_i} \,,\, \underset{\substack{\text{حد بالا}\\\text{(کران بالا)}}}{b_i})$ است.

مرکز این دسته برابر $x_i = \frac{a_i + b_i}{2}$ است:

$$a_i \overbrace{\qquad}^{\frac{c}{2}} x_i \overbrace{\qquad}^{\frac{c}{2}} b_i$$

نکته: اگر داده ها را a برابر کنیم، دامنه تغییرات $|a|$ برابر می‌شود.

اگر داده ها را b تا زیاد کنیم، دامنه تغییرات فرقی نمی‌کند.

خب حالا یه مثال عددی می زنیم که خوب متوجه شین:

۳ , ۹ , ۱۱ , ۴ , ۱ , ۷ , ۷ , ۴ , ۲ , ۲

می‌خواهم در ۲ دسته قرار بگیرن. $C = \frac{10}{2} = 5$

$$\underset{\text{دامنه تغییرات}}{R} : \underset{\text{بیشترین داده}}{\max} - \underset{\text{کمترین داده}}{\min} = 11 - 1 = 10$$

۱. **در کدام بررسی، اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه است؟**

۱) نمونه ی تصادفی ۲) دسته بندی ۳) سرشماری ۴) متغیر کیفی

یادتون می‌یاد که گفتیم که اگر همه‌ی افراد جامعه و مطالعه شوند می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم.

○●○○

---

۲. **گروه خونی افراد، متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟**

۱) کمی پیوسته ۲) کیفی اسمی ۳) کیفی ترتیبی ۴) کمی گسسته

○○●○

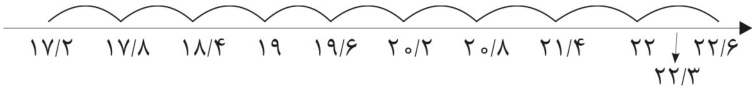
۳. **کوچک ترین و بزرگ ترین داده های آماری ۱۷/۲ و ۲۲/۶ هستند. اگر کران پایین دسته ی دوم ۱۷/۸ باشد، مرکز دسته ی آخر کدام است؟**

۱) ۲۱/۷ ۲) ۲۱/۸ ۳) ۲۲/۳ ۴) ۲۲/۴

کران پایین دسته اول، همان کوچکترین داده است. پس $a_1 = ۱۷/۲$ و $a_2 = ۱۷/۸$ بنابراین طول دسته ها $c = a_2 - a_1 = ۰/۶$ است. مرکز دسته آخر برابر است با:

$$x_n = b_n - \frac{c}{۲} = ۲۲/۶ - ۰/۳ = ۲۲/۳$$

این شکل را هم ببینید!



○●○○

۴. **داده های آمار در ۹ طبقه به طول دسته ی ۴، دسته بندی شده اند. اگر ۸ داده بین چارک اول و سوم به آن ها اضافه شود و یک واحد از طول دسته کم کنیم، در دسته بندی جدید تعداد دسته ها کدام است؟** (ریاضی ۸۷)

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

اضافه کردن داده ها بین چارک اول و سوم، دامنه تغییرات را عوض نمی کند.

پس: $R_1 = R_2 = ۹ \times ۴ = ۳۶$

اما طول دسته یک واحد کم شده: $c_2 = ۴ - ۱ = ۳$

پس: $n_2 = \frac{R_2}{c_2} = \frac{۳۶}{۳} = ۱۲$

○●○○

فراوانی‌ها

فراوانی (مطلق): تعداد داده‌های دسته i را با f_i نشان می‌دهیم.

مجموع f_i ها فراوانی کل است: $\sum f_i = N$

فراوانی نسبی: فراوانی مطلق تقسیم بر تعداد کل:

$$\text{فراوانی نسبی} = \frac{f}{N}$$

مجموع فراوانی‌های نسبی ۱ است.

در صد فراوانی نسبی: فراوانی تقسیم بر کل ضرب در ٪۱۰۰ یا فراوانی نسبی ضرب در ٪۱۰۰

$$p = \frac{f}{N} \times ۱۰۰\ \%$$

مجموع فراوانی های درصدی هم ٪۱۰۰ است.

فراوانی تجمعی: فراوانی ها از طبقه اول تا آن طبقه را با هم جمع می‌کنیم.

$f_1 =$ فراوانی تجمعی دسته اول، $f_1 + f_2 =$ فراوانی تجمعی دسته دوم،

$f_1 + f_2 + f_3 =$ فراوانی تجمعی دسته سوم، $f_1 + f_2 + \cdots + f_n = N$ فراوانی تجمعی دسته آخر = تعداد کل داده ها

نکته: اگر فراوانی های تجمعی را داشته باشیم، برای بدست آوردن فراوانی مطلق باید هر فراوانی تجمعی را منهای فراوانی دسته قبل کنیم.

۵. **دانش آموزان یک مدرسه با سال تولد یکسان را وزن کسی کرده و عدد صحیح وزن آنان را یادداشت کرده ایم. چند درصد آنان کم تر از ۵۰ وزن دارند.**

وزن	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱
تعداد	۸	۹	۱۲	۱۵	۶	۵

۱) ۷۲ ۲) ۷۵
۳) ۷۸ ۴) ۸۰

در واقع باید فراوانی تجمعی درصدی را برای دسته ی چهارم حساب کنیم:

$$\text{درصد وزن های کمتر از ۵۰} = \frac{۸+۹+۱۲+۱۵}{۸+۹+۱۲+۱۵+۶+۵} \times ۱۰۰ = \frac{۴۴}{۵۵} \times ۱۰۰ = ۸۰$$

●○○○

۶. **کوچک ترین و بزرگ ترین داده های آماری ۳۱ و ۵۲ می باشد. این داده ها در ۷ دسته، دسته بندی شده اند. ۳۷ درصد داده‌ها کم تر از ۴۰ و ۴۸ درصد آن ها مساوی یا بیشتر از ۴۳ می باشد. اگر فراوانی کل ۸۰ باشد، فراوانی دسته ی وسط کدام است؟**

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

دامنه تغییرات ۲۱=۳۱−۵۲ است و برای ۷ دسته، طول هر دسته باید $۳=\frac{۲۱}{۷}$ باشد. حدود دسته ها عبارتند از:

$$\underbrace{۳۱-۳۴-۳۷-۴۰}_{\text{۳۷ درصد داده‌ها}}-\underbrace{۴۳-۴۶-۴۹-۵۲}_{\text{۴۸ درصد داده‌ها}}$$

حالا با توجه به درصدهایی که سوال داده، باید ۱۰۰−(۳۷+۴۸) یعنی ۱۵ درصد داده‌ها بین ۴۳ و ۴۰ باشند:

$$\frac{۱۵}{۱۰۰}\times ۸۰=۱۲$$

○○●○

---

۷. داده‌های جدول زیر، داده‌های آماری پیوسته است. چند درصد داده‌ها در فاصله‌ی [۱۸/۵−۲۱/۵) قرار دارند؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۵

۳) ۳۰ ۴) ۴۰

مرکز دسته	۱۴	۷	۲۰	۲۳	۲۶
فراوانی تجمعی	۵	۱۳	۲۵	۳۴	۴۰

باید این جدول را تغییر بدهیم. به جای مرکز دسته، حدود دسته را می‌گذاریم و به جای فراوانی تجمعی، فراوانی‌های مطلق را می‌نویسیم:

حدود دسته	۱۲/۵−۱۵/۵	۱۵/۱۵−۱۸/۵	۱۸/۵−۲۱/۵	۲۱/۵−۲۴/۵	۲۴/۵−۲۷/۵
فروانی مطلق	۵	۸	۱۲	۹	۶

درصد داده‌های طبقه‌ی ۱۸/۵−۲۱/۵ برابر است با:

$$\frac{۱۲}{۴۰}\times ۱۰۰=۳۰$$

○●○○

---

۸. در جدول فراوانی تجمعی داده‌های دسته‌بندی شده‌ی روبه‌رو اگر درصد فراوانی نسبی دسته‌ی وسط ۲۴ باشد، فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم کدام است؟ (ریاضی ۸۵)

۱) ۱۴ ۲) ۱۵

۳) ۶ ۴) ۱۷

حدود دسته	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
فراوانی تجمعی	۵	۱۴	a	۴۱	۵۰

$$\text{درصد فراوانی}=\frac{f}{N}\times ۱۰۰$$

از جدول، فراوانی دسته وسط برابر $a-۱۴$ و فراوانی کل ۵۰ است، پس:

$$۲۴=\frac{a-۱۴}{۵۰}\times ۱۰۰\Rightarrow a-۱۴=۱۲\Rightarrow a=۲۶$$

فراوانی مطلق دسته چهارم برابر است با:

$$f_۴=۴۱-a=۴۱-۲۶=۱۵$$

○○●○

نمودارها (شاخص‌های هندسی)

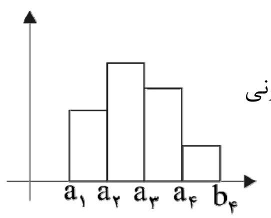
نمودار ستونی (مستطیلی): برای داده‌های پیوسته مناسب است. برای هر دسته، مستطیلی رسم می‌کنیم کـه بـه شـکل $\}$ فراوانـی اسـت. (طول دسته)

سطح مستطیل متناسب با فراوانی است.

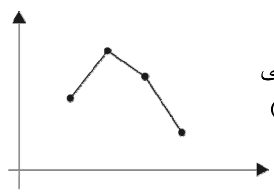
نمودار میله‌ای: برای داده‌های گسسته و کیفی مناسب است. در واقع برای مرکز دسته‌ها است.

میله‌ها به شکل $f_i\{$ (x_i) هستند و عرض نقاط انتهای میله‌ها، برابر فراوانی است.

نمودار چند ضلعی: نقاط انتهای میله‌ها را به هم وصل می‌کنیم. این نمودار تغییرات متغیر را بهتر نشان می‌دهد. اگر در دو سر نمـودار میلـه‌ای، بـا فراوانی صفر (روی محور افقی) بگذاریم، مساحت زیر آن با نمودار ستونی برابر می‌شود.

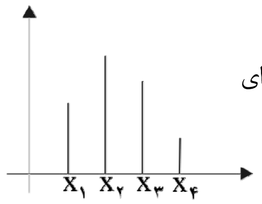


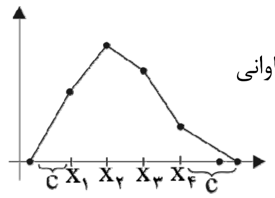
ستونی



چند ضلعی

(چند بر)





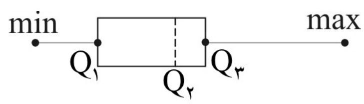
نمودار دایره‌ای: به هر طبقه، قسمتی از دایره، نسبت می‌دهیم که زاویه‌ی آن $\theta = \frac{f}{N} \times 360^\circ$ است. ترتیب قرار گرفتن نواحی مهم نیست و جمع زاویه‌ها باید 360° شود.

نمودار ساقه و برگ

ساقه شامل یک یا چند رقم مشترک سمت چپ داده‌ها می‌باشد و برگ شامل ارقام باقی‌مانده‌ی اعداد است. جلوی هر ساقه، برگ‌های آن را به ترتیب از کم به زیاد می‌نویسیم. این نمودار تمام داده‌ها را در خودش دارد.

نمودار جعبه‌ای

در این نمودار، بیشترین و کمترین داده و چارک‌ها را نشان می‌دهیم:



داده‌های بین چارک اول و سوم، درون جعبه هستند.

۹. در توزیع فراوانی داده‌های پیوسته، کدام نمودار مناسب است؟

۱) مستطیلی ۲) چند بر فراوانی ۳) میله‌ای ۴) دایره‌ای

هرچه داده‌ها به هم نزدیک‌تر باشند نمودار چندبر فراوانی از حالت منحنی شکسته به یک منحنی معمولی تبدیل شده و نمودار گویاتر خواهد بود در حالی که نمودارهای مستطیلی، دایره‌ای، میله‌ای به علت نزدیکی داده‌ها استخراج داده‌ها از روی نمودار مشکل‌تر است.

○○●○

۱۰. در داده‌های آماری دسته‌بندی شده، مساحت نمودار مستطیلی آن را S و سطح زیر نمودار چند بر فراوانی را که دو سر آن بر روی محور افقی باشد، S' می‌نامیم. نسبت $\frac{S}{S'}$ چگونه است؟

۱) کوچک‌تر از ۱ ۲) بزرگ‌تر از ۱ ۳) برابر ۱ ۴) اظهارنظر نمی‌توان کرد.

مساحت زیر نمودار مستطیلی با مساحت زیر نمودار چند بر تکمیل شده برابر است:

$S = S' = C\sum fi = CN$ تعداد کل داده‌ها
طول دسته

○●○○

۱۱. در دسته‌بندی داده‌های آماری پیوسته، دسته اول ۱۳−۱۰ و تعداد دسته‌ها ۴ تا است. اگر مساحت زیر نمودار چند بر فراوانی با مساحت زیر نمودار مستطیلی برابر باشد. طول اولین و آخرین نقطه نمودار چند بر کدام است؟

۱) ۱۴/۵,۱۱/۵ ۲) ۷,۲۵ ۳) ۲۲−۱۰ ۴) ۸/۵,۲۳/۵

دسته‌ها عبارتند از: $C = ۳ \Rightarrow ۱۰-۱۳ \quad ۱۳-۱۶ \quad ۱۶-۱۹ \quad ۱۹-۲۲$

مرکزها: ۱۱/۵ ۱۴/۵ ۱۷/۵ ۲۰/۵

باید در داده با فراوانی صفر در ابتدا و انتهای بگذاریم: ۸/۵ , ۱۱/۵ , ۱۴/۵ , ۱۷/۵ , ۲۰/۵ , ۲۳/۵

−۳ +۳

●○○○

۱۲. در جدول فراوانی داده‌های پیوسته و دسته‌بندی شده، دو نقطه‌ی (۲۱,۴۲) و (۲۴,۵۱) متوالیاً از نمودار فراوانی تجمعی است. کدام نقطه در رسم چند بر فراوانی، به کار می‌رود؟ (ریاضی ۸۸)

۱) (۲۱,۵۱) ۲) (۲۲/۵,۹) ۳) (۲۲/۵,۴۲) ۴) (۲۴,۹)

طول نقطه‌ها، مرکز دسته است و عرض نقطه‌ها فراوانی تجمعی است.

پس مرکز دو دسته متوالی ۲۱ و ۲۴ و فراوانی تجمعی آن‌ها ۴۲ و ۵۱ است. فراوانی مطلق دسته دوم برابر است با: ۵۱ − ۴۲ = ۹

و نقطه (۲۴,۹) در نمودار چند بر می‌آید.

●○○○

۱۳. **داده‌های آماری در ۹ طبقه دسته‌بندی شده‌اند، فراوانی تجمعی نسبی در دسته‌ی چهارم و پنجم به ترتیب ۰/۲۸ و ۰/۴۰ است. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی پنجم چند درجه است؟** (ریاضی ۸۶)

۱) ۴۰/۵ ۲) ۴۱/۴ ۳) ۴۲/۶ ۴) ۴۳/۲

اگر فراوانی تجمعی نسبی در طبقه را از هم کم کنیم، فراوانی نسبی به دست می‌آید:

$$\frac{f}{N}=۰/۴۰-۰/۲۸=۰/۱۲\Rightarrow \theta=\frac{f}{N}\times ۳۶۰^\circ=۰/۱۲\times ۳۶۰^\circ=۴۳/۲^\circ$$

●○○○

۱۴. **در نمودار ساقه و برگ مقابل x چه اعدادی می‌تواند باشد؟** (کتاب درسی)

۱) ۲، ۳، ۴ ۲) ۳، ۴ ۳) فقط ۴ ۴) ۴ یا ۵

ساقه	برگ			
۷	۲	x	۵	۶
۸	۷	۹		
۹	۲	۴	x	

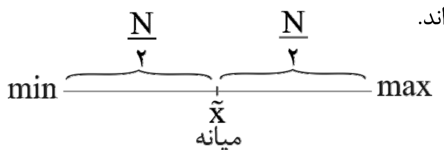
باید $۲\le x\le ۵$ و $x\ge ۴$ باشد (برگ‌ها ترتیب صعودی دارند) پس ۵ یا $x=۴$

●○○○

شاخص‌های مرکزی (میانه، مد، میانگین)

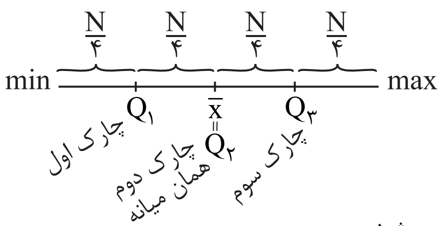
مُد داده‌ی است که بیش‌ترین فراوانی (بیشترین طول میله، زاویه نمودار دایره‌ای، ارتفاع ستون) را داشته باشد.

میانه داده‌ای است که در وسط قرار می‌گیرد. نصف داده‌ها از میانه بیشتر و نصف دیگر از آن کم‌تراند.



وقتی تعداد داده‌ها زوج باشد، معدل دو داده‌ی وسط را به عنوان میانه می‌گیریم.

چارک‌ها، میانه‌ی هر نیمه هستند:



** اگر داده‌های x را a برابر و با b جمع کنیم، شاخص‌های مرکزی هم a برابر و با b جمع می‌شوند.

میانگین برابر است با مجموع داده‌ها تقسیم بر تعداد آن‌ها:

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{N}=\frac{x_۱+x_۲+\cdots+x_n}{N}$$

اگر داده‌ها فراوانی (وزن) داشته باشند:

$$\bar{x}=\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}=\frac{f_۱x_۱+f_۲x_۲+\cdots}{f_۱+f_۲+\cdots}$$

f ها می‌توانند فراوانی مطلق یا نسبی یا درصدی باشند.

نکته: مجموع مقادیر تفاضل داده‌ها از میانگین، یعنی $\sum f_i(x_i-\bar{x})$، صفر است. در روش میانگین حدسی، یک عدد حدس می‌زنیم و از هم داده‌ها کم می‌کنیم و از جواب این تفریق‌ها معدل می‌گیریم و به حدس اضافه می‌کنیم.

برای داده‌هایی که دنباله عددی می‌سازند:

$$\bar{x}=\tilde{x}=\frac{x_۱+x_N}{۲}$$

یعنی میانه و میانگین، معدل اولی و آخری هستند.

۱۵. **داده‌های آماری با یک رقم اعشار با نمودار ساقه و برگ داده شده‌اند. میانگین آن‌ها کدام است؟**

۱) ۹/۰۵ ۲) ۹/۰۶ ۳) ۹/۰۷ ۴) ۹/۰۸

ساقه	برگ
۸	۰ ۰ ۱ ۲ ۲ ۵ ۶ ۷
۹	۰ ۱ ۲ ۳ ۳ ۴ ۵ ۵
۱۰	۱ ۱ ۲ ۲

باید داده‌ها را جمع و بر تعدادشان تقسیم کنیم. اما برای اینکه سرعت بیشتر بشود، ساقه‌ها را با هم و برگ‌ها با هم جمع می‌کنیم. مثلاً در سطر اول جدول، ۸ تا ساقه‌ی ۸ داریم و جمع برگ‌ها هم $۰/۷+۰/۶+۰/۵+۰/۲+۰/۲+۰/۱+۰+۰$ یعنی $۲/۳$ است:

$$\bar{x}=\frac{۸\times۸+۲/۳+۸\times۹+۲/۳+۴\times۱۰+۰/۶}{۲۰}=\frac{۶۴+۷۲+۴۰+۵/۲}{۲۰}=\frac{۱۸۱/۲}{۲۰}=۹/۰۶$$

○○●○

۱۶. در داده‌های ۱۸,۱۴,۱۶,۲۰,۲۴,۱۵,۱۴,۱۲,۲۶,۲۱,۲۰,۲۵ میانگین «داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم» کدام است؟

۱) ۱۸/۲۵ ۲) ۱۸/۳۳ ۳) ۱۸/۶۶ ۴) ۱۸/۷۵

باید داده‌ها را مرتب کنیم تا چارک‌ها را به دست بیاوریم:

$$۱۲,۱۴,\ \underbrace{۱۴,۱۵}_{Q_1=۱۴/۵},\ ۱۶,۱۸\ \underset{Q_2}{,}\ ۲۰,۲۰,\ \underbrace{۲۱,۲۴}_{Q_3=۲۲/۵},\ ۲۵,۲۶$$

داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم عبارتند از: ۱۵,۱۶,۱۸,۲۰,۲۰,۲۱

اگر میانگین را ۱۸ حدس بزنیم:

$$\bar{x}=۱۸+\frac{-۳-۲+۰+۲+۲+۳}{۶}=۱۸+\frac{۱}{۳}=۱۸/۳۳$$

○○●○

۱۷. در جدول فراوانی مقابل، میانگین به صورت $\bar{x}=۱۲+۲\bar{a}$ محاسبه شده است. $\bar{a}$ کدام است؟ **(ریاضی ۸۸)**

x	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
f	۲	۵	۵	۹	۳

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۳۶

۳) ۰/۵۴ ۴) ۰/۴۵

از میانگین حدس می‌زویم، حدسمان هم ۱۲ است:

$$\bar{x}=۱۲+\frac{۲(-۴)+۵(-۲)+۵(۰)+۹(۲)+۳(۴)}{۲+۵+۵+۹+۳}=۱۲+\frac{۱۲}{۲۴}=۱۲/۵=۱۲+۲\bar{a}\Rightarrow\bar{a}=۰/۲۵$$

○○○●

۱۸. در جدول فراوانی داده‌های دسته‌بندی شده‌ی روبه‌رو، اگر به تمام داده‌ها ۱/۵ واحد اضافه شود. میانگین داده‌های جدید، برابر ۱۰ می‌شود. فراوانی دسته‌ی سوم کدام است؟

حدود دسته	۱−۵	۵−۹	۹−۱۳	۱۳−۱۷
فراوانی	۴	۵	a	۳

۱) ۳ ۲) ۴

۳) ۵ ۴) ۶

وقتی به تمام داده‌ها ۱/۵ واحد اضافه کردیم، میانگین ۱۰ شده است.

پس میانگین داده‌های فعلی (قبل از اضافه کردن) ۸/۵ بود: (۱۵,۱۱,۷,۳ مرکز دسته‌اند)

$$\frac{۴\times۳+۵\times۷+a\times۱۱+۳\times۱۵}{۴+۵+a+۳}=۸/۵\Rightarrow\frac{۱۲+۳۵+۱۱a+۴۵}{۱۲+a}=۸/۵\Rightarrow۹۲+۱۱a=۱۰۲+۸/۵a$$

$$\Rightarrow۲/۵a=۱۰\Rightarrow a=۴$$

○○●○

۱۹. جدول زیر مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی شده را مشخص می‌کند. فراوانی مطلق در دسته‌ی ششم چه‌قدر است؟

انحراف از میانگین	−۴	−۲	−۱	۰	۱	۲	۳
فراوانی مطلق	۵	۱۱	۹	۴	۸	x	۳

۱) ۱۴ ۲) ۱۵

۳) ۱۶ ۴) ۱۷

مجموع انحراف از میانگین‌ها باید صفر باشد:

$$۵\times(-۴)+۱۱\times(-۲)+۹\times(-۱)+۴\times۰+۸\times۱+x\times۲+۳\times۳=۰$$

$$\Rightarrow-۲۰-۲۲\cancel{-۹}+۰+۸+۲x\cancel{+۹}=۰\Rightarrow۲x-۳۴=۰\Rightarrow x=۱۷$$

●○○○

۲۰. در داده‌های جدول مقابل میانگین کدام است؟

حدود دسته	۱−۳	۴−۶	۷−۹	۱۰−۱۲
فراوانی تجمعی نسبی	۰/۱	۰/۴	۰/۶	۱

۱) ۷/۵ ۲) ۷/۶

۳) ۷/۷ ۴) ۷/۴

میانگین برابر است با: $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

جدول را با مرکز دسته و فراوانی نسبی می‌نویسیم:

x	۲	۵	۸	۱۱
فراوانی نسبی	۰/۱	۰/۳	۰/۲	۰/۴
		۰/۴−۰/۱	۰/۶−۰/۴	۱−۰/۶

$$\bar{x}=\frac{۰/۱\times ۲+۰/۳\times ۵+۰/۲\times ۸+۰/۴\times ۱۱}{۱}=۷/۷$$

○●○○

۲۱. میانگین چند داده برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده‌های حاصل را سه برابر کرده‌ایم. میانگین داده‌های نهایی کدام است؟

۱) ۴۵ ۲) ۷۰ ۳) ۱۳۵ ۴) ۱۵۹

گفتیم $\overline{ax+b}=a\bar{x}+b$، پس:

$$\overline{۳(x-۱۲)}=۳(\bar{x}-۱۲)$$
$$=۳(۵۷-۱۲)=۱۳۵$$

○●○○

شاخص‌های پراکندگی

واریانس:

$$S^۲=\sigma^۲=\frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^۲}{\sum f_i}=\frac{\sum (x_i-\bar{x})^۲}{N}$$

برجسب مجموع مربعات داده‌ها: $S^۲=\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum x_i^۲-\bar{x}^۲$

انحراف معیار: جذر واریانس است:

$$\sigma=S=\sqrt{\frac{\sum (x_i-\bar{x})^۲}{N}}$$

ضریب تغییرات: برای مقایسه پراکندگی دو گروه $cv=\frac{S}{x}$ (واحد ندارد)

اگر داده‌ها دنباله حسابی بسازند $(x_۱ \overset{+d}{\frown} x_۲ \overset{+d}{\frown} x_۳ \cdots x_N)$ داریم:

$$S^۲=\frac{N^۲-۱}{۱۲}d^۲$$

نکته: اگر تمام داده‌ها را a برابر و با b جمع کنیم.

$S^۲ \to a^۲ s^۲$

$S \to |a| s$

$R \to |a| R$

۲۲. در داده‌های ۷، ۱، ۱، ۱، ۱ و ۱ انحراف معیار کدام است؟

۱) $\sqrt{\frac{۵}{۳}}$ ۲) $\sqrt{\frac{۱۰}{۳}}$ ۳) $\sqrt{\frac{۵}{۶}}$ ۴) $\sqrt{۵}$

میانگین: $\bar{x}=\frac{۱+۱+۱+۱+۱+۷}{۶}=\frac{۱۲}{۶}=۲$

$$S=\sqrt{\frac{۵(۱-۲)^۲+۱(۷-۲)^۲}{۶}}=\sqrt{\frac{۵+۲۵}{۶}}=\sqrt{۵}$$

●○○○

۲۳. واریانس داده‌های آماری دسته‌بندی شده در جدول مقابل، کدام است؟

۱) ۵/۴ ۲) ۵/۶ ۳) ۶/۲ ۴) ۶/۴

مرکز دسته	۱	۳	۵	۷	۹
فراوانی	۲	۷	۳	۵	۳

اول میانگین:
$$\overline{x}=\frac{۲\times۱+۷\times۳+۳\times۵+۵\times۷+۳\times۹}{۲+۷+۳+۵+۳}=\frac{۲+۲۱+۱۵+۳۵+۲۷}{۲۰}=۵$$

حالا واریانس:
$$S^۲=\frac{۲(۱-۵)^۲+۷(۳-۵)^۲+۳(۵-۵)^۲+۵(۷-۵)^۲+۳(۹-۵)^۲}{۲۰}$$
$$=\frac{۳۲+۲۸+۰+۲۰+۴۸}{۲۰}=\frac{۱۲۸}{۲۰}=۶/۴$$

●○○○

۲۴. در داده‌های آماری با نمودار ساقه و برگ مقابل، واریانس داده‌های کم‌تر از مد و بیشتر از میانه، کدام است؟

ساقه	برگ
۲	۰ ۲ ۳ ۵ ۶ ۸
۳	۲ ۴ ۶ ۷ ۹
۴	۴ ۵ ۵ ۶

۱) ۸/۵
۲) ۹
۳) ۹/۵
۴) ۱۰

داده‌ها را بنویسیم:
$$۲۰,۲۲,۲۳,۲۵,۲۶,۲۸,۳۲,\underbrace{۳۴}_{\tilde{x}},۳۶,۳۷,۳۹,۴۴,\underbrace{۴۵,۴۵}_{\text{مد}},۴۶$$

داده‌های بیشتر از میانه و کمتر از مد: $۳۶,۳۷,۳۹,۴۴$

میانگین را حدس می‌زنیم:
$$\overline{x}=۳۹+\frac{-۳-۲+۰+۵}{۴}=۳۹$$
$$S^۲=\frac{(-۳)^۲+(-۲)^۲+۰^۲+۵^۲}{۴}=\frac{۹+۴+۲۵}{۴}=\frac{۳۸}{۴}=۹/۵$$

○●○○

۲۵. اگر داده‌های آماری ۱۴,۱۸,۱۵,۱۲,۱۱,۹,۱۴,۱۶,۱۷,۱۵,۱۱ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم. انحراف معیار داده‌های داخل جعبه تقریبا برابر کدام است؟

۱) ۱/۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۰/۳

داده‌ها را به ترتی می‌نویسیم:
$$۹,۱۱,\underbrace{۱۱}_{Q_۱},۱۲,۱۴,\underbrace{۱۴}_{Q_۲},۱۵,۱۵,\underbrace{۱۶}_{Q_۳},۱۷,۱۸$$

پس داده‌های داخل جعبه ۱۲,۱۴,۱۴,۱۵,۱۵ هستند. میانگین برابر ۱۴ است و داریم:
$$S=\sqrt{\frac{(۱۲-۱۴)^۲+۲(۱۴-۱۴)^۲+۲(۱۵-۱۴)^۲}{۵}}=\sqrt{\frac{۴+۰+۲}{۵}}=\sqrt{\frac{۶}{۵}}=\sqrt{۱/۲}\simeq۱/۱$$

البته کلمه‌ی «تقریباً» در صورت سوال کنکور نبود.

○○○●

۲۶. دو نفر در یک آزمایشگاه در ۵ روز متوالی همزمان شروع به کار کردند. امتیازات دقت کاری آنان، مطابق جدول زیر است. دقت کاری کدام بیشتر است؟

نفر اول	۷	۹	۸	۹	۷
نفر دوم	۱۰	۸	۶	۷	۹

۱) نفر اول ۲) نفر دوم
۳) یکسان ۴) نیاز به اطلاعات بیشتر

همیشه برای مقایسه‌ی دو گروه از داده‌ها از ضریب تغییرات استفاده می‌کنیم. به خصوص در این سوال که میانگین‌ها بـا هـم مـساوی‌انـد، هـر چـه واریانس کمتر باشد بهتر است:

$$\overline{x}_۱=\overline{x}_۲=۸$$
$$S_۱^۲=\frac{(۷-۸)^۲+(۹-۸)^۲+(۸-۸)^۲+(۹-۸)^۲+(۷-۸)^۲}{۵}=\frac{۴}{۵}$$
$$S_۲^۲=\frac{(۱۰-۸)^۲+(۸-۸)^۲+(۶-۸)^۲+(۷-۸)^۲+(۹-۸)^۲}{۵}=\frac{۱۰}{۵}=۲$$

پس دقت اولی بیشتر است.

○○○●