

حسرتیادان

نام: سالارنوسه زاده

نام: دسر: صاب افای کاهه

$$\frac{3G}{3} - \frac{2}{2} \times \frac{0}{F} - \frac{\omega}{\omega} = \omega - 2 \times 1 - G = \omega - 2 - G = (-3)$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{2}{\frac{1}{2}} + \frac{3}{\frac{1}{2}} + \frac{F}{\frac{1}{1000}F} = 10 + 100 + 1000 + 10000 = 11110$$

$$72 \times \frac{1}{107} - 3 \times \frac{107}{100} + \frac{1}{100} \times 31 = (72 + 31 - 3) \times \frac{107}{100} = 107$$

$$\frac{19}{2 - 3 \times 2} = \frac{19}{-4} = -\frac{19}{4} \quad \text{و} \quad \frac{19}{2^{17}} - \frac{3 \times 2^{17}}{2^{17}} = 1 - 6 = -5$$

$$\sqrt{13^2 - \omega^2} + \sqrt{(2)^2} = \sqrt{144} + \sqrt{4} = 12 + 2 = 14$$

$$\frac{a+b}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n}$$

مثال

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{F}} + \frac{1}{\frac{2}{\frac{3}{F}}} + \frac{2}{\frac{2}{\frac{3}{F}}} = \frac{2}{3} + \frac{3}{1} + 12$$

عبارت های هر عبارت و شامل حروف و اعداد

باز به زبان های ریاضی (+ - x ÷) و غیره

عبارت جذری می توانیم

نکته صله ای

$$2xyz$$

$$x^{12} + 1$$

$$\frac{2}{x} - 3$$

$$3\sqrt{x} - x^5$$

$$\frac{x}{3} - 1$$

$$2x^{-2} + y^2$$

$$5x^{\frac{1}{2}}$$

$$17$$

$$5\sqrt{2} - x$$

$$\frac{3\sqrt{x} - 1}{2x + 7}$$

انواع عبارت جذری

نکته صله ای ها عبارت می باشند از اولاً فقط شامل x باشد تماماً

هیچ یک از متغیرها درخرج کسر نباشد. زیرا رادیکال و نه در توان

یعنی توان متغیرها اعداد صحیح باشند

$$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} \quad \times$$

$$13x \quad \checkmark \quad \text{عبارت جذری}$$

$$x^{-2} = \frac{1}{x^2} \quad \times$$

$$\frac{x^3}{x} \rightarrow \text{عبارت توان} \quad \times$$

$$\text{صلم نیست}$$

$$2x \quad \times$$

جهت جمله‌ای‌ها : هر عبارتی که شامل حاصل جمع و تفریق چندین

جمله‌ای باشد به طور کلی ساده شده‌ی آن‌ها نسبت از یک جمله باشد

$$2\pi^3 + Fy \quad \text{درجه‌ای} \quad \pi^2 + F\pi - 2\pi^2 + 7$$

درجه‌ی یک جمله نسبت به یک متغیر عبارتند از توان آن متغیر در آن جمله

$$\text{مثال : درجه‌ی } 13\pi^2 y^5 \quad \text{نسبت به } \pi \text{ است } 2 \quad \text{نسبت به } y \text{ است } 5 \quad \text{نسبت به } z \text{ است } 0$$

نسبت به π و y و z جمع توان‌ها

درجه‌ی چند جمله‌ای نسبت به یک حرف : بزرگ‌ترین توان در آن حرف درجه در آن

جمله‌ای است

$$\text{مثال : } \pi^2 y^9 + 3\pi^2 y^5 - 2\pi y^7$$

$d=2$ نسبت به π
 $d=9$ نسبت به y
 $d=11$ نسبت به π و y

عبارت لونا و هر عبارتی که حداقل یکی از متغیرها درخرج لیس قرار بگیرد.

اگر عبارتی لونا یا هم ساده شود باز هم عبارتی لونا است و یک جمله ای حساب

یعنی لردد عبارت لونا $\frac{x^3}{x} \quad \frac{x^2}{y^5}$

عبارت لونا: عبارتی که حداقل یکی از متغیرها زیر رادیکال باشد.

توان متغیر لیسری باشد یا رادیکال است. لونا $\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}$ $\frac{1}{x^2} - \sqrt{x}$ $4 - \sqrt{x}$

عبارت ساده (قوی): حداقل یک متغیر در توان باشد $\sqrt{x} + 2$ x^{n-1}

اجزای یک جمله ای: یک جمله ای متساوی جمله ای هستند و متساوی

هری آن ها یکسان باشد. (هم متغیر و هم درجه های آن)

هیچ کدام متساوی نیستند $3xy, 3xy^2, 3x^2y, 3x^2y^2$

هر سه متساوی هستند $\frac{1}{3}xy$ و $(3x)(2y) = \frac{xy}{2}$

در جمع و تفریق چند جمله‌ای‌ها فقط جمله‌ای هم‌سان با هم ساده می‌شوند.

چند جمله‌ای هم‌سان: تمام جمله‌ای که در حساب هم‌سان می‌آیند با هم درجه‌بندی

$$3x^2y^3 - 7x^5 - \pi y^4 \quad \checkmark \text{ چند جمله‌ای هم‌سان}$$

$$5x^4y - 5\pi y^2 + \pi^2 y^2 \quad \times \text{ چند جمله‌ای با هم‌سان}$$

مثال: اگر A و B دو چند جمله‌ای به ترتیب n و m درجه‌ای d و e

باشد درجه‌ای هر عبارت را مشخص کنید

الف) $A+B$ $d=e$ در این تفریق درجه e و d

ب) $A.B$ $d=9$ $4+5=9$ ج) حاصل درجه‌ای 5 است

یعنی هر دو درجه‌ای ساده با هم ساده می‌شوند

ج) $Ax+B$ $d=5$ $(x^5 - 2x) + (-x^5 + 1) = 1 - 2x$

$d=5$ $d=5$ $d=1$

→ (حاصل جمع و تفریق دو چند جمله‌ای درجه n لزوماً از درجه‌ای n نیست)

جدول مرتبه ۱ (۱) و حاصل ضرب درجه ۵ (۲) است.

جدول حاصل ای معادلات: اندر در یک جدول ای های x و y را عوض کنید و حاصل

عبارت دیگر بنویسید. این عبارت نسبت به x و y معادلات است.

$$x^2 + y^2 - 2xy$$

$$x^2 + y^2 - 2xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2$$

جمع ضرب جدول ای ها: $5 - 6 + 11 = 10$ ضرب $5 - 6 + 11$ ضرب

$$7x^2 + 7xy + 3y - 11 \rightarrow 7 + 7 + 3 - 11 = 6$$

$$P(1) = 5x(1)^2 - 7(1) + 11 = 10$$

$$Q(x) = 3x^2 - 2(x+1)^2 \rightarrow Q(1) = 3(1)^2 - 2(2)^2 = 3 - 8 = -5$$

$$x^2 + 2xy + 10y^3 \xrightarrow{x=y=1} 1 + 2 + 10 = 13$$

$$(x+y)^5 - 3x(x-y^2)^2 \xrightarrow{x=y=1} 1^5 - 3(1)(1-1)^2 = 1 - 0 = 1$$

اعمال ضربی بین چند جمله‌ای‌ها: ① جمع چند جمله‌ای‌ها: فقط جملات مشابه

ما هم ساده می‌شوید بعد از بستن سرهم می‌نویسیم

② مرتبه‌ی چند جمله‌ای‌ها ← تمام جملات یک یک مرتبه می‌شوند

$$-(2x - y + 7) = (-2x + y - 7)$$

③ تفریق چند جمله‌ای‌ها ← چند جمله‌ای دوم را مرتبه یا اولی جمع می‌کنیم

$$5x - 2y + 7 - (3x - 7y + 7) = 5x - 2y + 7 - 3x + 7y - 7 = 2x$$

④ ضرب چند جمله‌ای‌ها ← الف) ضرب یک جمله در یک جمله ضرب را $+ 4y$

درهم ضرب و حروف را هم درهم ضرب می‌کنیم

$$\left(\frac{2}{3}xy\right)(-7x)\left(-\frac{5}{4}x^3y\right) = (10x^4y^2)$$

ب) یک جمله در چند جمله توزیع پذیری یا جبری $a(b+c) = ab+ac$

✓ **فصلنامه‌ای استاندارد:** اگر یک چند جمله‌ای را بر حسب توان‌های n

نویسیم یعنی از بزرگ‌ترین n کوچک‌ترین درجه n و آن چند جمله‌ای استاندارد

✓ **نقد می‌شود:** $1 + x^2 - 7x = x^2 - 7x + 1$

✓ **سوال:** عبارت $x^3 + x^2 - 3x$ را بر حسب توان‌های بزرگ $x+1$ استاندارد

✓ **پاسخ:** $x+1 = t \quad x = t-1$

$$x^3 + (x+1)^2 - 3(x+1) = x^3 + t^2 - 3t + 1 = x^3 + t^2 - 3t + 1 = t^3 - 5t + 7$$

$$t^3 - 5t + 7 = (x+1)^3 - 5(x+1) + 7$$

$$x^2 + y^4 + z^7 + t^8 = 0 \Rightarrow x = y = z = t = 0$$

✓ اگر مجموع چند عبارت نامتناهی صفر باشد، همدی را با هم برابر خواهد

بود.

$$S \quad \frac{ab}{a^r + b^r} \quad \text{مسئله 1-} \quad \frac{a}{a+b-c} + \frac{b}{b-\Delta C} = 0 \quad \text{یا } \frac{a}{a+b-c} + \frac{b}{b-\Delta C} = 0$$

$$\begin{array}{ll} a+b-c=0 & b-\Delta C=0 \\ a+b=c & b=\Delta C \\ a+\Delta C=c & a=-FC \end{array} \quad \frac{ab}{a^r + b^r} = \frac{-FC^r}{17C^r + 17\Delta C^r} = \frac{-FC^r}{F1C^r} = \frac{-F0}{F1}$$

تقریباً سیاروی

$$C, b, a \quad \text{مسئله 19} \quad 19 = 2a - 3b + FC, \quad 10 = 2a - 2b + \Delta C$$

$$2a - 3b + \Delta C \quad a+b+c = 10 - 19 = -9$$

$$-(2a - 3b + FC) \quad \text{فیداسب}$$

$$2a - 3b + \Delta C - 2a + 3b - FC = a + b + c \quad \frac{a+b+c}{3} = \frac{-9}{3} = (-3)$$

$$F \quad \text{مسئله 20} \quad a = 2a + 1 \quad \text{یا } a = ma + n \quad \text{مسئله 20}$$

$$a^r = 2a + 1 \Rightarrow a^r = Fa + 1 + Fa \quad a^r = 1a + F + 1 + Fa = 12a + \Delta$$

$$a^r \times a = 12a + \Delta a \quad a^{\Delta} = 2Fa + 12 + \Delta a \quad a^{\Delta} = 19a + 12$$

$$m = 19 \quad n = 12$$

7- ساده کن

$$a) \quad y^r (y^r + y) (y^r + y) - y (1 - y + y^r) - y^r + y$$

$$y^r (y^r + y) - y + y^r - y^r - y^r + y = y^r - y = \Delta y = (y^r)^r$$

$$b) \quad (x+1)(1+x-x^r+x^r-x^r) - \overbrace{(x-1)}^{(1-x)}(1+x+x^r+x^r+x^r)$$

$$x + x^r - x^r - x^r - x^r + 1 + x - x^r + x^r - x^r + 1 + x + x^r + x^r + x^r - x - x^r - x^r - x^r - x^r = -2x^r + 2 + 2x = 2(-x^r + 1 + x)$$

$$\Delta \quad x^r + x + 1 = 0 \quad \text{باستفاده از } U_1 \quad x^r = 1$$

$$x(x) = (-x-1)x \quad x+1 = -x^r \quad \text{حاصل } x^r = 1$$

$$x^r = -x^r - x$$

$$x^r = x+1-x$$

$$x^r = 1$$

$$x^r = x \quad x^r = x \quad x^r = (x^r)^r \quad x^r = x$$

$$= 1 \quad x^r = x$$

۱۰. اگر A معکوسی B و B معکوس C باشد حاصل عبارت $[BC^T + C(AB^T + B^T)]^{TT}$

برعکس کنید $A = -B$ $B = \frac{1}{C}$ $A = -\frac{1}{C}$

$$\left[\frac{1}{C^T} \times C^T + C \left(-\frac{1}{C^T} \times \frac{1}{C} + \frac{1}{C^T} \right) \right]^{TT} = \left[1 + C \left(-\frac{1}{C^T} + \frac{1}{C^T} \right) \right]^{TT} = 1^{TT} = 1$$

۱۱. در صورتی که $(a-b-1)^2 + (a+b+2)^2 = 0$ باشد حاصل $a^2 + b^2$

$$a-b-1=0 \quad a-b=1 \quad 2a-1 \quad (a=1)$$

$$a+b+2=0 \quad a+b=-2 \quad 3+b=2 \quad (b=-1) \quad \text{حساب کنید}$$

$$a^2 + b^2 = 1 + 1 = 2$$

۱۲. اگر $a=b$ باشد مقدار $a^2b^T(b-a) + b^Tc^T(c-b) + c^T a^T(a-c)$

$$\widetilde{a^T b^T (a-a)} + b^T c^T (c-a) + b^T c^T (a-c) = b^T c^T (c-a+a-c) = 0$$

۱۳. اگر $A = 1-x+x^2$ و $B = x^2+x-2$ مقدار هر عبارت زیر را بیاب

ساده ترین شکل بنویسید

الف) $(A+B)^2 = (1-x+x^2+x^2+x-2)^2 = (2x^2-1)^2 = 4x^4 + 1 - 4x^2$

$$b) A(A+B) + B(B+A) - A^T B^T = A^T AB + B^T AB - A^T B^T = 0$$

$$c) Ax + B = x(1-x+x^T) + (x^T + x - 2) = x - x^T + x^T + x - 2 = 2x + x^T - 2$$

$$d) \frac{A^T + AB - 2A}{A} = \frac{x(A+B-2)}{(A)} = 1 - x + x^T + x^T + x - 2 - 2 = 2x^T - 1$$

۱۸ مقدار $a+b+c$ چیست اگر تساوی زیر همیشه برقرار باشد؟
 $n=1$

$$(n-1)^T a + (n-2)^T b + (n^T + n - 2)c = 1 - n^T$$

$$(1-1)^T a + (1-2)^T b + (1^T + 1 - 2)c = 1 - 1 \quad (a+b+c)=1-1$$

۲۰ مجموع ضرایب این‌ها (هر ضرایب مثبت سرهم در جدول زیر برابر x است)

ضرایب این در خانه $\star$ قرار می‌گیرد چیست؟

A B C A B C

۲۲- اگر چند جمله‌ای $(2x - 2(3y + 3z))^9$ را به صورت استاندارد می‌نویسیم

$$(2x)^9 = 512x^9$$

چند جمله‌ای آن فقط متغیر x دارد؟ یا چند

۲۳- فرض کنید چند جمله‌ای حاصل از $(2 + x - y)^{20}$ را به شکل استاندارد

نویسیم. در این صورت

$$(2 + 1 - x)^{20} = 2^{20}$$

الف) مجموع ضرایب این چند جمله‌ای چه قدر است؟

ب) مجموع ضرایب جمله‌هایی که متغیر x ندارد چه قدر است؟ $1^{20} = 1$

ج) مجموع ضرایب جمله‌هایی که متغیر x دارد را حساب کنید؟

$$(2 + 1)^{20} - 1 = 2^{20} - 1$$

د) مجموع ضرایب جمله‌هایی که متغیر x دارد و y متغیر نیست؟ 2^{20}

۲۶- با اِضام کردن یک جمله‌ای (بِالضَمِّ) بعد از جمله‌ها) جمله‌ای متعارف

$$\text{الف) } x^3y - xy^3 + y^3x$$

بسیارند

$$\text{ب) } x^3y - xy^3 + y^3x - x^2y$$

۱) طول ضلع یک مثل متساوی الاضلاع را a داشته‌ایم. یک مثل را بر حسب a

محاسبه کنید. با این عبارت یک جمله‌ای است. در این صورت ضریب عددی درجته

$$P = 3a$$

$$I = a \text{ درجه}$$

$$3 = \text{ضریب}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}a}{2} \times \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$P = a \text{ درجه} \quad \frac{\sqrt{3}}{4} = \text{ضریب} \quad \text{و این ضریب است}$$

۲) حاصل عبارت‌های زیر را بر حسب a و b درجته

$$a) (x+y) + (2x+3y) = 3x+4y$$

$$b) (2x^2+5y) - (x^2+y) = 2x^2+5y - x^2 - y = x^2+4y$$

$$c) 2x^2+xy + 3x^2+yx = 5x^2+2xy$$

$$d) (10K^2 - 3K + FK^2) - (3K^2 + 8K + 1) = 10K^2 - 3K^2 + FK^2 - 3K^2 - 8K + 1 = 10K^2 - 6K^2 + FK^2 - 8K + 1 = 4K^2 - 8K + 1$$

$$11K^2 - 8K + 1$$

$$۳) \text{ اگر } A = 1 - 2x^2, B = 3x^2 - 5x + 1, C = x^2 - x \text{ باشد حاصل } A+B+C \text{ را بیابید}$$

$$A+B+C = 1 - 2x^2 + 3x^2 - 5x + 1 + x^2 - x = 5x^2 - 6x + 2$$

$$\text{الف) } A-B = 1-2x^2-3x^2+5x-1 = -2x^2+5x$$

$$\text{ب) } A+B = 1-2x^2+3x^2-5x+1 = 1x^2-5x+2$$

$$\text{ج) } A+B-3C = x^2-5x+2-3x^2+3x = -2x^2-2x+2$$

$$\text{د) } C = (x-1)^2 = x^2+x-2x$$

$$\text{ه) } A^2 = (1-2x^2)^2 = 1+4x^4-4x^2$$

$$\text{و) } C^2 A^2 = (x^2+x-2x)^2 (1+4x^4-4x^2) = (x^2+x-2x)^2 (1+4x^4-4x^2)$$

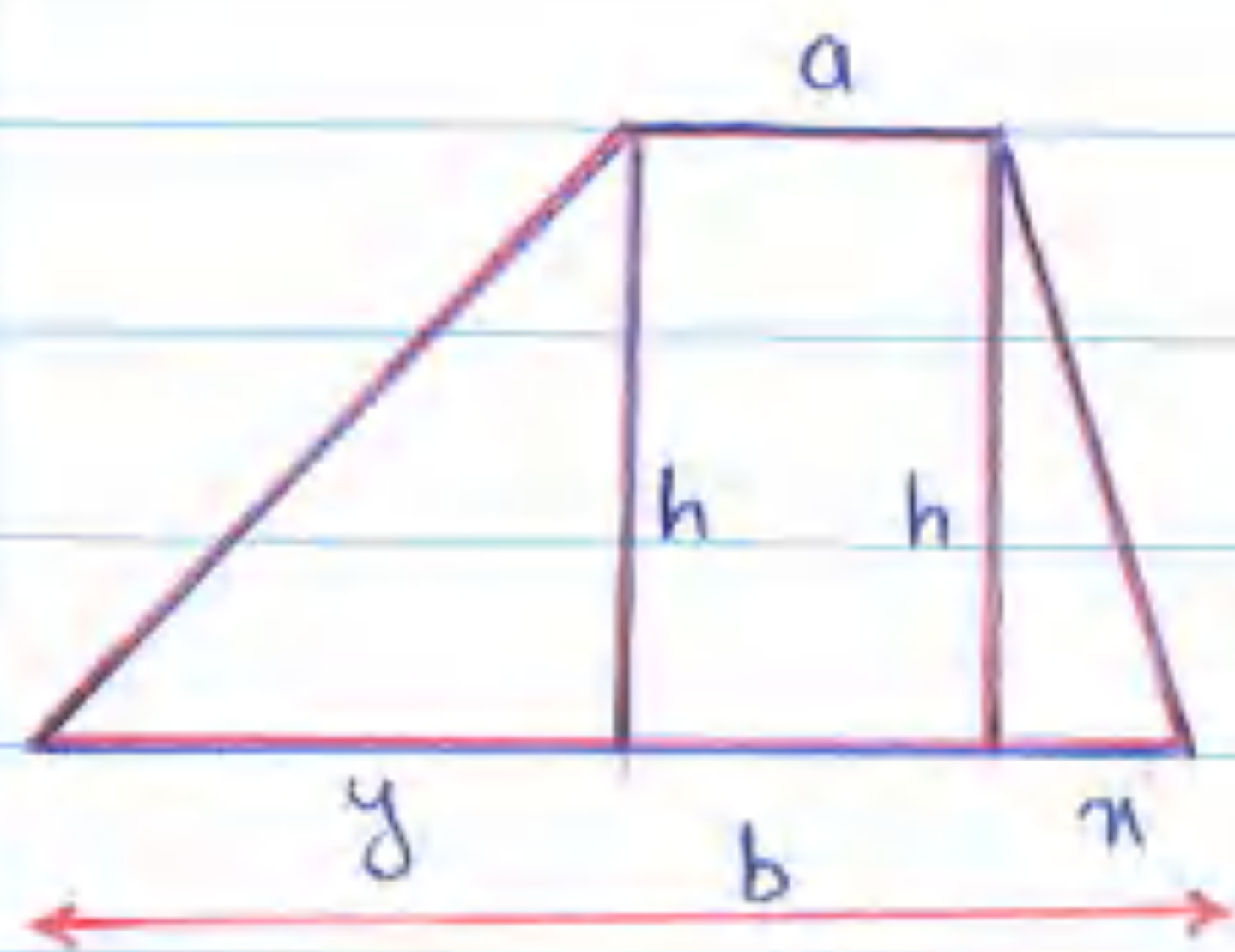
ف) حاصل عبارات های زیر را ساده ترین صورت بنویسید.

$$F(x+y) = Fx + Fy \quad 2x(x+3) + 9x(x-5) = 2x^2 + 6x + 9x^2 - 45x = 11x^2 - 39x$$

$$(x+1)(x^2-x+1) = x^3-x^2+x-x^2+x+1 = (x^3+1)$$

۵- با استفاده از سلك زیر و استفاده از مساحت مثلثها و مستطیل فرمول مساحت

ذوزنقه را به صورت $S = \frac{1}{2} (a+b) h$ اسپید کنید



$$S_1 = \frac{1}{2} y h \quad S_2 = \frac{1}{2} n h \quad S_3 = a h$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = h \left(\frac{1}{2} y + \frac{1}{2} n + a \right)$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = h \left(\frac{y + n + 2a}{2} \right) = \frac{h(a+b)}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} (a+b) h$$

تقسیم حیدر حیدر ای جا

① تقسیم حیدر حیدر ای بر یک حیدر ای

$$(Fxy - 1xy^2) : xy$$

$$\frac{Fxy}{xy} - \frac{1xy^2}{xy} = Fx - Fy$$

② تقسیم حیدر حیدر ای بر حیدر حیدر ای

$$Fx - x^3 + F \mid \omega + x^2$$

الوریتم تقسیم :

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x + F \mid x + \omega \\ -x^3 - \omega x \\ \hline (-\omega x - \omega x) \end{array}$$

$$R = 1x + F$$

$$\frac{-x^3}{x^3} = -1$$

۱- مقسوم و مقسوم علیه را استاندارد کنیم

$$R = \text{باقی مانده}$$

۲- اولین حیدر ای مقسوم را بر اولین حیدر ای مقسوم علیه تقسیم می کنیم

۳- حاصل را در مقسوم علیه ضرب کرده از مقسوم کم می کنیم

۴- تکرار مرحله ۱ تا ۳ تا جایی که درجه ی باقی مانده از درجه ی مقسوم علیه کمتر شود

$$x^2 + 2x^3 + y \quad | F - x$$

$$2x^3 + x^2 + y \quad | -x + F$$

$$-(+2x^3 - 1x^2) \quad -2x^3 - 9x - 19$$

$$9x^2 + y$$

$$-9x^2 + 17x$$

$$17x + y$$

$$-17x + 1FF$$

$$R = 181$$

$$x^2 + x^3 \quad | 2 - x^2$$

$$x^3 + x^2 \quad | -x^2 + 2$$

$$-x^3 + 2x^2 \quad -x^3 - 2x$$

$$2x^2 + x$$

$$-2x^2 + 4x$$

$$4x + x$$

نکته: اگر عویل قسم بین از یک معبر داشته باشد. قسم اول فقط بر حسب

یک معبر انجام می دهیم. معنوی بر حسب x (اگر بود بر حسب a) و با بقدری

معبرها مثل عدد رفتار می کنیم.

$$\pi^r - r\pi^r y + \omega y^r \quad \underline{(\pi - ry)}$$

$$\begin{array}{r}
 -\pi^r + r\pi^r y \\
 -\pi^r y + \omega y^r \\
 +\pi^r y - r\pi^r y \\
 -r\pi^r y + \omega y^r \\
 +r\pi^r y - ry^r \\
 \hline
 y^r
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \pi^{\omega} - y^{\omega} \quad \underline{(\pi - y)} \\
 -\pi^{\omega} + \pi^r y \quad \pi^r + \pi^r y + \pi^r y^r + \pi^r y^r + y^r
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \pi^r y - y^{\omega} \\
 -\pi^r y + \pi^r y^r
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \pi^r y - y^{\omega} \\
 -\pi^r y + \pi^r y^r
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \pi^r y - y^{\omega} \\
 -\pi^r y + \pi^r y^r
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \pi^r y - y^{\omega} \\
 -\pi^r y + y^{\omega}
 \end{array}$$

0

$$\begin{array}{l|l}
 1) \quad x^3 - 2x + 7 & x - 7 \\
 \hline
 -x^3 + 7x^2 & 7x^2 + 7x + 11 \\
 \hline
 7x^2 - 2x + 7 & \\
 -7x^2 + 17x & \\
 \hline
 15x + 7 & \\
 -15x + 105 & \\
 \hline
 112 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
 2) \quad -x^3 + 7x^2 & x^2 \\
 \hline
 -x^3 + 7x^2 & -7x + 7 \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
 3) \quad x^3 - 2x + 1 & x^2 - x \\
 \hline
 -x^3 + 2x^2 & -x^2 - 9x - 79 \\
 \hline
 2x^2 - 2x + 1 & \\
 -2x^2 + 9x & \\
 \hline
 9x - 2x + 1 & \\
 -9x + 17x^2 & \\
 \hline
 17x^2 - 2x + 1 & \\
 -17x^2 + 11x & \\
 \hline
 11x + 1 & \\
 -11x + 121 & \\
 \hline
 122 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
 4) \quad x^3 + x^2 - x - 2 & -x^2 + 2 \\
 \hline
 -x^3 + 2x^2 & -x^2 + 2 \\
 \hline
 x^2 - x + 2 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
 5) \quad x^3 - 7x^2 + 10 & x^2 - 10 \\
 \hline
 -x^3 + 10x^2 & x^2 + 2x + 10x^2 \\
 \hline
 10x^2 - 7x^2 + 10 & +10x^2 + 20x^2 \\
 -10x^2 + 20x^2 & 30x^2 + 100x^2 \\
 \hline
 20x^2 + 10 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
 6) \quad x^3 - 7x^2 + 10 & x^2 - 10 \\
 \hline
 -x^3 + 10x^2 & x^2 + 2x + 10x^2 \\
 \hline
 10x^2 - 7x^2 + 10 & +10x^2 + 20x^2 \\
 -10x^2 + 20x^2 & 30x^2 + 100x^2 \\
 \hline
 20x^2 + 10 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7) \quad x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \quad | \quad x-1 \\
 \underline{-x^3 + x^2} \\
 -2x^2 + 3x - 1 \\
 \underline{+2x^2 - 2x} \\
 x - 1 \\
 \underline{-x + 1} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7) \quad x^3 + 1 \quad | \quad x+1 \\
 \underline{-x^3 - x^2} \\
 -x^2 + 1 \\
 \underline{+x^2 + x} \\
 x + 1 \\
 \underline{-x - 1} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8) \quad x^4 + 1 \quad | \quad x+1 \\
 \underline{-x^4 - x^3} \\
 x^3 + 1 \\
 \underline{+x^3 + x^2} \\
 x^2 + 1 \\
 \underline{-x^2 - x} \\
 -x^2 + 1 \\
 \underline{+x^2 + x} \\
 x + 1 \\
 \underline{-x - 1} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 9) \quad x^3 - 1 \quad | \quad x-1 \\
 \underline{-x^3 + x^2} \\
 x^2 - 1 \\
 \underline{-x^2 + x} \\
 x - 1 \\
 \underline{-x + 1} \\
 0
 \end{array}$$

۵. $\mathbb{F}$ دو ضلعی درجه ۲ باشد حاصل ضرب آن با ضلعی درجه ۲ باشد.

$$(x^2 + x + 1) \times (x^2 - x + 1) = x^4 - x^3 + x^2 - x^2 + x - x + 1 = x^4 - x^3 + 1$$

$$(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = x^4 - x^3 + x^2 - x^2 + x - x + 1 = x^4 - x^3 + 1$$

۶. اما این دو ضلعی درجه ۲ باشد حاصل ضرب آن با ضلعی درجه ۲ باشد.

درجه ۲ شود. مثال نرسد.

$$(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2) = x^4 + 4$$

۷. این دو ضلعی درجه ۲ باشد.

$$x^4 - 2x^3 + 3x^2 = (x+1) \times (?)$$

$$(x^4 - 2x^3 + 3x^2)$$

$x^4 - 2x^3 + 3x^2$	$x+1$
$-x^4 + x^3$	$x^3 - 2x^2 + 3x$

$$\begin{array}{r} -x^3 + 3x^2 \\ +x^3 - 2x^2 + 3x \\ \hline x^2 + 3x \\ -x^2 - x \\ \hline 2x \end{array}$$

پاسی (5) و پاسی (5) و پاسی (5)

س: $x^3 - 2x + 1$ و $x^3 - 2x + 1$ پاسی (5) و پاسی (5)!

$$P(x) = x^3 - 2x + 1 \quad \left| \begin{array}{l} x-2 \\ Q(x) \end{array} \right. \quad Q(x)(x-2) + R = P(x)$$

$$\underline{\quad\quad\quad}$$

$$R$$

$$x=2 \rightarrow 0 + R = P(2)$$

$$R = 1 - 4 + 1 = -2$$

$$x^3 - 2x + 1 \quad \left| \begin{array}{l} x-1 \\ Q(x) \end{array} \right.$$

$$\underline{\quad\quad\quad}$$

$$R$$

س: $x^3 - 2x + 1$ و $x^3 - 2x + 1$ پاسی (5) و پاسی (5)!

$$x^3 - 2x + 1 \quad x=1$$

$$Q(x)(x-1) + R = P(x)$$

$$R = 1 - 2 + 1 = 0$$

س: $x^3 - 2x + 1$ و $x^3 - 2x + 1$ پاسی (5) و پاسی (5)!

$$x=1$$

$$Q(x)(x-1) = P(x)$$

$$0 = 1 - 2 + 1 \quad x^3 - 2x + 1 \quad m=1$$

س: $x^3 - 2x + 1$ و $x^3 - 2x + 1$ پاسی (5) و پاسی (5)!

$$P(1) = 1 - 2 + 1 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} m-1=0 \quad x^3 - 2x + 1 \quad m=1 \\ x^3 - 2x + 1 = 0 \quad n=1 \end{array} \right.$$

$$P(2) = 1 - 4 + 1 = -2 \quad \left\{ \begin{array}{l} x^3 - 2x + 1 = 0 \quad n=2 \end{array} \right.$$

ضرایب هم بر $(x-1)$ بخش پذیر است. هم بر $x+2$

اگر فرض کنیم ضرایب درجه اول باشد. بزرگی ضرایبی نامی مانده طیفی رست

هم در فرضی آورده هم

اما اگر فرض کنیم ضرایب از یک باشد. آن را مساوی صفر قرار داده

بیشترین درجه n بر حسب نوع n درجه آورده در فرضی های بزرگی می بینیم

یک نامی مانده $x^3 + 4x^2 - 7$ بر $x^2 - 2$ ضرایب

$$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$(x^2 - 2)Q(x) + R = P(x) \quad x \times x^2 + 4x^2 - 7 = 2x + 1 - 7 = 2x + 1$$

نامی مانده $x^3 - 3x^2 + 7$ بر $x^2 - 2x$ ضرایب

$$x^2 - 2x = 0 \quad x = 2x$$

$$x \times x^2 - 3x^2 + 7 = 2x^2 - 6x + 7$$

۵. (د) باسیانہ کی عبارت $x^{\omega} - 2x^{\omega} + x - 1$ و $x^{\omega} - x + 1 = 0$

$$x^{\omega} - x + 1 = 0 \quad x^{\omega} - x - 1$$

$$x^{\omega} - 2x^{\omega} + x - 1 = x^{\omega} - 2x^{\omega} + x - 1 = x^{\omega}(x - 1) - 2(x - 1) + x - 1$$

$$= x^{\omega} - x - 2x + 2 + x - 1 = x - 1 - x - 2x + x + 1 = (-x^{\omega})$$

قسم های زیر را اکام دهه.

$$1) \begin{array}{r} 7x^3 + 3x^2 + 1 \\ -7x^3 - 7x^2 \\ \hline -7x^3 + 3x^2 + 1 \\ +7x^3 + 7x^2 \\ \hline 10x^2 + 7x + 1 \\ -10x^2 - 3 \\ \hline 7x - 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 + 1 \\ 7x^3 - 7x^2 + 3 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} x^3 + x^2 + 3 \\ -x^3 + \frac{1}{2}x^2 \\ \hline x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3 \\ -x^3 + \frac{1}{2}x^2 \\ \hline \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3 \\ -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} \\ \hline \frac{1}{2}x + \frac{13}{2} \end{array} \quad \begin{array}{r} -2x^2 + 1 \\ x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3 \end{array}$$

مستند

قسم های زیر را اکام دهه.

$$\frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - x} = (x - 1)$$

$$\frac{7x^3b^2 + 3x^2b}{3x^2b} = 2xb + 1$$

$$\frac{2x^2y^2}{5xy^2} = 2x$$

قسم های زیر را اکام دهه. و خارج قسمت و باقی مانده را بنویس

$$x - 2$$

$$\begin{array}{r|l}
 x^2 + 4x + 7 & x-2 \\
 \hline
 + 2x^2 - 8x & -2x \\
 \hline
 3x^2 - 4x + 7 &
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 \text{باقیه} = 7 \\
 \text{باقیه} = -2x
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 (-2x)(x-2) + 7 = -2x^2 + 4x + 7
 \end{array}$$

۳- درجه دوم $x^2 + a$ بر $x+1$ باقی مانده صفر شود

$$x+1=0 \quad x=-1$$

$$p(x) = -1 + a = 0 \quad -1 + a = 0 \quad a = 1$$

۴- ساده سازی عبارت $\frac{y^3 - y^2 - y + 1}{1-y}$ برابر کدام یک از عبارت های زیر است

$$y^3(x)$$

$$1-y^2(x)$$

$$1-y+y^2(x)$$

$$\begin{array}{r|l}
 y^3 - y^2 - y + 1 & y-1 \\
 \hline
 -y^3 + y^2 & -y^2 + 1
 \end{array}$$

$$-y+1$$

$$+y-1$$

$$0$$

۵- اگر درجه دوم $x^2 + 4x + m$ بر $x+2$ باقی مانده صفر شود m

باشد

$$x+2=0 \quad x=-2$$

$$p(x) = 3(-2) + 4(-2) + m = 0 \quad -24 - 8 + m = 0 \quad -32 + m = 0$$

$$m = 32$$

حاصل نسبت ریاضی باشد هر یک از مقسم های زیر را به دست آوریم.

$$\begin{array}{r|l} 9x^3 + 5x - 7 & 3x+2 \\ -9x^3 - 7x^2 & \\ \hline -7x^2 + 5x - 7 & \\ +7x^2 + 14x & \\ \hline 9x - 7 & \\ -9x - 7 & \\ \hline -14 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1y^3 - 12y & 2-3y \\ -1y^3 + 10y^2 & \\ \hline 10y^2 - 12y & \\ -10y^2 + 20y & \\ \hline 20y - 12y & \\ -20y + 12 & \\ \hline 12 & \end{array}$$

حاصل از تقسیم $a^3 - 7a + 2$ بر $a - 1$ و عرض آن برابر

است باقی مانده آن بر حسب a چیست ؟

$$\begin{array}{r|l} a^3 - 7a + 2 & a-1 \\ -a^3 + a^2 & \\ \hline a^2 - 7a + 2 & \\ -a^2 + a & \\ \hline -6a + 2 & \\ +6a - 6 & \\ \hline 8 & \end{array}$$

$a^2 + 2a - 2$ ← حاصل از تقسیم a بر $a - 1$

$$(x+r)(x^r + rx - r) = x^r + 2x^r - x - r$$

نوع اولی که در این مسئله به کار می آید

$$x + y = 0 \quad x = -y$$

$$R = p(x) \quad R = \lambda F(F) 10 + 1 \quad \text{س} \quad x + y \sim x - Fx + \omega x + 1$$

$$R = -\lambda - 17 - 10 + 1 = -17$$

$$x = y$$

$$R = p(x) \quad R = \lambda F(F) 10 + 1 \quad \text{س} \quad x + y \sim x - Fx + \omega x + 1$$

$$R = p(x) \quad R = \lambda F(F) 10 + 1 \quad \text{س} \quad x + y \sim x - Fx + \omega x + 1$$

$$x = -y$$

$$R = p(x) \quad R = \lambda F(F) 10 + 1 \quad \text{س} \quad x + y \sim x - Fx + \omega x + 1$$

$$R = p(x) \quad R = \lambda F(F) 10 + 1 \quad \text{س} \quad x + y \sim x - Fx + \omega x + 1$$

$$R(x) = 17x - 17x + \omega x$$

$$R = (x) \quad x = y \quad \text{س} \quad x + y \sim x - y$$

$$x = y$$

$$R = 17y - 17y + \omega y$$

$$R = 17y - 17y + \omega y$$

$$R = y - y = 0$$

$$x = y \quad \text{س} \quad x + y \sim x - y$$

$$R = y - y = -y$$

$$R = -y^q + y^q = 0 \quad R_T = y^q + y^q = 2y^q \quad ? \quad \begin{matrix} \pi-y \\ \pi-y \end{matrix} \quad \begin{matrix} \pi-y \\ \pi-y \end{matrix} \quad \begin{matrix} \pi+y \\ \pi+y \end{matrix} \quad \begin{matrix} \pi+y \\ \pi+y \end{matrix} \quad (1)$$

$$R = -y^{10} + y^{10} = 0 \quad R_T = y^{10} + y^{10} = 2y^{10} \quad ? \quad \begin{matrix} \pi-y \\ \pi-y \end{matrix} \quad \begin{matrix} \pi-y \\ \pi-y \end{matrix} \quad \begin{matrix} \pi+y \\ \pi+y \end{matrix} \quad \begin{matrix} \pi+y \\ \pi+y \end{matrix} \quad (2)$$

۲. جاهای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید

الف) عبارت $\pi - y^n$ همواره عبارت $\pi - y$ کسیر است. $(n \in \mathbb{N})$

ب) عبارت $\pi - y^n$ $\pi + y$ کسیر است به شرطی که n فرد باشد. $(n \in \mathbb{N})$

ج) عبارت $\pi + y^n$ $\pi + y$ کسیر است به شرطی که n فرد باشد. $(n \in \mathbb{N})$

۳. نشان دهید عدد $2^q - 2^3$ 2^3 کسیر است.

$$\frac{2^q - 2^3}{2^3} = \frac{2^q}{2^3} - \frac{2^3}{2^3} = \frac{2^q}{2^3} - 1 = \frac{2^q}{2^3} - \frac{2^3}{2^3} = \frac{2^q - 2^3}{2^3}$$

$$\frac{2^q}{2^3} - 1 = \frac{2^q}{2^3} - \frac{2^3}{2^3} = \frac{2^q - 2^3}{2^3}$$

۴. برای عدد $2^3 + 3^{14}$ یک کسیر اعشاری درجی باشد.

$\pi + y^n$ کسیر است $(n \in \mathbb{N})$

$$\frac{2^3}{2^3} + \frac{3^{14}}{2^3} = \frac{2^3 + 3^{14}}{2^3}$$

$$\frac{2^3}{2^3} + \frac{3^{14}}{2^3} = \frac{2^3 + 3^{14}}{2^3}$$

در $x = 1$ و چنان باشد که $x^2 + (m+n)x + 3n$ بر $x+1$ بخش پذیر باشد.

پس $x = -1$ را جایگزین می‌کنیم و داریم $P(-1) = 0$

$$R = (m+n) - 1 + (m-n) - 1 + 3n = 0 \quad x = 1$$

$$-m+n-m+n+3n=0 \quad -2m+3n=0$$

$$R=0$$

$$\begin{cases} -2m+3n=0 \\ 2m+3n=0 \end{cases}$$

$$R = m+n+m-n+3n-0=0 \quad 2m+3n-0=0 \quad 7n=0 \quad n=0$$

$$2m + \frac{0}{3} = 0 \quad 2m = 0 \quad m = \frac{0}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{0}{6}$$

پس جواب درجه دوم $x^2 + 3n$ بر $x+1$ بخش پذیر است و باقیمانده آن صفر است.

$$K(x+1)(2x+3) = (2x^2 + 0x + 3) = 2x^2 + 3 \quad \text{پس x^2 بر $2x+3$ بخش پذیر است}$$

$$R = 2(F) + (0x-2) + 3 = 11-10=1 \rightarrow V$$

$$K'(x+1)(2x+3) = V \Rightarrow K' = V \quad x = -2 \rightarrow V$$

$$P(x) = V(x+1)(2x+3)$$

۷. عبارتی درجه ۲ بر $x+1$ و $x-1$ و $x+2$ بخش پذیر باشد. با استفاده از

$$(x+2)(x-1)(x+1) = x^3 - x^2 + 2x - 2 \quad \text{و} \quad 2F \quad \text{بر } x-2 \text{ بر } 2F$$

$$F = 1 + 2(F) - 2 - 2 = 17 \quad F = 17 \rightarrow 2F \quad 2(x^3 + 2x^2 - x - 2) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$$

۸. دو جمله ای زیر بر $x-1$ دارای باقی مانده های مشخصه K و حساب

$$p(x) = x^3 - 3Kx^2 + 1 \quad q(x) = Kx^4 + 5x + 1$$

$$F = 1 - 3K + 1 = 2 - 3K \quad R = K + 5 + 1 = K + 6$$

$$2 - 3K = K + 6 \quad F = FK \quad K = \frac{F}{F} = (-1)$$

۹. اگر باقی مانده مشخصه هر جمله ای $p(x)$ بر $x-1$ و $x+2$ و $x+3$ برابر 2 باشد:

$$ax + b = -x + 3$$

$$p(1) = 2 \quad p(-2) = 5 \quad \text{باقی مانده } (x-1)(x+2) \text{ بر } p(x) \text{ مشخصه}$$

$$a + b = 2 \quad a = -1$$

$$Q(x)(x-1)(x+2) + ax + b = p(x) \quad -2a + b = 5 \quad b = 3$$

$$(x-1)(x^2 - Fx + F) = Q(x) \quad a = -F \quad b = F$$

$$(x^2 + ax + b)$$

II. الرضاي $(x-1)^2$ $x^2 + ax + b$ a, b $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$

$$x^2 - 2x + 1 \mid x^2 + ax + b$$

$$x^2 - 2x + 1 - (x^2 + ax + b) = (-2-a)x - b + 1$$

$$-1 - 2b + ab = 0 \quad -1 - 2b = -ab$$

$$(-2-a)x + x(1-b) - 1$$

$$(-2-a) - a(-2-a) - b(-2-a) \quad 1-b - 1 - 2a + a^2 + 2b + ab = 0$$

$$x(1-b) - 1 + x(2a+a^2) + 2b + ab = 0 \quad 1-b + a(2+a) = 0$$

III. الرضاي $x^2 + 1$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$

الرضاي a, b $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$

$$x^2 + 1 - (x^2 + ax + b) = -ax - b + 1 = -x(a-1) - b + 1 = 0$$

$$-x(a-1) = 0 \quad a-1=0 \quad a=1$$

IV. الرضاي $Cx^2 - 1$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$

$$(Cx^2 - 1) \mid x^2 + ax + b$$

الرضاي a, b, c $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$ $x^2 + ax + b$

$$Cx^2 - 1 - (Cx^2 - 1) = 0$$

$$b = 0$$

$$a = (C-1) = F-1 = F$$

$$Cx^2 - 1 - (Cx^2 - 1) = 0$$

$$c = F$$

درجه تقسیم میسر است $x^2 + 2x$ و خارج قسمت x و باقی مانده 0 است.

$$(x^2 + 2x)(x) + 0 = x^3 + 2x^2 + 0 \quad \text{صورت باقی مانده}$$

درجه تقسیم میسر است $x^2 + 2x + 2$ بر $x^3 + 2x^2 + 2x + 2$ و باقی مانده 0 است.

$$R = (x^2 + 2x + 2)(x) + F = (-2x - 2)(x) + F = -2x^2 - 2x + F = -2x^2 - 2x + 2x^2 + 4x + 2 = 2x + 2$$

درجه تقسیم میسر است $2x + 2$ و باقی مانده 0 است.

درجه تقسیم میسر است $2x + 2$ بر $x^3 + 2x^2 + 2x + 2$ و باقی مانده 0 است.

$$(x^3 + 2x^2 + 2x + 2)(2x + 2) = 2x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x + 2x^3 + 4x^2 + 4x + 2 = 2x^4 + 6x^3 + 8x^2 + 8x + 2$$

$$(x^3 + 2x^2 + 2x + 2)(2x + 2) = 2x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x + 2x^3 + 4x^2 + 4x + 2 = 2x^4 + 6x^3 + 8x^2 + 8x + 2$$

باقی مانده عبارت $p(x)$ بر $x^3 + 2x^2 + 2x + 2$ است و باقی مانده $Q(x)$

درجه تقسیم میسر است $2x^2 + x + 1$ بر $2x^3 + x^2 + 2x + 2$ و باقی مانده 0 است.

$$\lambda = \lambda^F$$

$$(\lambda^F + 1)(\lambda^F - \lambda + 1) = \lambda^F - \lambda + \lambda + \lambda^F - \lambda^F - \lambda + 1 = \lambda^F - \lambda + \lambda^F - \lambda + 1$$

$$(\lambda^F - \lambda) + \lambda + \lambda^F - \lambda^F - \lambda + 1 = \lambda^F - \lambda + 1$$

$$R_1 \cdot R_2$$

$$\lambda^F + \lambda$$

$$\lambda^F + 1 \sim \lambda^F + 1 \sim \lambda^F + \lambda + m\lambda^F + n\lambda + 1 \text{ where } m, n \in \mathbb{Z}$$

$$(\lambda^F + 1) + \lambda^F - \lambda = \lambda^F + \lambda + m\lambda^F + n\lambda + 1$$

0
sub

$$\lambda^F + 1 + (\lambda^F) + (\lambda^F) \lambda + m\lambda^F + n\lambda + 1 \quad \lambda^F + 1 = 1 - \lambda - m + n\lambda + 1$$

$$\lambda^F + 1 = 1 - m + \lambda(-1 + n)$$

$$m = 0$$

$$n = 1$$

$$n = F$$

$$\lambda^F + \lambda^F - \lambda^F - \lambda = (\lambda - 1)(\lambda + 1)A$$

why! A is a constant 19

$$\lambda^F + \lambda^F - \lambda^F - \lambda = (\lambda + 1)A$$

$$A = \lambda^F + 1$$

$$\pi = r\pi^r - r\pi$$

معامل π $\pi = r\pi^r + r\pi$, $\pi^a - r\pi + m\pi + n\pi + p$ sides

$$R = \pi \cdot \pi^r - r\pi \cdot \pi + m\pi^r + n\pi^r + p = 0 \quad \text{with } p, n, m$$

$$R = (r\pi^r - r\pi) \pi^r - r(r\pi^r - r\pi) \pi + m(r\pi^r - r\pi) + n\pi^r + p = 0$$

$$R = r\pi^r \cdot \pi - r\pi^r - r\pi^r + r\pi^r + r\pi^r + r\pi^r - r\pi^r + n\pi^r + p = 0$$

$$-1\pi^r$$

$$R = (9\pi^r - 9\pi) \cdot \pi - r\pi^r + 17\pi + r\pi^r + r\pi^r - r\pi^r + n\pi^r + p = 0$$

$$R = 27\pi^r - 18\pi - 9\pi^r - r\pi^r + r\pi^r + r\pi^r + 17\pi - r\pi^r + n\pi^r + p = 0$$

$$R = \pi^r (27 - 9 - r + r + r + r + 17 - r) + \pi (-18 + 17 - r) + p = 0$$

$$1 + r + m + n$$

$$-r - r$$

$$p = 0 \quad / \quad m = -1 \quad / \quad n = r$$

$$1 + r + m + n = 0 \quad 1 - r + n = 0 \quad n = r$$

$$-r - r = 0 \quad -r = r \quad m = \frac{-r}{r} = -1$$

$$x^2 = x - 1$$

$$\text{پس } x^2 - x + 1 = 0 \quad \text{و } x^2 + \omega x + x - 1 = 0 \quad \text{از دو معادله اول می‌توانیم } x^2 = x - 1 \quad \text{پس}$$

$$x^2 = x - 1$$

$$x^2 + \omega x + x - 1 = (x^2) + \omega x + x - 1 = \omega x + x - 1 = \omega x + x - 1$$

$$\omega x + x - 1 \mid x^2 - x + 1$$

$$\omega x^2 - \omega x + \omega$$

$$x^2 - x - 1$$

۲۲. با استفاده از قضیه بزرگوار می‌توانیم $p(x)$ را به صورت $p(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$ بنویسیم.

از آنجا که $p(x)$ در $x = 1$ و $x = \omega$ و $x = \omega^2$ صفر می‌گیرد، پس $p(1) = 0$ ، $p(\omega) = 0$ ، $p(\omega^2) = 0$.

$$a + b + c + d = 0 \quad a + b\omega + c\omega^2 + d = 0 \quad a + b\omega^2 + c\omega + d = 0$$

$$a + b\omega + c\omega^2 + d = 0$$

$$a + b + c = 0 \quad b = 0$$

$$p(1) = a + b + c + d = 0$$

$$a + b + c + d = 0$$

$$b = 0$$

$$p(\omega) = a + b\omega + c\omega^2 + d = 0$$

$$d = 11$$

$$p(\omega^2) = a + b\omega^2 + c\omega + d = 0$$

$$a + b + c + d = a + b + e + d = 11$$

$$p(0) = d \quad p(0) = 11$$

$$11d = 11 \quad d = 11$$

$$x^{n+1} \div p(x) \text{ quotient is } x^n + x^{n-1} + \dots + 1 \text{ and } p(x)$$

طریقہ کا ایک اور نمونہ

$$(x-y)(x^{\Delta} + x^F y + x^{FF} y^2 + x^{FF} y^3 + x^F y^4 + y^{\Delta}) = x^7 - y^7$$

$$(x+y)(x^{\Delta} - x^F y + x^{FF} y^2 - x^{FF} y^3 + x^F y^4 - y^{\Delta}) = x^7 - y^7$$

$$(x-y)(x^7 + x^{\Delta} y + x^{FF} y^2 + x^{FF} y^3 + x^F y^4 + x^{\Delta} y^5 + y^7) = x^V - y^V$$

$$(x+y)(x^7 - x^{\Delta} y + x^{FF} y^2 - x^{FF} y^3 + x^F y^4 - x^{\Delta} y^5 - y^7) = x^V + y^V$$

$$(x^V - x^{V+1}) Q(x) + R = p(x)$$

$$\underbrace{(x+1)(x^V - x^{V+1})}_{(x^{V+1})} Q(x) + (x+1)R = (x+1)p(x)$$

$$\therefore (x+1)R = (x+1)p(x)$$

$$x^V = -1$$

$$R = p(x) \quad x^V = -1$$

اکاد: هر مساوی که به ازای هر مقدار برقرار باشد اکادی (توهم) مثلاً مساوی زیر یک اکاد

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

است

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

باین برای بهر اکاد وجود دارد اما اکادهای معروف اینست بهر اکاد

(نقد آره ۲ اکاد)

از اکادهای ساده کردن عبارت ها و کسری صری استفاده ریاضی می شود

اکادهای صری

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

۱. اکاد مربع دو جمله ای

این صری

a		b
a^2	ab	
ab	b^2	

$$S = (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

حاصل ضرب عبارات سه تایی در شکل زیر

$$الف) (2x + 3y)^2 = 4x^2 + 9y^2 + 12xy$$

$$ب) (x - 5x)^2 = x^2 + 25x^2 - 10x^3$$

$$ج) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$$

$$د) ((a+b) - 3)^2 = (a+b)^2 - 6(a+b) + 9 = a^2 + b^2 + 2ab - 6a - 6b + 9$$

مثال: اگر $a+b=5$ و $ab=4$ حاصل هر عبارت زیر ؟

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 25 \quad الف) a^2 + b^2 = 17$$

$$ب) a-b = ? + 3 \quad (a-b)^2 = \underbrace{a^2}_{17} + \underbrace{b^2}_{1} - 2ab = 9 \quad (a-b)^2 = 9$$

$$\sqrt{ج) \sqrt{a} + \sqrt{b} = ? + 3 \quad (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = \underbrace{a+b}_{5} + 2\sqrt{ab} = 9 \quad A = +3 \quad B = 4$$

$$T = \frac{a+b}{a-b} \quad \text{مع } a+b = rab \quad \text{مع } a+b = rab = 0 \quad \text{مع } T = \pm \sqrt{a}$$

$$T = \frac{a+b}{a-b} = \frac{rab}{ab} = a \quad T = \pm \sqrt{a}$$

$$\frac{x+1}{x^2} = 3 \quad \text{مع } x = 1 \quad \frac{1}{x^2} = 3 \quad x^2 = \frac{1}{3} \quad x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{x+1}{x^2} = 11 \quad x = 1 \quad \frac{1}{x^2} = 11 \quad x^2 = \frac{1}{11} \quad x = \pm \frac{1}{\sqrt{11}}$$

$$\frac{x+1}{x^2} = 11 \quad x = 1 \quad \frac{1}{x^2} = 11 \quad x^2 = \frac{1}{11} \quad x = \pm \frac{1}{\sqrt{11}}$$

$$a + rb = 19 \quad \text{مع } a + rb = 19 \quad \text{مع } a + rb = 19 \quad \text{مع } a + rb = 19$$

$$a + rb = 19 \quad (a + rb) = 19$$

$$a + rb = 19$$

$$a + rb = 19$$

$$a + rb = 19$$

نمی‌دهد عدد $1^{19} + 2^{19} + \dots + 100^{19}$ عدد اول است؟

$$2^{19} + 2^{19} + 1 = (2^{18})^2 + 2 \times 2^{18} \times 1 + 1^2 = (2^{18} + 1)^2$$

نه نه

عدد اولی صوری

حاصل عبارت $x^2 + y^2$ را می‌توان به صورت $x^2 + y^2 = (x+iy)(x-iy)$ نوشت.

حاصل عبارت $(x^2 + y^2)(x^2 + y^2) \dots (x^2 + y^2)$ را می‌توان به صورت $(x+iy)^n (x-iy)^n$ نوشت.

$$1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 100 = 100!$$

عدد اولی صوری به چه عددی است؟ عدد عبارت $x^2 + y^2$ را می‌توان به صورت $(x+iy)(x-iy)$ نوشت.

عدد اولی صوری را به چه عددی است؟ عدد $x^2 + y^2$ را می‌توان به صورت $(x+iy)(x-iy)$ نوشت.

$$x^2 + y^2 = (x+iy)(x-iy) \Rightarrow x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 - y^2$$

$$x^2 = 1 - y^2$$

۵. الفبا در هر یک از حروفهای جدول زیر یک چند جمله‌ای نوشته شده. به طوری که حاصل ضرب

حرفهای

نویسه خالی نسبت به هم برابر π شود. * را بنویسید.

$\pi+1$			$\pi+1$	*	$\pi-1$			$\pi-1$	
---------	--	--	---------	---	---------	--	--	---------	--

B C

$$1 + \pi + \pi + * = \pi \quad * = -2\pi + \pi = -\pi$$

۶. چند جمله‌ای $(\pi+3)^3$ را به صورت استاندارد بنویسید.

$$(\pi+3)^3 = \pi^3 + 9\pi^2 + 27\pi + 27$$

۷. اگر چند جمله‌ای $(\pi + 4\pi^2 - 32)^7$ را به صورت استاندارد بنویسیم، چه قدرتی

حرفهای آن به توان π دارد؟ یک جمله π

$$1 + 2\pi + 3\pi^2 + 4\pi^3 + \dots + 1382\pi^{1381} \quad (1 + \pi^4 + \pi^8 + \dots)$$

۸. اگر چند جمله‌ای $(1 + \pi^4 + \pi^8 + \dots)$ را به صورت استاندارد بنویسیم، ضریب π^5 چه قدرتی خواهد شد؟

$$7x^0 \times 1 = 7x^0 \quad 2x^4 \times 2x = 4x^5 \quad 4x^5 + 7x^0 = 11x^5$$

چند جمله‌ای معادون در صورت استاندارد شده‌ی چند جمله‌ای زیر ضرب شود

$$(1x^0 + 2x^1 + 3x^2 + 4x^3) \quad \text{چند جمله‌ای؟ چند جمله‌ای در درجه}$$

$$1x^0 + 2x^1 + 3x^2 + 4x^3 + 3x^4 + 4x^5 = 4x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 1x^0$$

در صورت استاندارد شده‌ی چند جمله‌ای $x(x+1)(x+2)(x+3)$ ضرب جمله‌های

$$x \times 2 \times 3 = 6x = \text{ضرب } x \quad x^3 + 2x^3 + 3x^3 = 6x^3 \quad \text{درجه ۳ برابر}$$

اگر $(x+1)$ را به ضرب یک چند جمله‌ای استاندارد شده می‌نویسیم

$$x=y=1$$

$$(1+1-2) = 0 \quad \text{حدا صغیر ضرب این چند جمله‌ای چند می‌شود؟}$$

$$(1-2) = -1 \quad \text{حدا صغیر ضرب جمله‌هایی که تغییر } x \text{ ندارد چند می‌شود؟}$$

$$0 - 1 = -1 \quad \text{حدا صغیر ضرب جمله‌هایی که تغییر } x \text{ دارند چند می‌شود؟}$$

Canal 100 A A 100

etc. etc. to many (20)

۱۲- (π_+^3) به صورت یک خط جدا می آید و در سه می تو نیم. اگر در این خط

و مجموع ضربها حاصله ها می باشد درجی ۶ در هر یک فرد بوده ۱ ۰ مساوی دهیم

• صور :

الف) E من U إلى U استمرارية

• O_2 & E are

نوعی از مسائل جالب ضرب دو جمله ای به دست آوردن مقدار حاصل

حاصل ضرب آن دو است. بسیاری مقدار جمله ها از روی ضرب استاندارد

جمله ای ها، اکام محاسبات حاصل ضرب یک جمله ای در یک جمله ای

$$(1+x)(x^2-x+1) = x^3+1 \quad \text{حاصل ضرب} \quad 3 \times 2 = 6 \quad \text{دست} \quad 2 \times 2 = 4 \quad \text{حاصل ضرب} \quad 2 \times 2 = 4$$

$$a, b \in R$$

$$a^F + a^R + 1 \in Q$$

$$a^7 + a^F + a^R + a^F b^R + a^R b^R + b^R \in Q$$

$$a^R(a^F + a^R + 1) + b^R(a^F + a^R + 1)$$

$$a^R + b^R \in Q$$

$$\overbrace{(a^F + a^R + 1)}^{EQ} (a^R + b^R) \in Q$$

$$a^R + b^R \in Q$$

۱۵- کدام یک از جمله‌های زیر معادل است؟

a) $x^2y + y^2z + z^2x$ ✗

b) $x^3yz + xy^3z + xyz^3 + 3$

c) $(x-y)^9$ ✗

d) $(x-y)^{10}$ ✓

e) $x^2\sqrt{}$

f) $\sqrt{}$ ✓

۱۶- با اضافه کردن یک جمله‌ای (یا کم کردن یک جمله‌ای) چه جمله‌ای معادل

a) $x^2y + xy + y^2x$

معادل

b) $3x^2 - 10xy + 3y^2$

c) $x^3y + xz^2 + z^3y + z^3x + xz^2 + y^3z + y^3x + xy^2 + yz^2 + yx^2 +$

d) $x^2 - 3y^2$

دو متغیروں کے لیے $P = \pi y$ و $S = \pi + y$ کے اعداد صریح زیر متغیروں کے لیے۔

$$\frac{(P+2S) \sqrt{PS}}{P} = \frac{(\pi y + 2\pi + 2y) \sqrt{3\pi + 3y}}{\pi y}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$$

تین متغیروں کے دو متغیروں کے لیے

$$a = b = c$$

$$ra^2 + rb^2 + rc^2 = rab + rbc + rac$$

$$a^2 + a^2 + b^2 + b^2 + c^2 + c^2 - rab - rbc - rac = 0$$

$$(a^2 + b^2 - rab) + (b^2 + c^2 - rbc) + (a^2 + c^2 - rac) = 0$$

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 = 0$$

$$a-b=0 \rightarrow a=b$$

$$a-c=0 \rightarrow a=c$$

$$b-c=0 \rightarrow b=c$$

$$\boxed{a=b=c}$$

$$x^2 + y^2 + 2xy + Fx + Fy = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = -Fx - Fy$$

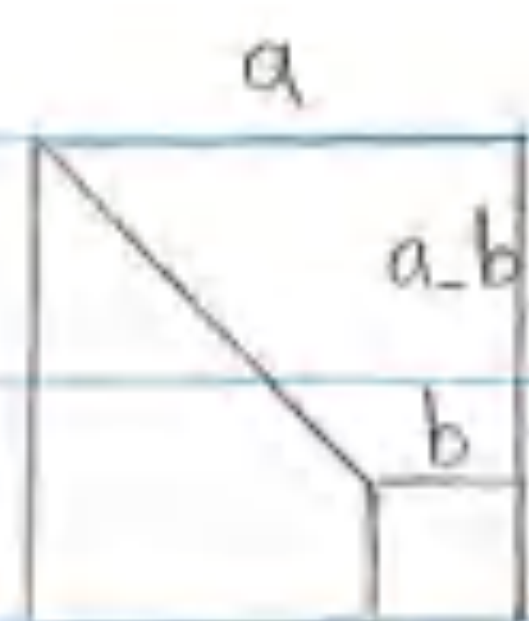
$$(x+y)^2 = 0$$

$$x+y=0 \quad x+y=0 \quad x=-y$$

$$x+y=0 \quad y=x \quad x-y = -x-x = -2x$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

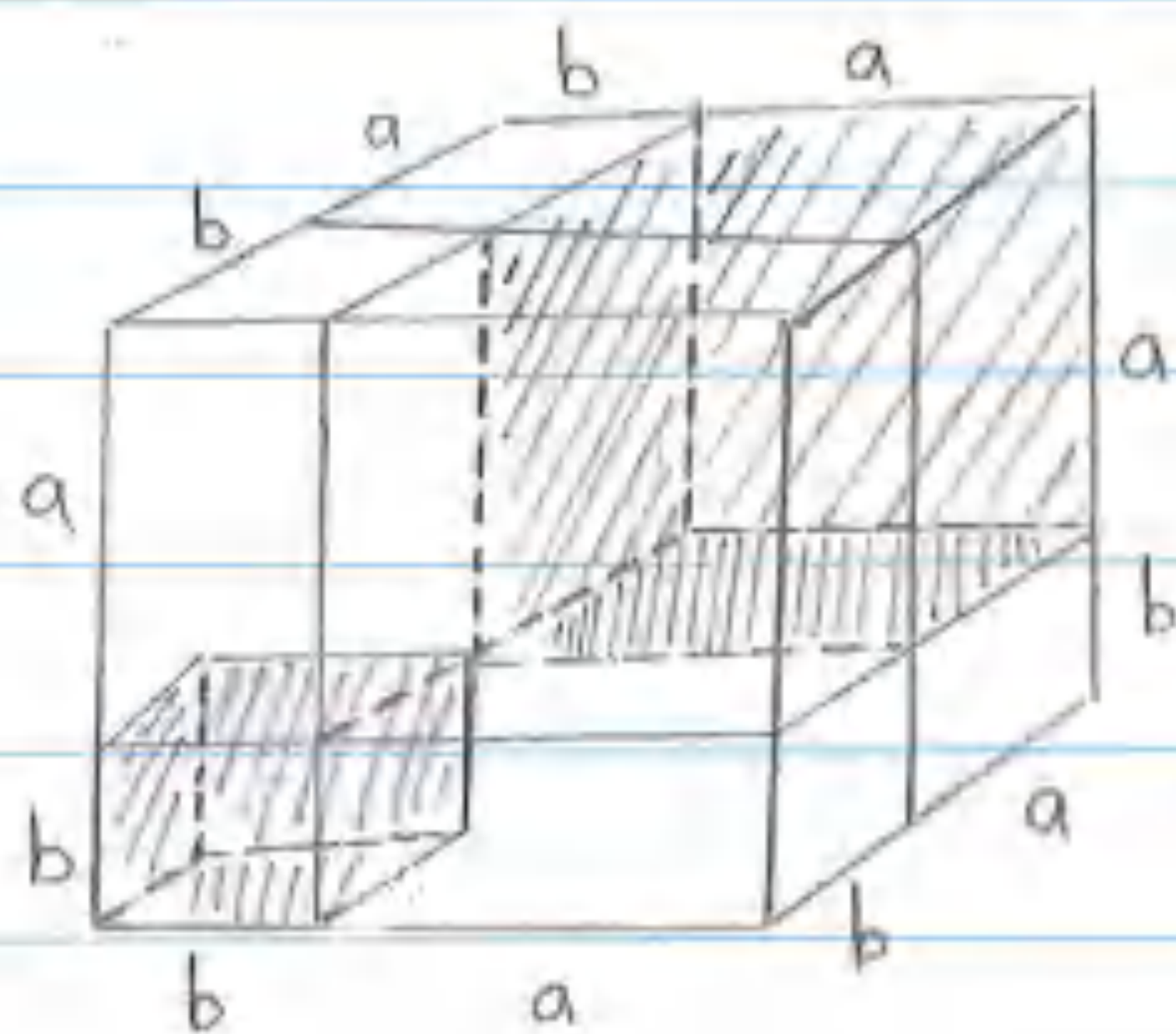
۲- اعداد مرکب



$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

اثبات هندسی



$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\rightarrow \text{a)} (x-r)(x+r) = x^r - r$$

$$\rightarrow \text{b)} (rx-\omega)(rx+\omega) = rx^r - r\omega$$

$$\rightarrow \text{c)} (1+rx)(rx-1) = rx^r - 1$$

$$\rightarrow \text{d)} (1-x)(1+x)(1+x^r)(1+x^F) = 1-x^A$$

$$\rightarrow \text{e)} ((a+b)-c)((a+b)+c) = (a+b)^r - c^r = a^r + b^r + rab - c^r$$

$$\rightarrow \text{f)} (a+b-c)(a-b+c) = [a+(b-c)][a-(b-c)] =$$

$$a^r - (b-c)^r = a^r - b^r - c^r + rbc$$

$$\text{g)} 100Y \times 99X = (100+Y)(100-Y) = 10^9 - Y^2 = 9999 \dots$$

$$\text{h)} 100^r - 99^r = (100+99)(100-99) = 199$$

$$\text{i)} 100^r - 99^r + 91^r - 9V^r + \dots + r^r - 1$$

$$(100-99)(100+99) + 91 + 9V + \dots + r+1 = \frac{100 \times 101}{r} = 10100$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

۳- اکار ماعب :

$$(x+ay)^3 = 1x^3 + 3(\overbrace{x^2y}^{90^\circ xy}) + 3(\overbrace{xy^2}^{180^\circ xy})(x) + 1y^3$$

$$(x - \frac{1}{x})^3 = x^3 + 3(x^2)(-\frac{1}{x}) + 3(x)(\frac{1}{x^2}) - \frac{1}{x^3} = x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$$

$$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

۵- سال دو ۲ :

$$a^3 + b^3 \text{ دلا } ab = -\omega, a+b = F \text{ لک}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$3F + 90 = a^3 + b^3 \quad a^3 + b^3 = 12F$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

۴- اکار صلا (مستطیل) :

$$(x+y)(x+z) = x^2 + 1_0 x + r1$$

$$(x-\omega)(x+y) = x^2 + (y-\omega)x - r\omega = x^2 + rx - r\omega$$

$$(x-z)(x-1_0) = x^2 + (-z-1_0)x + r_0 = x^2 - 1^3 x + r_0$$

$$(x^r + F)(x^r - 1_0) = x^r + (F-1_0)x - F_0 = x^r - 9x - F_0$$

$$(rx-\omega)(rx+z) = 9x^r + (-\omega+z)r^3 x - 1_0 = 9x^r - 9x - 1_0$$

$$((a+b)-y)(a+b+z) = (a+b)^2 - F(a+b) - r1 = a^2 + b^2 + rab - F_0$$

الاعداد (الاعداد) مجموع حاصلات (الاعداد) (الاعداد)

$$(a+b) \left(\begin{matrix} a^r \\ + \\ ab \\ + \\ b^r \end{matrix} \right) = a^r + b^r$$

$$(x+1)(x^r - x+1) = x^r + 1$$

$$(rx-\omega)(F x^r + 1_0 x + r\omega) = 1x^r - 1r\omega$$

$$(x-1)(x+1)(x^r+x+1)(x^r-x+1) = (x^w-1)(x^w+1) = x^g-1$$

مجموعه حل مسائل اکادمی دبیران

$$1) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \cancel{x^2} + \frac{1}{\cancel{x^2}} + 2 - \cancel{x^2} + \frac{1}{\cancel{x^2}} + 2 = \frac{2}{x^2} + 4$$

$$2) (2x+3)^2 - (2x-3)^2 = 4x^2 + 9 + 12x - 4x^2 + 9 - 12x = 18$$

$$3) (x^3 - 2x)^2 + (x^3 - 2)(x^3 + 2) = x^6 + 4x^2 - 4x^3 + x^6 - 4 = 2x^6 - 4x^3 - 4$$

$$4) ((x+y)-3)((x+y)+3) = (x+y)^2 - 9 = x^2 + y^2 + 2xy - 9$$

$$5) (2x^2(y+z))^2 (2x^2 - (z-y)) = 4x^4 (z-y)^2 = 4x^4 z^2 - 4x^4 y^2 + 8x^4 zy$$

$$6) (2x+y-3)^2 - (2x+y)^2 = (2x+y-3+2x+y)(2x+y-3-2x-y) =$$

$$(4x+2y-3)(-3) = -12x - 6y + 9$$

$$7) \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2 (1+x^2)(1+x^2) = (1-x^2)(1+x^2) = 1-x^4$$

$$8) (x-1)(x+1)(x^2+x+1) = (x^2-1)(x^2+x+1) = x^4 - 1$$

$$(x - rx^r)^r + (x + rx^r)^r = x^r - rx^q + r(x^r)(-rx^r) + \overbrace{r(x)(rx^q)}^{1rx^y}$$

$$-rx^q + r(x)(rx^q) + r(x^r)(rx^r) = rx^r + rrx^y$$

$$(1-rx)(1+rx)(1+rx^r) = (-1)(1-rx)(1+rx^r) = (-1)(1+rx^r-rx)(1+rx^r)$$

$$(1-rx)(1+rx^r) = -1 - rx^r + rx - rx^r - 1rx^q + 1rx^f$$

$$(x-1)(x^r+1)(x^r+x+1) = (x^r-1)(x^r+1) - x^q - 1$$

$$(rx-v)(rx-g) = qx^r + rx + rx(-1r) = qx^r - rxq + rx$$

$$\left(\frac{x-r}{r}\right)\left(\frac{x+r}{r}\right)(x^r+f) = \left(\frac{x-r}{q}\right)(x^r+f) = \frac{x^f - 1r}{q}$$

$$(rx+v)(rx-g) = qx^r - rx + rx(-r) = qx^r - rx - rx^r$$

دست راست: $x(x+1)(x+r)(x+r)$ دست چپ: $x + rx^r = 1$ و 1

$$\frac{1}{x} = rx \quad x + \frac{1}{x^r} + r(x + \frac{1}{x}) = rx \quad x + \frac{1}{x^r} = rx - 1r = rx$$

$$\begin{aligned} & \overbrace{(x^2 + 3x + 2)}^{10} \\ & \overbrace{x(x+1)(x+2)(x+3)}^{10} = 12x(x+3) = 12(\overbrace{x^2 + 3x}^{10}) = 120 \end{aligned}$$

حاصل ضرب عبارت زیر را به کمک اتحادها حساب کنید

$$\text{الف) } 1000^2 - 999^2 = (1000 + 999)(1000 - 999) = 1999$$

$$\text{ب) } 72^2 - 90^2 - 7^2 = (70 + 2)^2 - 90^2 - 7^2 = 90^2 - 7^2 + 2(7 \cdot 90) - 90^2 - 7^2 = 140$$

$$\text{ج) } 203 \times 197 = (200 + 3)(200 - 3) = 40000 - 9$$

$$\text{د) } x + y + z \text{ چه است؟} \quad \text{یا } x^2 + y^2 + z^2 + 3\omega = 10(x + y + z)$$

$$(x^2 - 10x + 3\omega) + (y^2 - 10y + 3\omega) + (z^2 - 10z + 3\omega) = 0$$

$$(x - \omega)^2 + (y - \omega)^2 + (z - \omega)^2 = 0 \quad x = y = z = \omega \quad x + y + z = 3\omega$$

$$\text{پس } x + \frac{1}{x} = 4 \quad \text{با استفاده از اتحاد زیر را به دست آورید}$$

$$(2-1) \quad (3-2) \quad (100-99) \quad \text{...}$$

$$(2^2 + 2 \times 1 + 1^2) + (3^2 + 3 \times 2 + 2^2) + \dots + (100^2 + 100 \times 99 + 99^2) =$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} + \dots + \sqrt{10000} = 100$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

مثال ٥

$$(x^2 - x + 1)^2 = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

المربع ناقص

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

المربع ناقص

معادله زیر را حل کنید:

$$\left(2x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(2x - \frac{1}{x}\right)^2 = 1$$

$$2x \times \frac{1}{x} = 1 \quad \frac{x}{x} = 1 \quad x = x$$

استادار اکادها حاصل عبارت های زیر را بنویسید

$$1) (x+2)(x^2-2x+4) = x^3 + 8$$

$$2) (2x-3y)(F x^2 + 6xy + 9y^2) = 12x^3 - 27y^3$$

$$3) (x+5)^3 = x^3 + 12x^2 + 15x + 125$$

استاد از اکادها جمله های زیر را بنویسید

$$x^3 + 8 = (x+2)(x^2-2x+4)$$

$$27x^3 - \frac{1}{8} = (3x - \frac{1}{2})(9x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{4})$$

$$a^6 - 64b^6 = (a^2 - 4b^2)(a^4 + 4a^2b^2 + 16b^4) = (a-2b)(a+2b)(a^2+4ab+4b^2)$$

استاد از عبارات زیر اکاد بنویسید

$$\sqrt{1) x+x=2x}$$

$$\sqrt{2) x \times x = x^2}$$

$$\sqrt{3) x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1)$$

۲- با استفاده از اتحادها حاصل عبارات زیر را بنویسید.

$$(x-1)(x+1) = x^2 - 1$$

$$(x-1)(x+5) = x^2 - 1 + 4x$$

$$(x+1)(x+3) = x^2 + 4x + 3$$

$$(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) = x^2 - 2$$

$$(x+\frac{1}{x})(x-\frac{1}{x}) = x^2 - \frac{1}{x^2}$$

۳- حاصل اتحادها عبارات زیر را بنویسید.

$$x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$$

$$x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$$

$$x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{1}{16} = (\frac{x}{2} - \frac{1}{4})(\frac{x}{2} + \frac{1}{4})$$

$$x^2 - 25y^2 = (x-5y)(x+5y)$$

$$a^2x^2 - b^2y^2 = (ax-by)(ax+by)$$

$$(a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

$$x^2 - 7x + 12 = (x-4)(x-3)$$

$$x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = (x+\sqrt{2})^2$$

عبارت های زیر را به شکل اکادها مکتوب کنید

$$(x-1)(x^2+2x+1) = x^3-1$$

$$(x+1)(x^2-2x+1) = x^3-1$$

$$(2x+1)(x^2-2x+1) = 1x^3+1$$

$$(x+1)^3 = x^3+1+3x^2+3x$$

$$(2a+1)^3 = 1a^3+1+6a+12a^2$$

$$(a-1)^3 = a^3-1+12a-9a^2$$

عبارت های زیر را به صورت دو یا سه عبارت مکتوب کنید

$$x^3-2x = (x-1)(x^2+2x+1)$$

$$x^3+1 = (x+1)(x^2-x+1)$$

$$a^3+1b^3 = (a+1b)(a^2-2ab+1b^2) \quad x^3+3x^2+3x+1 = (x+1)^3$$

$$y^3-6y^2+12y-1 = (y-1)^3$$

عبارت های زیر را به صورت دو یا سه عبارت مکتوب کنید

$$x^4-2x^2+1 = (x^2-1)^2 = ((x-1)(x+1))^2 \quad x^4-1 = (x^2-1)(x^2+1) = (x-1)(x+1)(x^2+1)$$

$$x^6-3x^4+3x^2-1 = (x^2-1)^3 = (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^2-1) = (x-1)(x+1)(x^2+1)(x-1)(x+1)$$

۷. برای اعداد مثبت a, b, c با رسم یک شکل ثابت کنید:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

	a	b	c	
a	a^2	ab	ac	a
b	ab	b^2	cb	b
c	ac	cb	c^2	c
	a	b	c	

این تساوی را با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای ثابت کنید. اگر a, b, c اعداد

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

دشمن نیستند:

$$(a+b+c)^2 = (a+b)^2 + c^2 + 2c(a+b) = a^2 + b^2 + 2ab + c^2 + 2ac + 2bc$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

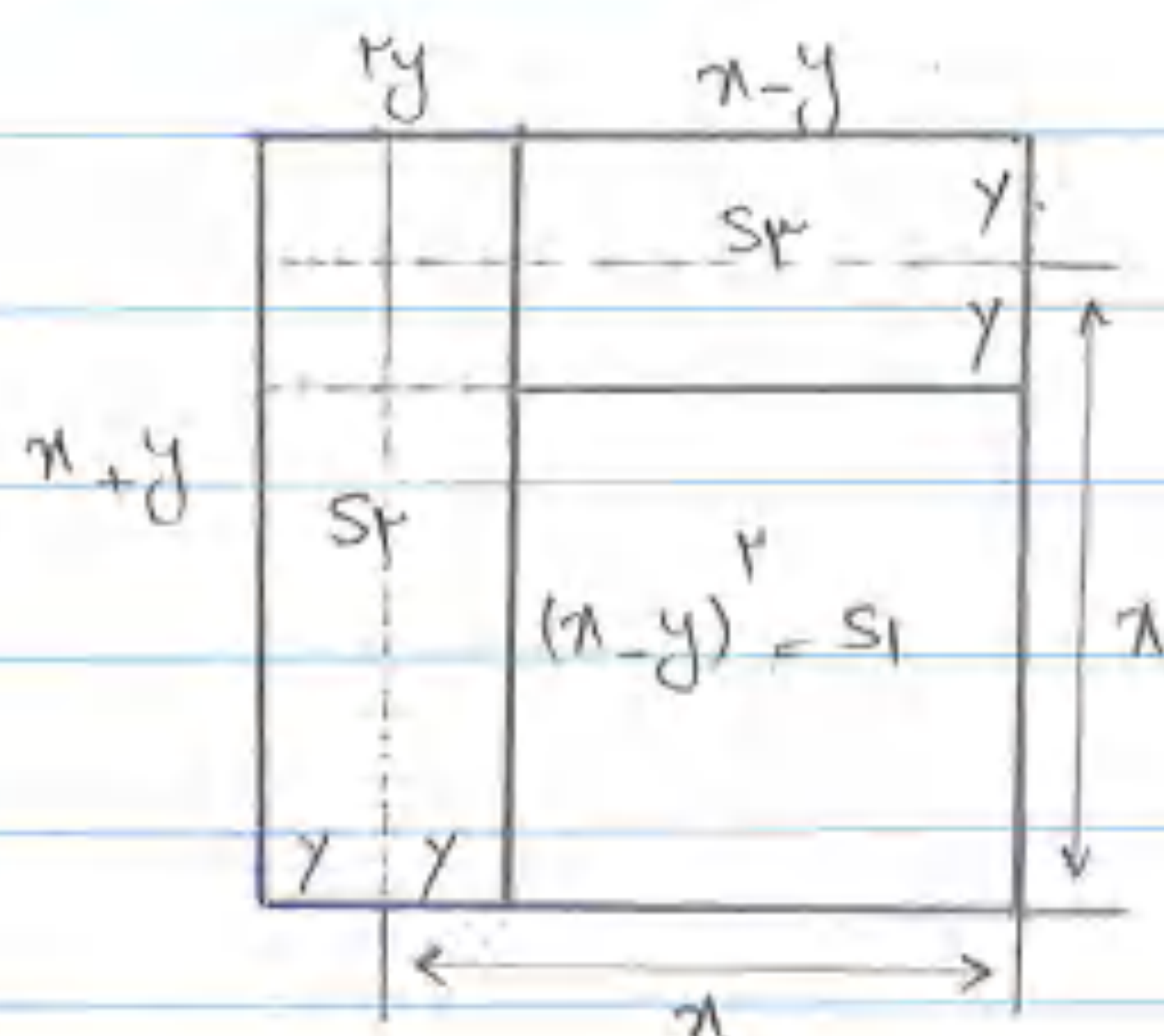
$$(a-b+c)^2 = (a-b)^2 + c^2 + 2c(a-b) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$$

۸. یک اتحاد مربع دو جمله‌ای زیر را ثابت کنید:

$$(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy \quad \underbrace{(x+y)}_{2x} \underbrace{(x+y)}_{2y} = 4xy$$

مساحت المثلثات با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای ثابت شده. در حالتی که x و y

مثبت باشند. در $x > y$ مساوی المثلثات به شکل مثلث برابری شده.



$$S = (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \quad S_1 = (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$S_1 = (x-y)^2 \quad S_2 = y(x+y) = xy + y^2$$

$$S_3 = y(x-y) = xy - y^2$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 \quad S - S_1 = (x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$$

مثال ۱: اگر $x+y=7$ و $xy=1$ ، عبارت x^2+y^2 را بیابید.

$$x^2(x+1) + y^2(y+1) = ?$$

$$x^2 + y^2 + y^2 = (x^2 + y^2) + (x^2 + y^2)$$

$$x^2 + y^2 + y^2 = (x^2 + y^2) + (x^2 + y^2) = 14x^2 - 17x + 19 - 16 = 20x$$

⑨ قسم اکادمی :

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 = (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2) +$$

$$2a_1a_2 + \dots + 2a_1a_n + (2a_2a_3 + \dots + 2a_2a_n) + \dots +$$

$$(2a_3^2 + 2a_3a_4 + \dots + 2a_3a_n) + \dots + 2a_4^2 + 2a_4a_5 + \dots + 2a_4a_n + \dots + 2a_n^2$$

$$2a_1^2 + 2a_1a_2 + 2a_1a_3 + \dots + 2a_1a_n + 2a_2^2 + 2a_2a_3 + \dots + 2a_2a_n + \dots + 2a_n^2$$

نیم از حاصل میسر:

$$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x + abc$$

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) =$$

$$x^4 + (a+b+c+d)x^3 + (ab+ac+ad+bc+bd+cd)x^2 +$$

$$+ x(abc+abd+acd+bcd) + abcd$$

$$(x+1)(x+2)(x+3) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

نیم از حاصل میسر:

$$(a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1}) = a^n - b^n$$

$$(a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + b^{n-1}) = a^n + b^n$$

n زوج میسر است

$$(a+b)(a^n - a^{n-1}b + a^{n-2}b^2 - \dots + b^n) = a^{n+1} - b^{n+1}$$

$$(a+b)(a^n + a^{n-1}b + a^{n-2}b^2 + \dots + b^n) = a^{n+1} + b^{n+1}$$

$$5) (a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5) = a^7 - b^7$$

۱۲- اتحاد اولیه

$$6) (a^3 + b^3 + c^3 - ab - ac - bc) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$7) (a^3 + b^3 + 1 - ab - a - b) = a^3 + b^3 + 3ab - 1$$

نیمه اتحاد اولیه

$$8) b + c = 0 \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$9) 2 \cdot 3 \rightarrow (-1)^3 + 2^3 + 3^3 = 3(-1)(2)(3) = -36$$

مسئله معادله درجه اول

$$(x+1)^3 + (3-2x)^3 + (x-5)^3 = 0$$

$$\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \frac{3}{2} \\ x = 5 \end{array}$$

$$b + c = (x+1) + (3-2x)(x-5) = 0$$

$$(x+1)^3 + (3-2x)^3 + (x-5)^3 = 3(x+1)(3-2x)(x-5) = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$$

نسبت ۲: مساوی

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

نسبت ۳: مساوی $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc \rightarrow a = b = c$

نسبت ۴: مساوی و مساوی نسبت ۳ و ۴ مساوی $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ مساوی $a = b = c$

۱۔ حاصل ضرب پ لیں اکادھا ۳ دسب اور ۲۔

$$(a+1)^2 - (a-1)^2 = a^2 + 1 - 2a$$

$$(a+1-a)^2 = a^2 + 1 + a^2 + 2a - 2a - a^2 + a^2$$

$$(x-3)^2 - (x+3)^2 = (x^2 - 6x + 9) - (x^2 + 6x + 9) = -12x$$

$$(\sqrt{x+1})^2 = (\sqrt{x+1})(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+1}) = (\sqrt{x+1})(\sqrt{x+1}) = \sqrt{x+1}$$

$$(x+\sqrt{x})^2 = (x+\sqrt{x})(x+\sqrt{x})(x+\sqrt{x}) = (x+\sqrt{x})(x+\sqrt{x}) = x + 2\sqrt{x} + x$$

$$(x+1)^2 - (x-1)^2 = (x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1) = 4x$$

$$(x^2 + x + 1)^2 = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$$

$$(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$(3x^2-9)^2 = 9x^4 - 54x^2 + 81$$

$$b) (x + \omega y)(x + \omega^2 y) = x^2 + 1\omega y^2 + \omega x y$$

$$c) (x + \omega x)(x^2 - \omega x + \omega^2 x^2) = x^3 + \omega x^3 = x^3 + 1\omega x^3$$

$$d) (\overbrace{a-1}^r)(\overbrace{a+1}^r)(\overbrace{a+a+1}^r) = a^r - 1$$

$$e) (a+r)^r - (a+a+r)^r = (a+r-a-r)(a+r+a+r) =$$

$$-a(r a + a + r) = -r a^r - a^r - r a$$

$$x - r$$

$$f) \frac{1}{r}(rx - F)(x + rx + F) = x^2 - \Lambda$$

$$g) (a^r - ra + b - 1)^r = a^r + ra^r + b^r + 1 - ra^r + rab - ra^r - Fab -$$

$$h) (x+1)(x+r)(x+\omega) = x^3 + 1\omega + (1+r+\omega)x^2 + (r+\omega+1\omega)x + \omega$$

$$i) (x-1)(x+r)(x+r)(x-F) = x^4 + (-r-r-r-F)x^3 + (-r-r-F-F-F)x^2 +$$

$$+ (-F + \Lambda + 4r - rF)x + rF = x^4 - 1\omega x^3 - 1\omega x^2 + rF$$

$$F(x^F + \omega)(x^F - \frac{\omega}{F}x) = F(x^F + \frac{\omega}{F}x)(x^F - \frac{\omega}{F}x) = F(x^F - \frac{\omega^2}{F^2}x^2)$$

$$F(x^F - x + x - 1) = x^F - 1$$

$$F(a^F - ab + a^2b^2 - ab^3 + b^4) = a^{\omega} + b^{\omega}$$

$$F(x^{\omega} + x^F y + x^2 y^2 + x^3 y^3 + x^4 y^4 + x^5 y^5 + y^6) + y^7 = x^7 - y^7 + y^7 = x^7$$

۲. عبارت $x + y^2$ در یک ω جمله ای مرتب x و y حاصل مرتب x و y است.

$$F(x^F - 2xy + Fy^2 - 17y^3 + 17y^4) = x^{\omega} + 17y^{\omega}$$

۳. هر عبارت در x و y به شکل $x^a + y^b$ می باشد.

$$x + x + x + \dots + x + x + 1 = \frac{x^{\omega} - 1}{x - 1}$$

$$x - x + x - x + \dots - x + 1 = \frac{x^{\omega} + 1}{x + 1}$$

$$x^2 + x + 1 + x + 1 - 2x = 0 \quad \text{مساوی است با 0}$$

$$\text{الف)} (x^2 - x + 1)(x^2 + x - 1) = x^4 - x^2 + 1$$

$$\text{ب)} (a-b-c)(a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac + bc) = a^3 - b^3 - c^3 - 3abc$$

$$\frac{x+y}{x-y} \quad \text{مساوی است با} \quad \frac{x^2 - 8xy + 9y^2}{x-y} = 0$$

$$(x^2 - 8xy + 9y^2) = 0 \quad x = 3y \quad \frac{x+y}{x-y} = \frac{4y}{2y} = 2$$

$$\text{الف)} \quad ab + ac + bc \quad \text{مساوی است با} \quad a^2 + b^2 + c^2 = 100 \quad a+b+c = 13$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$169 = 100 + 2(ab + bc + ca) \quad 34.5 = ab + bc + ca = 34.5$$

$$\text{الف)} \quad c, b = 0 \quad \text{در هر دو طرف}$$

$$\text{الف)} a^2 + b^2 + 9y^2 - 4x + 1 = 0 \quad (a-2)^2 + (b+3)^2 = 0$$

$$a = 2 \quad b = -3$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 0$$

$$a^2 + b^2 + (a+b)^2 = -(c+1)^2$$

$$a^2 + (a-1)^2 + (c+1)^2 = 0$$

$$a=1 \quad c=-1$$

۸. اتحاد زیر را ثابت کنید:

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(a+c)$$

$$3(a+b)c^2 + 3(a+b)c^2 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(ac+bc+c^2)$$

$$3a^2a + 3a^2b + 3b^2a + 3b^2b = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(ac+bc+cc+ab)$$

$$3a^2a + 3a^2b + 3b^2a + 3b^2b = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(ac+bc+cc+ab)$$

$$3a^2a + 3a^2b + 3b^2a + 3b^2b = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(a+c)$$

۹. فرض کنید a عدد اول باشد و a عدد زوج را به طوری که a عدد اول باشد.

$$a \quad a+1 \in B^3$$

$$B^3 - 1 = (B-1)(B^2+B+1)$$

۱۰. فرض کنید a عدد اول باشد و a عدد زوج را به طوری که a عدد اول باشد.

$$(a+1)^2 = 7 \quad B=2 \quad B-1=1 \quad B^2+B+1=7$$

$$x^3 = \sqrt{r+1} + \sqrt{r-1} + \sqrt[3]{(\sqrt{r+1})(\sqrt{r-1})(-x)}$$

$$x^3 = r\sqrt{r} + \sqrt[3]{r} \quad x^3 - \sqrt[3]{r} = r\sqrt{r} \quad \sqrt[3]{r} = 1$$

ولذلك $x^3 - \sqrt[3]{r}$ صفر، إذن $x = \sqrt[3]{\sqrt{r-1}} + \sqrt[3]{\sqrt{r+1}}$

$$x^3 = \sqrt{r-1} + \sqrt{r+1} + \sqrt[3]{(\sqrt{r-1})(\sqrt{r+1})(-x)} + \sqrt[3]{(\sqrt{r+1})(\sqrt{r-1})(-x)}$$

$$x^3 - \sqrt[3]{r} = r\sqrt{r} + \sqrt[3]{\sqrt{r-1}} + \sqrt[3]{\sqrt{r+1}} - \sqrt[3]{\sqrt{r-1}} - \sqrt[3]{\sqrt{r+1}} = r\sqrt{r}$$

ولذلك $a^3 + b^3 + c^3$ صفر، $c = -r\sqrt{r}$ ، $b = \sqrt{r-1}$ ، $a = \sqrt{r+1}$

$$a + b + c = \sqrt{r+1} + \sqrt{r-1} - r\sqrt{r} = 0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = rabc = r(-r\sqrt{r})(\sqrt{r}) = -1r\sqrt{r}$$

ولذلك $x^3 + \frac{1}{x^3} = 2$ ، $x^3 + \frac{1}{x^3} = 2$ ، $x^3 + \frac{1}{x^3} = 2$ ، $x^3 + \frac{1}{x^3} = 2$

$$(x-1)(x+x+1) = x^3 - 1 = 0 \quad x^3 - 1 = 0 \quad x^3 = 1$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 1 + 1 = 2$$

$$x^3 + 1 = -x$$

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$(x + \frac{1}{x})^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 = 1$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = -3$$

۱۳- مربع عددی را با ۹ بدید مربع عددی دیگر جمع کردیم. حاصل ۶ بدید حاصل شد

دو عدد سه است. نسبت عدد بدید به اوجه بدید ۴ بدید و در ۵

$$A^2 - 3B^2 = 0 \quad (A - \sqrt{3}B)^2 = 0 \quad A = \sqrt{3}B \quad \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{3}B}{B} = \sqrt{3}$$

۱۴- مجموع دو عدد ۱۳ و حاصل ضرب همان دو عدد ۳۶ است. مجموع توان های چهارم

$$\begin{aligned} (A+B)^2 &= A^2 + B^2 + 2AB & A^2 + B^2 &= 97 \\ 179 &= A^2 + B^2 + 72 \end{aligned}$$

$$A^2 + B^2 + 2(AB) = 97 \quad 97 - 2(36) = A^2 + B^2 = 25$$

۱۵- اگر $x^2 - x + 1 = 0$ باشد حاصل $x^3 + x^2 + x + 1$ را بدید

$$x^3 + x^2 + x + 1 = x^2(x+1) + (x+1) = (x^2+1)(x+1)$$

$$(x^2+1)(x+1) = (x^2+1)x + (x^2+1) = x^3 + x^2 + x + 1$$

$$x^3 + x^2 + x + 1 = x^2(x+1) + (x+1) = (x^2+1)(x+1)$$

$$(2x-3)^3 + (x-2)^3 + (5-3x)^3 = 0 \quad \text{خطای دایره و راجع است:}$$

$$2x-3 + x-2 + 5-3x = 0$$

$$3(2x-3)(x-2)(5-3x) = 0$$

$$x = 1/2$$

$$x = 2$$

$$x = \frac{5}{3}$$

خطای دایره و راجع است: C, b, a حساب است:

$$q(b+1) + F(a+c-ac) - 12(b+c) + 7 = 0$$

$$\frac{qb}{b+1} + \frac{q}{b+1} + \frac{Fa}{b+1} + \frac{Fc}{b+1} - \frac{Fac}{b+1} - 12b - 12c + 7 = 0$$

$$(3b-2)^3 + (2a-c)^3 + 3(F+c-FC) = 0$$

$$3b-2=0 \rightarrow 3b=2 \rightarrow b = \frac{2}{3} / C-2=0 \rightarrow C=2 / 2a-2=0 \rightarrow 2a=2 \rightarrow a=1$$

خطای دایره و راجع است: F عدد صحیح است و حاصل ضرب F حاصل ضرب است.

$$x(x+1)(x+2)(x+3) + 1 = (x+3x)(x+3x+2) + 1 = A^2 + 2A + 1$$

$$\text{س } \text{مساواة } a + b \text{ دالة على } a + b + ab = b - a - 1 \text{ } \mu 19$$

$$ra + rb + rab - rb + ra + r = 0$$

$$a + b = -1 + 1 = 0$$

$$(a+b) + (a+1) + (b-1) = 0$$

$$a = -1 \quad b = 1$$

$$\text{س } \text{مساواة } a + b + c \text{ دالة على } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \text{ } a + b + c = 1 \text{ } \mu 20$$

$$(a+b+c) = a + b + c + rab + rac + rbc$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = -\frac{1}{a}$$

$$a + b + c = 1$$

$$\frac{c+b}{bc} = -\frac{1}{a}$$

$$bc = -ac - ab$$

$$\text{س } \text{مساواة } a + b + c \text{ دالة على } a + b + c = 1 \text{ } a + b + c = 0 \text{ } \mu 21$$

$$(a+b+c) = a + b + c + rab + rac + rbc \quad ab + ac + bc = -\frac{1}{r}$$

$$(ab + ac + bc)^2 = a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2 + 2abc(a+b+c)$$

$$\frac{(a+b+c)^2}{1} = a^2 + b^2 + c^2 + \frac{1}{r} \quad a+b+c = \frac{1}{r}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \text{ در } a+b+c = \frac{1}{r} \quad a^2 + b^2 + c^2 = \frac{1}{r^2} \quad a+b+c = \frac{1}{r} \quad \text{و } 1 \quad 12$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \quad \text{! در دست آورده}$$

$$ab + ac + bc = \frac{1}{r} \quad (ab + ac + bc)^2 = a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2 + 2abc(a+b+c)$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + r(ab + ac + bc) \quad a^2 + b^2 + c^2 = \frac{1}{r^2}$$

$$1(a^2 + b^2 + c^2 - (ab + ac + bc)) = a^2 + b^2 + c^2 - 3abc \quad \frac{1}{r} - 3abc = \frac{1}{r}$$

13 دو نفر در مسابقات شطرنج بازی کرده اند. هر دو نفر بین خودشان یک مسابقه

اکتادیده اولین بازیکن π_1 عدد اولی بازیکن π_2 عدد و π_3 بازیکن و ... و

دومین بازیکن π_1 عدد اولی بازیکن π_2 عدد و π_3 بازیکن و ... و

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_1 = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_1$$

$$\text{LHS} = \text{RHS}$$

$$q(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10})(y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{10})$$

$$q(x_1 - y_1) + q(x_2 - y_2) + q(x_3 - y_3) + \dots + q(x_{10} - y_{10}) = 0$$

$$x_1^2 - y_1^2 + x_2^2 - y_2^2 + x_3^2 - y_3^2 + \dots + x_{10}^2 - y_{10}^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{10}^2 = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + \dots + y_{10}^2$$

$$\leq 0 \quad \text{و} \quad x + y + z = x + y + z = 0 \quad \text{پس} \quad \text{TF}$$

$$x^n + y^n + z^n = 0$$

$$x = (y, z)$$

$$x^n = (y + z)^n = y^n + z^n + \dots$$

$$-y^n - z^n = -y^n - z^n + \dots$$

$$y^n z = -z^n y \Rightarrow -y = z$$

$$x + y + z = 0$$

$$x = 0$$

$$x^n + y^n + z^n = y^n - y^n = 0$$

$$\text{پس} \quad \text{TF}$$

$$(ax + by)^r + (ay - bx)^r = (a^r + b^r)(x^r + y^r)$$

۱۳- اتحاد لایبزنیز

$$a^r x^r + b^r y^r + r a b x y + a^r y + b^r x - r a b x y = x^r (a^r + b^r) +$$

$$y^r (a^r + b^r) = (a^r + b^r)(x^r + y^r)$$

در این دو جمله اول $r x + r y = 1$ و در این دو جمله اول $x^r + y^r$

$$a = r$$

$$b = r \quad (rx + ry)^r + (rx - ry)^r = (r^r + r^r)(x^r + y^r)$$

$$100 + (rx - ry)^r = 1^r (x^r + y^r)$$

$$\text{Min} = 0$$

$$\text{Min}(x^r + y^r) = \frac{100}{1^r}$$

۱۴- اتحاد ابیو

$$(a^r + ab + b^r)(a^r - ab + b^r) = a^F + ab^r + b^F$$

$$a^F - ab^r + ab^r + a^r b - ab^r + ab^r + ab^r - ab^r + b^F = a^F + b^F + ab^r$$

$$(x^r + x + 1)(x^r - x + 1) = x^F + 1 + x^r$$

$$ب) (x^r - rx + F)(x^r + rx + F) = x^F + 17 + Fx^r$$

نکات حاصل استخوان - سوئول و رسته ...

$$1 \quad 1 \quad 1$$

$$n=0 \quad (a+b)^0 = 1$$

$$1 \quad r \quad 1$$

$$n=1 \quad (a+b)^1 = 1a + 1b$$

$$(a+b)^n = ?$$

$$1 \quad r \quad r \quad 1$$

$$n=r \quad (a+b)^r = 1a^r + r ab + 1b^r$$

$$1 \quad F \quad 7 \quad F \quad 1$$

$$n=r \quad = 1a^r + r a^r b + r ab^r + 1b^r$$

$$1 \quad \omega \quad 1\omega \quad 1\omega \quad \omega \quad 1$$

$$n=F \quad (a+b)^F = 1a^F + F a^r b + r a^r b^r + F ab^r + 1b^F$$

$$n=\omega \quad 1a^\omega + \omega ab^F + 1\omega a^r b^r + 1\omega a^r b^r + \omega ab^F + 1b^\omega$$

۱- لازم است از مساوی های زیر یک اکاد را نشان می دهیم.

$$X(الف) \quad x^2 - 1 = (3x^2 - 6x - 4x + 1)(x - 2) - 2x^2 \quad x^2 - 1 \neq x^2 - 10x + 1$$

$$\checkmark (ب) \quad (x-1)(x^3 + x^2 + x + 1) = x^4 - 1$$

$$\checkmark (ج) \quad (x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3 = 3(x-y)(y-z)(z-x)$$

۲- بررسی کنید به مساوی زیر، اکادی را نشان می دهیم. $a=1, b=2, c=3$

$$(a+b-c)^3 + (ab+rc)^3 = (ab-rc)^3 + (a+b+c)^3 + 3abc$$

$$0 + (2+9)^3 = (2-9)^3 + (9)^3 + 3(7) \quad 512 \neq -64 + 219 + 18$$

۳- معكوكه با عكس اعداد a و b اعداد متضاد

$$\text{و ۱) } a(x+1)^r + b(x+1)^r - ax^r - bx^r = 1x + r \quad a(1, rx) + b$$

$$ax^r + a + rx + b - ax^r - bx^r = 1x + r$$

$$rx = 1x \quad a + b = r \quad \frac{r-r}{r} = b \quad b = -1$$

$$a = r$$

$$\text{و ۲) } (x^r + ax + 1)^r = x^r + bx^r + rx + bx + 1$$

$$\frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r}$$

$$x^r(a+r) = rx^r \quad a+r=r \quad a^r = r \quad a = \pm r$$

$$rx = bx^r \quad ra = b \quad ax = bx \quad a = b$$

$$\text{۳) } x^r + rx^r - rx^r - ax - 9 = (x-a)(x-b)(x^r + x + 1)$$

$$(x^r + ab - x(-a-b))(x^r + x + 1)$$

$$+ x(a-b)$$

$$x^r + rx^r - rx^r - ax - 9 = x^r + x^r + x^r + x^r(ab) + x(ab) + ab + x^r(-a-b) + x^r(-a-b)$$

$$x^r + rx^r - rx^r - ax - 9 = x^r + x^r(1-a-b) + x^r(1+ab-a-b) + x(ab-a-b) + ab$$

$$-1-a-b = -a$$

$$a = r \quad b = -r$$

$$-a-a-b = -r$$

$$1-a-b = r$$

$$ax - 2a + bx^2 + 4b - 4bx - x^3 + 1 + 9x^2 - 12x$$

$$1 + x + 2x^2 - x^3 = 3 + a(x-2) + b(x-2)^2 (x-2)^2 \quad \text{طوری که } a, b \text{ در عدد صحیحند}$$

اگر سه است. درباری غالب عدد $a+b$ چه می توان لب

$$b = -4 \quad a + 4 = 1 \quad a = -3 \quad 9 + 1 = 10$$

$$1 + x + 2x^2 - x^3 = -x^3 + x^2(b+9) + x(a-4b-12) + (-2a+4b+1)$$

$$5. \text{ با اعدادی که در جابجایی اعداد } x(\sqrt{3}+1) + y(\sqrt{3}-1) = 1 \text{ درست است}$$

$$+ \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} = 1$$

$$((\text{ارائه اعداد صحیح می شود} \quad x = \frac{1}{2} \text{ و } y = -\frac{1}{2}))$$

6. جای خالی که در جدول داریم با سه لایه داده شده درست شود

$$r = mp + np$$

$$s = mq + np$$

$$\Rightarrow (m^2 + amn + n^2)(p^2 + apq + q^2) = r^2 + ars + s^2$$

الف (ب) لیس:

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 - 2(x^2 + y^2 + z^2) = (x+y+z)(x+y-z)(x-y+z)(-x+y+z)$$

ب) (ب) لیس: a, b, c متساوی باشند و $(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2(a^2 + b^2 + c^2) = (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$

در این صورت a, b, c می توانند طول اضلاع مثلث قائم الزویه باشند.

تغییر: تبدیل عبارت جبری به حاصل ضرب دو یا چند عبارت جبری به روشی که هیچ کدام

از اینها قابل تغییر نباشند.

روش‌های تغییر:

فکتورگیری - دست‌بندی - استفاده از اعداد - سلسله‌های جبری - افزودن و

کاستن - روش عامل - دو یا چندین سوگانه

۱. مثال‌های فکتورگیری

$$3xy^2 - 6x^2y + 9xy =$$

انقاد مربع دو جمله‌ای

۱. استفاده از انقاد مربع دو جمله‌ای حاصل عبارات‌های زیر را بسویید

$$\text{الف) } (x - x)^2 = x^2 - 2x + x^2$$

$$\text{ب) } (2x + 3xy)^2 = 4x^2 + 12xy + 9x^2y^2$$

$$\text{ج) } (1 + x + x)^2 = 1 + x + x + 2x + 2x + 2x = x^2 + 2x^2 + 3x^2 + 2x + 1$$

$$\text{د) } ((x+y)^2)^2 = (x^2 + 2xy + y^2)^2 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

۲. خواهیم که اشیاء بدون یک « یک جمله‌ای » عبارت‌های زیر را به صورت مربع

یک دو جمله‌ای بسویید - هر چه بود « جمله‌ای » را بنویسید

$$\text{الف) } F_0^2 + 1 F_{0b} + \left(\frac{F_0}{F}\right)^2 b^2 = \left(r_0 + \frac{V}{F} b\right)^2 \quad \text{ب) } F_0^2 + V_{0b} + \left(\frac{V}{F}\right)^2 b^2 = \left(r_0 + \frac{V}{F} b\right)^2$$

$$\text{ج) } \omega_0^2 + 2\sqrt{\omega_0} + 1$$

$$(\sqrt{\omega_0} + 1)^2$$

$$\text{د) } \frac{\omega_0^2}{V_0} + V_0 + \frac{F_0}{F_0}$$

$$\frac{V_0}{2\sqrt{\omega_0}} + \frac{V}{2\sqrt{\omega_0}}$$

دو مورد دیگری هم داریم خوب در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} & (2a+5) \quad \left(\frac{2a}{Fa}\right)^2 \\ & \text{و) } Fa + 2a + \frac{2a}{-2a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{و) } a^2 + F + \frac{Fa}{a+2} \\ & (a+2)^2 \end{aligned}$$

در این مورد با 3 خوب های مختلف پیوند پیدا می‌کنیم.

$$\left(\sqrt{a^2} + \frac{1}{2\sqrt{a^2}}\right) = a^2 + 1 + \left(\frac{1}{Fa^2}\right) \quad \left(\frac{a^2}{2} + 1\right) \cdot \left(\frac{a^2}{2}\right) + a^2$$

$$\left(\sqrt{a^2} + 1\right)^2 = a^2 + 1 + 2\sqrt{a^2} \quad \left(\sqrt{a^2} - 1\right)^2 = a^2 + 1 - 2\sqrt{a^2}$$

3 مجموع درجه 2، حاصل ضرب آن‌ها 1F شده است. مجموع مربع‌های آن دو

$$A+B=2a \quad AB=1F$$

در حساب

$$\begin{aligned} (A+B)^2 &= A^2 + B^2 + 2AB \\ &= 4a^2 + 17A \end{aligned} \quad A^2 + B^2 = 17A$$

$$\begin{aligned} & \text{ف} \quad \sqrt{1+\sqrt{1+1}} \quad \text{یا نه} \\ & \left((1+\sqrt{2})^2\right)^2 = (1^2 + 2\sqrt{2} + 2)^2 = 9 + 8 + 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

اگر $\frac{1}{a+b} = \frac{a-b}{a^2+b^2}$ در این صورت $a^2+b^2 = Fab$ $a > b > 0$ A

$$\frac{a^2+b^2}{Fab} = \frac{a-b}{Fab} = \frac{1}{F} \quad T = \pm \sqrt{3}$$

اگر $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, (a,b)=1$ $\sqrt{2}, \sqrt{3} \in \mathbb{Q}$ B

$n\sqrt{2} + m\sqrt{3} \in \mathbb{Q} \Rightarrow n=m=0$ C

$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2$ $\frac{a^2}{b^2} = 5 + 2\sqrt{6}$ $\frac{a^2}{b^2} - 5 = 2\sqrt{6}$ D

$\sqrt{6} = \frac{a}{b}$ $\frac{a^2}{b^2} = 6$ $a^2 = 6b^2$ $(7k)^2 = 7b^2$ $49k^2 = 7b^2$ $7k^2 = b^2$ $(a,b) \neq 1$

اگر $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2+b^2}$ در این صورت $a^2+b^2 = Fa$ A

اگر $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2+b^2}$ $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2+b^2}$ $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2+b^2}$ $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2+b^2}$

اگر $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2+b^2}$ $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2+b^2}$ $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2+b^2}$ $\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2+b^2}$

۱۲- درستی کاستی زیر بررسی کنید.

$$\sqrt{19 - 12\sqrt{5}} = \sqrt{(3 - 2\sqrt{5})^2} = 3 - 2\sqrt{5}$$

$$9 + 20 - \underbrace{2(3)(2\sqrt{5})}_{12\sqrt{5}} = (3 - 2\sqrt{5})^2$$

۱۳- در هر مورد a و b ایابا باشد $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ برقرار شود.

$$a = 2, b = 7$$

$$a = 7, b = 2$$

$$\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$$

الف) $\sqrt{9-57} = \sqrt{a-b}$

ب) $\sqrt{2+3} = \sqrt{a+b}$

$$2+3 = a+b+2\sqrt{ab}$$

$$\sqrt{3} = \sqrt{ab}$$

$$ab = \frac{3}{4}$$

تصريح

$$ب) 3xy^2 - 9x^2y + 9xy = 3xy(y - 3x + 3)$$

والنور ليدري

$$ج) a(x+y) - 3(x+y) = (x+y)(a-3)$$

$$د) x(x+1)^2 - x(x+1) = x(x+1)(x+1-x) = x(x+1)(x-1)$$

$$x^2A - xA = xA(A-1)$$

$$ه) 10x(a-b) - 10x^2(a-b) = 10x(a-b)(1-x)$$

$$و) 9(x-y) + 9x - 9y = 9(x-y) + 9(x-y) = (x-y)(9+9)$$

تصريح ليدري

$$ز) x^2 - xy + 7x - 7y = x(x-y) + 7(x-y) = (x-y)(x+7)$$

$$ح) (x^2 - xy) + (7x - 7y) = x(x-y) + 7(x-y) = (x-y)(x+7)$$

$$ط) x + ky + kx + y = (x+y) + k(x+y) = (x+y)(k+1)$$

المعادلة

$$ب) x^2 + kx + k = (x+k)^2$$

$$س) kx^2 - 2kxy + ky^2 = (kx - y)^2$$

$$b) 1 \lambda^r + 1 r \lambda + r = r(q \lambda^r + q \lambda + 1) = r(r \lambda + 1)^r$$

$$d) (\lambda + y)^r + r(\lambda + y) + 1 = ((\lambda + y) + 1)^r = (\lambda + y + 1)^r$$

$$e) \lambda^r + q \lambda^r y^\omega + q y^\omega = (\lambda + r y^\omega)^r$$

$$u) \lambda^r - r y^r = (\lambda - r y)(\lambda + r y)$$

$$z) \lambda^r - 1 = (\lambda^r + 1)(\lambda^r - 1) = (\lambda^r + 1)(\lambda + 1)(\lambda - 1)$$

$$e) (\lambda + y)^r - r \omega = (\lambda + y + \omega)(\lambda + y - \omega)$$

$$b) (r \lambda - r)^r - (1 - r \lambda)^r = (r \lambda - r + 1 - r \lambda)(r \lambda - r - 1 + r \lambda) = (-r)(r \lambda - r) =$$

$$(-r) \times r(\lambda - 1) = -r^2(\lambda - 1)$$

$$oo) r \lambda^r (\lambda + y)^r - 1 = (r \lambda (\lambda + y) + 1)(r \lambda (\lambda + y) - 1) = (r \lambda^2 + r \lambda y + 1)(r \lambda^2 + r \lambda y - 1)$$

10
Wiederholung

$$6) \lambda^r - 1^r \lambda + F_0 = (\lambda - \omega)(\lambda - 1)$$

$$1) \lambda^r - 1^r \lambda + 1\omega = (\lambda - \omega)(\lambda - 1)$$

$$0) \lambda^r + \omega \lambda y - 1^r y = (\lambda + 1y)(\lambda - 1y)$$

$$1) (\lambda + y)^r - 1^r \lambda - 1^r y + 1 = (\lambda + y)^r - 1^r (\lambda + y) + 1$$

$$A^r - 1^r A + 1$$

$$(\lambda + y - 1)(\lambda + y - 1)$$

$$\frac{0}{1} \quad \frac{0}{1}$$

مجموع مربعات

۱. اگر a, b, c سه عدد حقیقی باشند و $a^2 + b^2 + c^2 = 0$ باشد، نشان دهید که $a = b = c = 0$ است.

$$a^2 + b^2 + c^2 = 0 \quad a = b = c = 0 \quad a^2 + b^2 + c^2 = 0$$

۲. اگر x, y دو عدد حقیقی باشند و $x^2 + y^2 + 2 - 2x - 2y = 0$ باشد، نشان دهید که $x = y = 1$ است.

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 0$$

$$x = y = 1 \quad \text{چون} \quad x^2 + y^2 + 2 - 2x - 2y = 0$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 0 \quad x-1=0 \quad x=1 \quad y-1=0 \quad y=1 \quad x=y=1$$

۳. اگر x, y, z سه عدد حقیقی باشند و $x^2 + y^2 + \frac{1}{4}z^2 - 2x - 2y - z + 2 = 0$ باشد، نشان دهید که $x = 1, y = -1, z = 2$ است.

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 + \left(\frac{z}{2}-1\right)^2 = 0$$

$$x=1 \quad y=-1 \quad \frac{z}{2}=1 \quad z=2$$

$$x+y+z = 1 + (-1) + 2 = 2$$

۴ می دهم a, b دو عدد هستند. باب ۱ $a^2 + b^2 - 2ab + 1$ $9a^2 + 10a + b^2$ صورتی است

$$q_a^F + q_{a+1}^F + b^F + Fb^F - Fab$$

• best!

$$(10 - b)^r + (10a + 1)^r$$

ہمارے میں اس میں

۵۔ باب لعلہ :

$$w + w + \gamma + \gamma - \gamma w \gamma = 0$$

$$\underbrace{(w-x)}_0^p + \underbrace{w}_0^p + \underbrace{x}_0^p = 0$$

$$w = x = y = 0$$

$$w = x = y = 0$$

$$\text{obv: } w + x + y = w(x+y)k$$

$$\overset{r}{w} + \overset{r}{x} + \overset{r}{y} + \overset{r}{w} + \overset{r}{x} + \overset{r}{y} - rwx - rwy = 0$$

$$(w-y)^r + (w-x)^r + y^r + x^r = 0$$

$$\overbrace{w=y}^{\tau=0} \quad \overbrace{w=x}^{\tau=0} \quad y=0 \quad x=0$$

$$w = x = y = z = 0 \quad \checkmark \quad \text{obv. w.r.t. } w + x + y + z = w(x+y+z)(z) \quad \checkmark$$

$$\underline{w} + \underline{w} + \underline{x} + \underline{x} + \underline{y} + \underline{y} + \underline{z} + \underline{z} - \underline{wx} - \underline{wy} - \underline{wz} = 0$$

$$(w-z) + (w-x)$$

انتقال مربع مساوی

با استفاده از ایدها حاصل عبارات زیر را بسازید.

$$a) (x+xy+1)^2 = x^2 + xy^2 + 1 + 2xy + 2x + 2y$$

$$b) (x-xy+1)^2 = x^2 + xy^2 + 1 - 2xy + 2x - 2y$$

$$c) \left(x^2 + \frac{x}{x} - 1\right)^2 = x^2 + \frac{x^2}{x} + 1 + x^2 + (-2)x^2 - x$$

$$d) \left(\frac{x^2}{x} - x^2 + 1\right)^2 = \frac{x^4}{x} + x^4 + 1 - x^2 + x^2 - 2x^2$$

$$ه) (a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$$

$$د) (a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$$

۲- چیدمان معادلاتی که با افزودن یک دو جمله‌ای عبارت زیر این عبارت را

صورت مربع یک سه جمله‌ای تولید می‌کند.

$$x^2 + Fy + 1 - Fy$$

$$(x^2 + Fy + 1)^2 = x^4 + F^2y^2 + 1 + 2Fx^2y - 2Fx^2y - F^2y^2$$

$$(x^2 - Fy + 1)^2 = x^4 + F^2y^2 + 1 - 2Fx^2y + 2Fx^2y - F^2y^2$$

۳- عبارت‌های زیر را به صورت مربع یک سه جمله‌ای تولید کنید.

$$الف) a^4 + 2\sqrt{2}a^3 - 2\sqrt{2}a + 1 \quad (a^2 + \sqrt{2}a + 1)^2 = a^4 + 2\sqrt{2}a^3 + 2\sqrt{2}a + 1$$

$$(a^2 + 1 + a)^2 = a^4 + 1 + a^2 + 2a + 2a + 2a$$

$$ب) a^4 + 2a^3 + 2a^2 + 2a + 1$$

۴. الف) اعداد زیر را نامی کنید

$$(a+b)(c+d)^2 = a^2 + \dots$$

$$(a+b)^2 + (c+d)^2 + 2(a+b)(c+d) =$$

$$a^2 + b^2 + 2ab + c^2 + d^2 + 2cd + 2(ac + ad + bc + bd) =$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2cd + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd$$

ب) پس از این عبارات $(1 + 2x + 3x^2 + \dots + 10x^9)^2$ به صورت استاندارد بنویسید.

چه ضرایب فرد خواهیم داشت؟ $2ab$ → ضرایب فردی ضرایب فرد هستند. عددی (زوج) است.

$$1 + 9x^4 + 20x^6 + 25x^{12} + 11x^{17}$$

د. محمد اسماعیل درستی ریاضی‌های زیر را بسازید.

$$X_{الف}) a^r + b^r - c^r = 1 - rab + rc$$

$$(a+b-1)^r = c^r \quad a^r + b^r + 1 + rab - ra - rb = c^r$$

$$a^r + b^r - c^r = -1 - rab + ra + rb$$

$$X_{ب}) a^r - b^r + c^r = 1 + rac - rb$$

$$(a-1-c)^r = (-b)^r$$

$$a^r + 1 + c^r - ra - rac + rc = b^r$$

$$a^r - b^r + c^r = -1 + ra + rac - rc$$

$$\checkmark_{ج}) a^r + b^r + c^r = 1 - rab + rac + rbc$$

$$(a+b-c)^r = a^r + b^r + c^r + rab - rac - rbc = 1$$

$$a^r + b^r + c^r = 1 - rab + rac + rbc$$

$$\checkmark_{د}) a^r + b^r - c^r = -1 - rab + ra + rb$$

7. معادله ریاضی $x^2 + y^2 = z^2$ در فضای $\mathbb{R}^3$ (معادله هیپربولیک)

مکعبه

الف) ثابت کنید که اگر a, b, c و c معادله هیپربولیک باشد، $a^2 + b^2 < c^2$

در این صورت $a^2 + b^2 + c^2 = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2$ هم معادله هیپربولیک می شود.

$$c^2 = (a+b)^2 + a^2 \quad c^2 = 2a^2 + 1 + 2a$$

$$(2a^2 + 2c^2 + 1) + (2a^2 + 2c^2 + 1) = (2a^2 + 2c^2 + 1) + 12a^2 + 9c^2 + 4 + 24ac + 12a$$

$$9a^2 + 4c^2 + 1 + 12ac + 4c^2 + 9a^2 + 9a^2 + 4c^2 + 4 + 12ac \quad 12a + 12c =$$

$$2a^2 + 1 + 2a = c^2 \quad \checkmark$$

ب) از F_3, F_4, F_5 تا F_{10} در این معادله هیپربولیک حلر بسیاری.

ج) F_3, F_4, F_5 معادله هیپربولیک هستند و $F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}$ از آنها بدیهه است.

ثابت کنید که برای هر n معادله هیپربولیک وجود دارد F_n, F_{n+1}, F_{n+2} از آنها
معادله هیپربولیک باشد و $F_{n+3}, F_{n+4}, F_{n+5}$ از آنها بدیهه است.

برای $n=1$ است.

۷. می‌دانیم مجموع مربع‌های a, b, c صفر است.

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc)$$

الف) اگر $a+b+c=1$ داریم صورتی مربعی را می‌بینیم

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc)$$

$$(ab+ac+bc)^2 = a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2 + 2abc(a+b+c)$$

$$a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2 = \frac{1}{4}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1 - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$1 = 2 \times \frac{1}{4} \quad 1 = 1$$

$$(a^2+b^2+c^2)^2 = 2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$$

۱. می‌دانیم مجموع مربع‌های a, b, c برابر یک است. روی مجموع متغیرهای a, b, c

برابر صفر است. ثابت کنید مجموع مربع‌های این سه عدد برابر یک خواهد شد.

$$a+b+c=1$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

$$\frac{bc+ac+ab}{abc} = 0$$

$$\frac{(a+b+c)^r}{1} = a^r + b^r + c^r + \underbrace{r(ab+ac+bc)}_0$$

$$a^r + b^r + c^r = 1$$

$$1) \ x^r + rxy^r - \omega x - \omega y + rxy + 9 =$$

$$2) \ x^r - rxy - r\omega y = (x+ry)(x-\omega y)$$

$$3) \ (x^r + rxy + ry^r) - \omega(x+ry) + 9 = (x+ry)^r - \omega(x+ry) + 7 = (x+ry-r)(x+ry-r)$$

$$4) \ x^r - r\omega = (x-\omega)(x^r + \omega x + r\omega)$$

$$5) \ x^r y^r - \omega x^r = x^r (x^r y^r - \omega) = x^r (xy-r)(x^r y^r + rxy + r)$$

$$6) \ x^r - rF = (x-F)(x^r + Fx + rF) = (x+r)(x-r)(x^r + Fx + rF) \quad \times$$

$$(x^r - \omega)(x^r + \omega) = (x-r)(x^r + r\omega + F)(x+r)(x^r - r\omega + F) \quad \checkmark$$

اكاد جال اولي

$$c) x^5 - 1 = (x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

$$d) x^3 + y^3 - 3xy + 1 = (x+y+1)(x^2 + y^2 + 1 - xy - x - y)$$

$$e) x^3 + xy^2 + y^3 = (x - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$$

$$f) A) (ax - by)^2 + (ay + bx)^2 = (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$$

$$-3x + 7x$$

روش: سلسله مرتبه اول:

$$B) 3x^2 + (7x) - 7 = 3x^2 - 3x + 7x - 7 = 3x(x-1) + 7(x-1) = (x-1)(3x+7)$$

$$C) \frac{vx^2 - 12x}{vx^2 - 12x} = vx^2(x+1) - 12(x+1) = (x+1)(vx^2 - 12)$$

$$D) \frac{x^3 + x + 6}{x+2} = (x+1)(x+2) = (x+2)(x^2 - 2x + 4) + (x+2) = (x+2)(x^2 - 2x + 6)$$

$$E) x^3 - 7xy^2 + y^3 = x^3 + 2xy^2 - 9xy^2 + y^3 = (x+y)^3 - 9xy^2 = (x^2 + y^2 - 3xy)$$

$$(x^2 + y^2 - 3xy)$$

$$F) \quad x^F + x^F y^F + y^F = x^F + 2x^F y^F + y^F - x^F y^F = (x^F + y^F)^F - (x^F y^F)^F = (x^F + y^F + x^F y^F)(x^F + y^F - x^F y^F)$$

$$G) \quad x^F + x^F - F = (x^F - 1) + (x^F - 1) = (x^F - 1)(x^F + x^F + 1) + (x^F - 1)(x^F + 1) =$$

$$(x^F - 1)(x^F + x^F + 1 + x^F + 1) = (x^F - 1)(x^F + 2x^F + 2)$$

روشن، امروختن و طمس

$$H) \quad x^F + F = x^F + F + Fx^F - Fx^F = (x^F + F)^F - (Fx^F)^F = (x^F + F - Fx^F)(x^F + F + Fx^F)$$

$$x^F - y^F = (x^F - y^F)(x^F - y^F)$$

$$= (x^F - y^F)(x^F + x^F y^F + y^F)(x^F - y^F)(x^F - x^F y^F + y^F)$$

$$x^F + x^F + 1 = x^F + x^F + (x^F + x^F + 1) = x^F(x^F - 1) + (x^F + x^F + 1) =$$

$$x^F(x^F - 1)(x^F + x^F + 1) + (x^F + x^F + 1) = (x^F + x^F + 1)(x^F(x^F - 1) + 1)$$

$$= (x^F + x^F + 1)(x^F - x^F + 1)$$

۱- فاکتور کردن اعداد مزدوج حاصل ضرب عبارات های داده شده و حساب کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad (x^3 + 2x^2 - x + 4)(x^3 - 2x^2 - x - 4) &= ((x^3 - x) + (2x^2 + 4))((x^3 - x) - (2x^2 + 4)) \\ (x^3 - x)^2 - (2x^2 + 4)^2 &= x^6 + x^4 - 2x^5 - (4x^4 + 16 + 16x^2) = x^6 + x^4 - 2x^5 - 4x^4 - 16 - 16x^2 \\ &= x^6 - 2x^5 - 3x^4 - 16x^2 - 16 \end{aligned}$$

$$(x^2 + y^2)^2 - x^2 y^2$$

$$\begin{aligned} \text{ب)} \quad (x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) \\ (x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) &= ((x^2 + y^2) - xy)((x^2 + y^2) + xy)((x^2 + y^2) - xy)((x^2 + y^2) + xy) \\ &= (x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)(x^2 + y^2 - xy)(x^2 + y^2 + xy) \\ &= (x^2 + y^2 + xy)^2 (x^2 + y^2 - xy)^2 = (x^2 + y^2)^4 - x^2 y^2 = x^8 + y^8 + x^4 y^4 + y^4 x^4 \end{aligned}$$

۲- فاکتور کردن درستی اعداد زیر را ثابت کنید.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab \quad (a+b+a-b)(a+b-a-b) = 2a \times 2b = 4ab$$

۱- در این صورت مقدار عددی هر یک از عبارات های زیر را بنویسید.

$$\text{الف)} \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23 \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = 27$$

$$\text{ب)} \quad x + \frac{1}{x} = +\sqrt{19} \quad \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 19$$

صحیح جوابی در دسترس نیست

الف) اگر $a = b = 17$ در این صورت درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$a^F - b^F$$

$$\underbrace{a - b}_{a^F - b^F} (a + b) (a^F + b^F) (a^{F^2} + b^{F^2}) \dots (a^{F^{16}} + b^{F^{16}}) = a^{17} - b^{17} \quad (a^F - b^F)(a^F + b^F) = a^{17} - b^{17}$$

ب) حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{1 - \frac{1}{F}}{1 - \frac{1}{F}} \left(1 + \frac{1}{F}\right) \left(1 + \frac{1}{F^2}\right) \left(1 + \frac{1}{F^4}\right) \left(1 + \frac{1}{F^8}\right) \left(1 + \frac{1}{F^{16}}\right) = \frac{1 - \frac{1}{F^{32}}}{1 - \frac{1}{F}} = \frac{1}{F}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{F^{17}}\right) \times F = F - \frac{1}{F^{16}}$$

ج) ثابت کنید: $(\sqrt{7} - \sqrt{5})^{2011} (\sqrt{7} - \sqrt{5})^2 (\sqrt{7} + \sqrt{5})^{2011} = (\sqrt{7} - \sqrt{5})^2$

$$7 + 5 - 2\sqrt{35} = 11 - 2\sqrt{35}$$

$$\text{ب) } \sqrt[3]{7 - 4\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{7 + 4\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(7 - 4\sqrt{3})^3} \times \sqrt[3]{(7 + 4\sqrt{3})^3} = \sqrt[3]{(7^3 - 4^3 \cdot 3)} = \sqrt[3]{1} = 1$$

د) چنانچه a, b, c, d در رابطه زیر مشخص دارید. ثابت کنید: $\{a, b\} = \{c, d\}$

$$a + b = c + d \quad , \quad a^F + b^F = c^F + d^F$$

$$\Rightarrow a = c = d = b$$

$$a^2 c = d^2 b$$

$$a+b = c+d$$

$$(a/c)(a+c) = (d/b)(d+b)$$

$$a+c = b+d$$

$$a+b = c+d$$

$$a=c \rightarrow a=d \rightarrow b=c$$

۱- هر یک از ضرایب ای‌های داده شده را در صورتی که با یک ای‌های جانبی و (اعراب) باشد

$$\sqrt{a) x^3 y^3} = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

نفره

$$\sqrt{b) x^3 + y^3} = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\sqrt{c) x^6 y^6} = (x^3 y^3)(x^2 + y^2) = (x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$$

$$x) x^6 + y^6$$

$$\sqrt{d) x^6 + y^6} = (x+y)(x^5 - x^4 y + x^3 y^2 - x^2 y^3 + x y^4 - y^5)$$

$$e) x^6 - y^6 = (x-y)(x^5 + x^4 y + x^3 y^2 + x^2 y^3 + x y^4 + y^5)$$

$$(x-y)(x^5 + x^4 y + x^3 y^2 + x^2 y^3 + x y^4 + y^5)$$

$$\sqrt{f) x^6 y^6} = (x^3 y^3)(x^2 + y^2) = (x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$$

$$\sqrt{g) x^6 y^6}$$

$$(x+y)(x^5 - x^4 y + x^3 y^2 - x^2 y^3 + x y^4 - y^5)$$

$$\sqrt{h) x^6 + y^6} = (x^3 + y^3)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\sqrt{i) x^6 + y^6}$$

$$x) x^6 - y^6$$

$$x) x^6 + y^6$$

$$\sqrt{r) \ x^9 - y^9 = (x^3 - y^3)(x^6 + x^3y^3 + y^6)$$

$$\sqrt{u) \ x^9 + y^9 = (x^3 + y^3)(x^6 - x^3y^3 + y^6)$$

۳. حالت ضرب دایره در هر یک از عبارات های زیر اکاد های چان و لایر بسازند .

$$\text{الف) } (x^2 + 2x + 4)(x - 2) = x^3 - 8$$

$$\text{ب) } (9x^2 - 12xy + 17y^2)(3x + 4y) = 27x^3 + 72y^3$$

$$\text{ج) } (x^2 + x + 1)(x^2 - 1) = x^4 - 1$$

$$\text{د) } (F^2x^2 - 2xy^2 + y^4)(2x^2 + y^2) = 8x^4 + y^6$$

$$\text{ه) } (x^2 - x + 1)(x^3 + 1) = x^5 + 1$$

$$\text{و) } (17x^2y^2 + 25y^4 + 10xy^4)(F^2xy^2 - 5y^4) = 7F^2xy^6 - 15y^8$$

۴. حالت ضرب دایره در هر یک از اعداد زیر اکاد چان و لایر بسازند .

$$\text{الف) } \sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{6}, \sqrt[3]{9} \quad (\sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{2}\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3^2})(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}) = 2 + 3 = 5$$

$$\text{ب) } \sqrt[3]{257} + 25 + 2\sqrt[3]{250} \quad (\sqrt[3]{2^4} + 10\sqrt[3]{2} + 10)(\sqrt[3]{2} - 5) = 17 - 150 = -133$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = a^3 + \frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{1}{a^3} = 10$$

و چون $a + \frac{1}{a} = 2$ معادله عبارت های زیر را می یابیم

$$\text{الف) } a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 = 10 - 3 = 7$$

$$\text{ب) } a^7 + \frac{1}{a^7} = \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 47$$

۶- درستی یا نادرستی این گزاره را با $a = \sqrt[3]{21}$ بررسی کنید

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 = 2^3 - 3 = 5$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = a^3 + \frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{1}{a^3} = 10 \quad a + \frac{1}{a} = \sqrt[3]{10}$$

۷- اگر a, b, c سه عدد حقیقی باشند و

$$a + b + c = 0 \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc) = a^3+b^3+c^3-3abc \quad a^3+b^3+c^3 = 3abc$$

$$\text{پس حاصل } (-2+\sqrt{3})^3 + (-2\sqrt{3})^3 + (2+\sqrt{3})^3$$

$$-2+\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2+\sqrt{3} = 0 \quad = 3(-2+\sqrt{3})(-2\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 3(4-3)(-2\sqrt{3})$$

$$= -3(-2\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}$$

۱- اگر a, b, c سه عدد باشند - ثابت کنید .

$$a+b+c=0 \Rightarrow (a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 3(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$a-b + b-c + c-a = a+b+c=0$$

۹- معادله‌های زیر را حل کنید .

الف) $(3x-2)^3 + (y-4x)^3 + (x-5)^3 = 0 \Rightarrow 3(3x-2)(y-4x)(x-5) = 0$

$$3x-2=0 \quad y-4x=0 \quad x-5=0$$

$$3x=2 \quad y=4x \quad x=5$$

$$x=\frac{2}{3} \quad y=\frac{8}{3} \quad x=5$$

ب) $(3x-2)^3 + (2x-3)^3 - 5(x-1)^3 = 0 \Rightarrow 3(3x-2)(2x-3)(x-1) = 0$

$$3x-2=0 \quad 2x-3=0 \quad x-1=0$$

$$x=\frac{2}{3} \quad x=\frac{3}{2} \quad x=1$$

با حل این معادله‌های غیررابطه‌ای، درمیان اعداد است - برای مثال با این اتحاد جان و لایحه

می توان مسائل دهه‌ای - دهه‌ای اول بسط - چگونه ؟

$$1001 - 1000 + 1 = 10^3 + 1^3 = (10 + 1)(100 + 1 - 10) = 11 \times 91 = 11 \times 13 \times 7$$

ع) اول حساب

II - حاصل ضرب های زیر را بداد اکاد جان و با عرض حساب کنید

الف) $(x^2 + 2y + 1)(x^2 + 4y^2 + 4xy - x^2 - 2y + 1)$

$$(x^2 + 2y + 1)(x^2 + 4xy^2 + 4y^2 + 4y^2 - x^2 - 2y + 1) =$$

$$x^4 + 4xy^3 + 1$$

ب) $(x^2 - 2y + 1)(x^2 + 4y^2 + 4xy - x^2 - 2y + 1)$

$$x^4 - 4xy^3 + 1 + 4xy^2$$

ج) $(x^2 - 2y - 1)(x^2 + 4y^2 + 4xy - x^2 - 2y + 1)$

$$x^4 - 4xy^3 - 1 - 4xy^2$$

۱۲. جابجایی بین (الف) و (ب) داریم: ۱. اتحادهای زیر را ثابت کنید.

$$a^{\omega} + b^{\omega} = (a + b)(a^F - a^R b + a^R b^F - ab^R + b^R)$$

$$a^{\omega} + b^{\omega} = a^{\omega} - a^R b + a^R b^F - a^R b^R + ab^F + a^R b - a^R b^F + a^R b^R - ab^F + b^{\omega} = a^{\omega} + b^{\omega}$$

$$a^{\omega} - b^{\omega} = (a - b)(a^F + a^R b + a^R b^F + ab^R + b^R)$$

$$a^{\omega} - b^{\omega} = a^{\omega} - a^R b + a^R b^F + a^R b^R + ab^F - a^R b - a^R b^F + a^R b^R - ab^F - b^{\omega} = a^{\omega} - b^{\omega}$$

$$4) \quad x^R(x, x+1) + (x, x+1) = (x, x+1)(x+1) = (x, x+1)(x+1)(x - x+1)$$

$$1) x^F + r x^r + r^2 x^r = x^r (x + r x + r^2)$$

$$2) C^r + r C^r - r C^r = C^r (C + r) - r (C + r) = (C + r)(C - r) = (C + r)(C - \sqrt{r})(C - \sqrt{r})$$

$$3) (x+1)^r - r(x+1)^r = (x+1)^r (x+1-r) = (x+1)^r (x-1)$$

$$4) (b+r)(b-r) + \overline{Fb-A} = (b+r)(b-r+r) = b(b+r)$$

$$5) (x+2)x - x(y-x) = x(x+2-y+x) = x(r x - r) = r x (x-1)$$

$$6) (z-1)^r + z(z-1) + \lambda(z-1) = (z-1)(z-1+z+\lambda) = (z-1)(rz+y)$$

$$7) x^2 + x^F + x^r + x^r + x + 1 = x^F(x+1) + x^r(x+1) + (x+1) = (x+1)(x^F + x^r + 1) \\ = (x+1)(x^F + r x^r + 1 - x^r) = (x+1)((x^r+1)^r - x^r) = (x+1)(x^r+1-x)(x^r+1+x) = \\ (x+1)(x^r-x+1)(x^r+x+1)$$

$$8) a^r + r a^r + a + r = a(a^r+1) + r(a^r+1) = (a+1)(a+r) \\ a^r(a+r)(a+r) = (a+r)(a+1)$$

$$9) a^2 - a^F + a^r - a^r = a^F(a-1) + a^r(a-1) = (a-1)(a^F + a^r) = (a-1)a^r(a^F+1)$$

$$10) x^r - 10x + r\omega = (x - \omega)^r$$

$$11) r_{ab} - r_{aa}^r - q_b^r = -(r_{ab}) - r(r)(\omega)ab, (rb)^r = -(\omega a - rb)^r$$

$$12) (x+r)^r - ry(x+r) + y^r = ((x+r) - y)^r = (x-y+r)^r$$

$$13) (x+1)^r - r(x+1)(y-r) + (y-r)^r = ((x+1) - (y-r))^r = (x+1-y+r)^r = (x-y+r)^r$$

$$14) \omega z^r + F\sqrt{\omega z} + F = (\sqrt{\omega z} + 1)^r$$

$$15) \frac{1}{1r} + \frac{x^r}{r} + \frac{x}{r} = \frac{1}{r} \left(\frac{1}{F} + x + x \right) = \frac{1}{r} \left(x + \frac{1}{r} \right)$$

$$16) x^{\omega} + rx^r + x^r = x^r(x+1) + x^r(x+1) = (x+1)(x^r(x+1)) = x^r(x+1)^r$$

$$17) (x+1)^r - s(x+1)^r + q(z+1) = (x+1)((x+1) - s(x+1) + q)$$

$$(x+1)(x+1-r) = (x+1)(x-r)$$

$$18) \frac{q}{r}(x+r)^r + \frac{Fq}{\lambda}(x+r) - \frac{r1}{r}(x+r)^r =$$

$$\frac{1}{r}(x+r) \left(\frac{q}{r}(x+r) - r1(x+r) + \frac{Fq}{F} \right) = \frac{x+r}{r} \left(r(x+r) - \frac{r}{1r} \right)$$

$$\frac{1}{r} x(x+r) \left(r(x+r) - \frac{r}{r} \right)$$

$$\frac{1}{r}$$

$$19) a^r + b^r - r a b - r a + r b + 1 = (a-b)^r - r(a-b) + 1 = ((a-b)-1)^r = (a-b-1)^r$$

$$r) x^r - 1^r = (x+r)(x+r)^r = (x-r)(x+r)(x+r)^r$$

$$r1) (r a + b)^r - 1 a b = (r a + b - 1 a)(r a + b + 1 a)$$

$$r2) (rx - y)^r - \underbrace{r(x+ry)}_{r^2x+ry} = (rx-y+r^2x+ry)(rx-y-r^2x-ry) = (\omega x + \omega y)(-\omega x - \omega y) = -\omega(x+y)(x+y)$$

$$r3) (a+1)^r - (a+1)(b+r)^r = (a+1)((a+1)^r - (b+r)^r) = (a+1)(a+1+b+r)(a+1-b-r) = (a+1)(a+b+r)(a-b-1)$$

$$r4) 1 - \underbrace{r \omega_r(x-ry+1)}_{\omega} = (1 + \omega(x-ry+1))(1 - \omega(x-ry+1)) = (1 + \omega x - \omega y + \omega)(1 - \omega x + \omega y - \omega) = (\omega x - \omega y + \omega)(\omega y - \omega x - \omega)$$

$$r5) r^r - r(x-\omega)^r = r(1 - (x-\omega)^r) = r(1+x-\omega)(1-x+\omega) = r(x-r)(r-x)$$

$$r6) -r^r x^r + r x^r (y-1)^r = +r x^r (x^r (y-1)^r - 1^r) = r x^r (x(y-1)-r)(x(y-1)+r) = r x^r (xy-x-r)(xy-x+r)$$

$$r8) 1 - a^{\wedge 1} b^{\wedge 1} c^{\wedge 1} = (1 - a^{\wedge F} b^{\wedge F} c^{\wedge F}) (1 - a^{\wedge F} b^{\wedge F} c^{\wedge F}) = (1 - a^{\wedge F} b^{\wedge F} c^{\wedge F}) (1 - a^{\wedge F} b^{\wedge F} c^{\wedge F}) (1 - a^{\wedge F} b^{\wedge F} c^{\wedge F})$$

$$r1) a^{\wedge F} - r0(a+y)^{\wedge F} a = a(a^{\wedge F} - \frac{r0(a+y)^{\wedge F}}{(ra+ry)^{\wedge F}}) = a(a - (ra+ry))(a^{\wedge F} + (ra+ry)a^{\wedge F})$$

$$= a(a - ra - ry)(a^{\wedge F} + \cancel{ra}a^{\wedge F} + \cancel{ry}a^{\wedge F} + r\cancel{ra}a^{\wedge F} + r\cancel{ry}a^{\wedge F} + \cancel{ra}a^{\wedge F} + \cancel{ry}a^{\wedge F}) =$$

$$a(-ra - ry)(raa^{\wedge F} + \cancel{ra}a^{\wedge F} + \cancel{ry}a^{\wedge F} + r\cancel{ra}a^{\wedge F} + r\cancel{ry}a^{\wedge F} + \cancel{ra}a^{\wedge F} + \cancel{ry}a^{\wedge F})$$

$$r9) (a+r)^{\wedge F} - \tilde{A}_r(a+1)^{\wedge F} = (\tilde{a+r} - (ra+r))((a+r)^{\wedge F} + (a+r)(ra+r)^{\wedge F} + (ra+r)^{\wedge F})$$

$$= (-a)((a+r)^{\wedge F} + (ra+r)^{\wedge F}) - r(a+r)(a+1)^{\wedge F} = -a((ra+r)^{\wedge F} - r(a+r)(a+1)^{\wedge F})$$

$$r10) x^{\wedge F} + r^{\wedge F} x^{\wedge F} + r^{\wedge F} x^{\wedge F} + 1 = (x+1)^{\wedge F} + r^{\wedge F} x^{\wedge F} (x+1)^{\wedge F} = (x+1)^{\wedge F} (x - x+1 + r^{\wedge F} x^{\wedge F} (x+1)^{\wedge F})$$

$$(x+1)^{\wedge F} (x - x+1 + r^{\wedge F} x^{\wedge F}) = (x+1)^{\wedge F} (x + r^{\wedge F} x^{\wedge F}) = (x+1)^{\wedge F} (x+1)^{\wedge F} = (x+1)^{\wedge F}$$

$$r11) x^{\wedge F} - r^{\wedge F} y^{\wedge F} = x^{\wedge F} (ry)^{\wedge F} = (xry)^{\wedge F} (x + x^{\wedge F} (ry)^{\wedge F} - x^{\wedge F} (ry)^{\wedge F} + x^{\wedge F} (ry)^{\wedge F} + (ry)^{\wedge F}) =$$

$$(xry)^{\wedge F} (x + r^{\wedge F} x^{\wedge F} y^{\wedge F} + r^{\wedge F} x^{\wedge F} y^{\wedge F} + r^{\wedge F} x^{\wedge F} y^{\wedge F} + r^{\wedge F} x^{\wedge F} y^{\wedge F})$$

$$11) x^r y^r + 1 \circ y - r \omega = x^r (y^r - 1 \circ y + r \omega) = x^r (y - \omega)^r = (x - y + \omega)(x + y - \omega)$$

$$12) b^r x - b^r - a^r x + a^r = b^r (x - 1) - a^r (x - 1) = (x - 1)(b^r - a^r) = (x - 1)(b - a)(b + a)$$

$$13) y^r - y^r - y^r + r y - 1 = y^r (y - 1) - (y^r - r y + 1) = y^r (y - 1) - (y - 1)^r =$$

$$(y - 1)(y^r - (y - 1)) = (y - 1)(y^r - y + 1)$$

$$14) F a b^r - r \omega a b^r = a b^r (F a - r \omega) = a b^r (r a - \omega)(r a + \omega)$$

$$15) x^r - 1 \circ x + r = x^r - 1 \circ x + r \omega - 1 \circ = (x^r - \omega)^r - F = (x - \omega + F)(x - \omega - F) =$$

$$(x - 1)(x - \omega) = (x - 1)(x + 1)(x - \omega)(x + \omega)$$

$$16) (x + r)^r - \omega(x + r) - 1 \circ = ((x + r) - r)((x + r) + r) = (x - \omega)(x + F)$$

$$17) x^r - 1 \circ x y + F y^r = (x - r y)(x - r y)$$

$$19) x^r + x(r y + r) + (y+1)(y+r) = (x+y+1)(x+y+r)$$

$$F_0) a^r - r a y + (r+y)(-r y - r) = a^r - r a y + \overbrace{(-r y - 1 \cdot y - r)}^{F_0} =$$

$$(a + r + y)(a - r y - r)$$

$$F_1) z^r - r z t + \overbrace{-r t^r + r t + t - 1}^{F_1} = -r t^r + r t + t - 1 = -r t(t-1) + (t-1)$$

$$z^r - r z t + (t-1)(-r t + 1) = (z + t - 1)(z - r t + 1)$$

$$F_2) (x^r + \partial x)^r - r x - 1 \cdot x - 1 = (x^r + \partial x)^r - r(x^r + \partial x) - 1 =$$

$$(x^r + \partial x - r)(x^r + \partial x + r)$$

$$F_3) x^r - 1 \cdot x y + r y^r = x^r - 1 \cdot x y + \overbrace{r y^r}^{F_3} = x^r - 1 \cdot x y + r y^r - 1 \cdot y^r = (x - \partial y)^r - (r y^r)$$

$$(x - \partial y - r y^r)(x - \partial y + r y^r) = (x - r y^r)(x + r y^r) = (x - y)(x + y)(x - y)(x + y)$$

$$14) a^{\omega} + a^F + a^r + a^r + a + 1 = a^F(a+1) + a^r(a+1) + (a+1) = (a+1)(a^F + a^r + 1)$$

$$= (a+1)((a+1)^r - a^r) = (a+1)((a+1-a)(a+1+a)) = (a+1)(a-a+1)(a+a+1)$$

$$15) (x^F + x^r + 1)^r - rF x^F - rF x^r + \overbrace{r^2 q}^{9P} + rF - rF =$$

$$(x^F + x^r + 1)^r - rF(x^F + x^r + 1) + 9P = ((x^F + x^r + 1) - r)((x^F + x^r + 1) - r) =$$

$$(x^F + x^r - r)(x^F + x^r - r)$$

$$16) (r x^F + r x^r + 1) + (r x^F + r x^r + r x^r + r x + 1) = (r x + 1) + (r x + 1)$$

$$(r x + 1)^r (r x + 1 + 1) = (r x + 1)^r (r x + r) = r(x+1)(r x + 1)^r$$

$$17) (z+1)^{\omega} - z - 1 = (z+1)^{\omega} - (z+1) = (z+1)((z+1)^{\omega} - 1) = (z+1)((z+1) - 1)((z+1)^r + (z+1) + 1)$$

$$= (z+1) z ((z+1) + 1 - (z+1)) = z(z+1)((z+1)^r - (z+1))$$

$$18) x^{\omega} + x^F + x + 1 = x^F(x+1) + (x+1) = (x+1)(x^F + 1)$$

$$FQ) \lambda^F + P\lambda^F + F = \lambda^F + P\lambda^F + \lambda^F + F - \lambda^F - (\lambda^F + P)^F - \lambda^F = (\lambda^F + P + F)(\lambda^F - \lambda^F + P)$$

$$\Delta_0) y^F + 7F = (y^F + 1)^F - 19y^F = ((y^F + 1) - Fy)((y^F + 1) + Fy) =$$

$$(y^F - Fy + 1)(y^F + Fx + 1)$$

$$\Delta_1) \lambda^F + F\lambda^F + 19 = (\lambda^F + F)^F - F\lambda^F = ((\lambda^F + F) - P\lambda)((\lambda^F + F) + P\lambda)$$

$$(ax - by)^2 + (bx + ay)^2 = (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$$

۲. درستی این اتحاد را اثبات کنید.

$$ax^2 + by^2 - 2abxy + bx^2 + ay^2 + 2abxy = x^2(a^2 + b^2) + y^2(a^2 + b^2) = (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$$

۳. $F(x, y) = x^2 + y^2$ در دستگاه مختصات قطبی به صورت مجموع دو عدد مربع کامل بنویسید.

$$F(1) = 1^2 + 1^2 = 2$$

$$F(1) = 1^2 + 1^2 = 2$$

$$F(1) = 1^2 + 1^2 = 2$$

۴. $F(x, y) = x^2 + y^2$ در دستگاه مختصات قطبی به صورت مجموع دو عدد مربع کامل بنویسید.

$$11 = 9 + 2 = 3^2 + 1^2$$

۵. برای یک ارضیه ای های زیر را می توان به صورت مجموع مربعات دو عدد صحیح بنویسید.

$$(Fa + Gb)(a^2 + Fb^2)$$

نویسید

$$(Fa + Gb)(a^2 + Fb^2)$$

$$(Fa + Gb)(x^2 + y^2)$$

۶. در این تمرین طریقی را برای اعداد دیوانی را می بینید. ثابت کنید که مجموعه های زیر نسبت

به صورت نسبت هستند.

الف) $\{a^2 + b^2 \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$

ب) $\{3a^2 + b^2 \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$

۷. اعداد دیوانی در «نمایی اعداد» طریقی دارد. یک اعداد بسیاری. پایه این طریقی

دسته باشد.

روش های دیگر

والتوری

$$\text{الف) } \omega x^0 y - \omega y^2 z = \omega y (\omega x - yz)$$

$$\text{ب) } xy(a+b) + xy(a-b)^2 = xy((a-b)^2 + (a+b))$$

$$\text{ج) } ra(xy)^2 - Fay(xy) - r(a+1)x(xy)^2$$

$$= (xy)(ra(xy) - Fay - r(a+1)x(xy)^2)$$

استفاده از اکادها

$$\text{الف) } Fx^2 - Fx + 1 = (rx-1)^2$$

$$\text{ب) } \frac{a^2}{r} - ra + 9 = (\frac{a}{r} - r)^2$$

$$\text{ج) } (a-1)^2 + 1 = (a-1+r)((a-1)-r(a-1)+F) = (a+1)(a+1-ra-ra+r+F)$$

$$(a+1)(a-Fa+r)$$

$$\text{د) } (a-1)^3 + r = ((a-1)+\sqrt[3]{r})((a-1)-\sqrt[3]{r}(a-1)+\sqrt[3]{r^2})$$

$$e) x^p + p\sqrt[p]{p}x + p\sqrt[p]{p}x^p + p = (x + \sqrt[p]{p})^p$$

$$3) (x+y)^7 - (2x+2y-1) = 7^2x + 7^2y - 2x - 2y + 1 = 70x + 70y + 1 = 70(x+y) + 1$$

بسم الله

$$a) a^r + b^r + rab - 1 = (a+b)^r - 1 = (a+b-1)(a+b+1)$$

$$b) (x+y+z)^p - (x^p + y^p + z^p)$$

$$(x+y+z)^p - x^p - (y+z)^p = ((x+y+z)-x)((x+y+z)^{p-1} + x(x+y+z)^{p-2} + \dots + x^{p-1})$$

$$= (y+z)(y^{p-1} + y^{p-2}z + \dots + z^{p-1}) = (y+z)(p x^{p-1} y + p x^{p-2} y^2 + \dots + p y^{p-1} z) =$$

$$= (y+z)(p x^{p-1} y + p x^{p-2} y^2 + \dots + p y^{p-1} z) = p(y+z)(x^{p-1} y + x^{p-2} y^2 + \dots + y^{p-1} z) =$$

$$p(y+z)(x(x+y) + y(x+y) + \dots + y(x+y)) = p(y+z)(x+y)(x+z)$$

$$c) x^V + x^S + \dots + 1 = x^S(x+1) + x^F(x+1) + x^F(x+1) + (x+1) =$$

$$(x+1)(x^S + x^F + x^F + 1) = (x+1)(x^F(x+1) + (x+1)) = (x+1)(x+1)(x+1)$$

$$d) x^A + x^V + \dots + 1 = x^S(1+x+x^F) + x^F(1+x+x^F) + (1+x+x^F) =$$

$$(1+x+x^F)(x^S + x^F + 1)$$

در هر صورت، اگر جمله‌های x^A و x^V را به هم جمع کنیم و خود x^S

$$الف) (x^F y + x^F y z + z^F) = x^F (y^F + y z + z^F) = x^F (y+z)^F =$$

$$(x^F y + z)(x^F y + z)$$

$$ب) (x^F + 1) + 9(x^F + 1)^F + 1 = x^F + 1 + 9x^F + 18x^F + 9 + 1 = x^F + 9x^F + 18x^F + 1$$

$$= (x+1)^F$$

$$c) (x+a)(x+b) - (y+a)(y+b) = x^F + bx + ax + ab - y^F - by - ay$$

$$- y^F + x^F + x(a+b) - y(a+b) = (a+b)(x-y) + x^F - y^F = (a+b)(x-y) + (x-y)(x+y)$$

$$(x-y)(a+b+x+y)$$

$$2) (x^2 - 2x)^2 - 9 = (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x + 3) = (x-3)(x+1)(x-1)(x+3)$$

$$3) xy^2 - 4x^2y = (xy)^2 - (2xy)^2 = (xy + 2xy)(xy - 2xy)$$

$$= y(xy + 2xy)y(xy - 2xy) = y^2(xy + 2xy)(xy - 2xy)$$

حاصل کرد

$$الف) -9x^2 + 2x + 1 = -9x^2 + 9x - 7x + 1 = -9x(1-x) + (1-x) = (1-x)(-9x+1)$$

$$ب) (x^3 + x^2 + x + 1 - 4x^3 - 4x^2 - 4x - 4) = (x^3 - 3x^3) + (x^2 - 3x^2) + (x - 3x) + (1 - 4) =$$

$$(x-1)(x^2 + x + 1) + (x+1)(x-1) + (x-1) =$$

مربع کامل سازی

$$(x-1)(x^2 + x + 1 + x + 1 + 1) = (x-1)(x^2 + 2x + 3)$$

نقصان

$$الف) x^2 + y^2 + 2xy - 2xy = (x+y)^2 - 2xy = (x+y + \sqrt{2}xy)(x+y - \sqrt{2}xy)$$

$$ب) x^2 + x + 1 = x^2 + x + 1 + x - x = (x+1)^2 - x = (x+1)(x+1) - x$$

$$ج) x^4 - 3x^2 - 4 = (x^2 - 4)(x^2 + 1) = (x-2)(x+2)(x^2 + 1)$$

$$د) (x^2 + y^2)^2 + x^2 y^2 = x^4 + y^4 + x^2 y^2 + x^2 y^2 = (x^2 + y^2)^2 + 2x^2 y^2$$

$$(x^2 + y^2)^2 - 2x^2 y^2 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2 y^2 = (x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$$

نیز: با تبدیل ضرایب حاصل می شود: $\frac{1}{a}x^4 + \frac{1}{b}x^3 + \frac{1}{c}x^2 - \frac{1}{d}x - \frac{1}{e}$ صورت زیر را در نظر بگیرید

$$(ax + b)^4 - (cx + d)^4$$

۵-
اکاد صمدی مستطاب

نیز: چه مشاهده می شود اکاد یک صمدی (سه بار) مستطاب و اکاد یک صمدی (چهار بار)

۵-
مستطاب مستطاب

تقریباً صورتی که حاصل می (تقریباً) تقریباً می باشد

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+g)(x+y) = x^5 + (a+b+c+g+y)x^4 +$$

$$(abc+abg+aby+acg+acy+agy+bcg+bcy+bgy+cg y)x^3 +$$

$$(ab+ac+ag+ay+bc+bg+by+cg+cy+gy)x^2 +$$

$$(abcg+abcy+acgy+bcgy+abgy)x + abcg y$$

$$\text{الف) } x^3 + 17x^2 + 10 \quad (x+1)(x+2)(x+5)$$

$$\text{ب) } x^3 + 4x^2 - 7x - 10 \quad (x+1)(x+5)(x-2)$$

$$\text{ج) } x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 \quad (x-1)(x+1)(x+3)(x-2)$$

$$\text{د) } 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 \quad (2x-1)(x-3)(x+1)$$

روس عامل : در این روس مقبر عبارت از $\alpha = 1$ ، 2 ، 3 ، -1 ، -2 ، -3 و ...

۴. حبیب می اوریم . باب صفر مریستم .

مثلاً $\alpha = 1$ (ای) $\alpha = 1$ صفر شود. نسبتی لایزم عبارات در $\alpha = 1$ کسب می شود و عامل

حکم ۱۰۰ بعد از تقسیم حساب می‌باشد.

$$\pi - r\pi + r\pi - \mu = (\pi - 1) \times (?)$$

$$\lambda = 1 \rightarrow 1 - \gamma + \kappa - \mu = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^\mu - \tau x^\tau + \tau x^\mu - \mu & x-1 \\ \hline x^\mu - x^\tau & x - x + \mu \\ \hline -x^\tau + \tau x - \mu & \\ -x^\tau + x & \\ \hline \tau x - \mu & \\ \tau x - \mu & \\ \hline 0 & \end{array}$$

تصدیق

$$\omega^3 x^3 - F x^2 - Y x + Z = (x+1)(\omega^2 x^2 - 9x + Z)$$

$$\omega(-1) - F(1) + Y + Z = 0$$

$$\begin{array}{r} \omega^3 x^3 - F x^2 - Y x + Z \quad | \quad x+1 \\ - \omega^3 x^3 - \omega^2 x^2 \qquad \qquad \omega^2 x^2 - 9x + Z \\ \hline -9x^2 - Yx + Z \\ + 9x^2 + 9x \\ \hline Yx + Z \\ - Yx - Z \\ \hline 0 \end{array}$$

دست آوردن حالت دوم در این صورت

$$\omega^3 x^3 - F x^2 - Y x + Z = (x+1)(\omega^2 x^2 - 9x + Z)$$

$$\omega^2 x^2 - 9x = -F x^3$$

$$(x+1)(x^2 - 9x + Z) = x^3 - 9x^2 + Fx - Z$$

Y - 9x^2 + Fx - Z

$$a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) =$$

$$-c(a+b)(a-b)$$

$$\underline{ab} - \underline{ac} + \underline{bc} - \underline{ab} + \underline{c(a-b)} = ab(a-b) - c(a^2 - b^2) + c(a-b)$$

$$(a-b)[c - (a+b)c + ab] = (a-b)(c-a)(c-b)$$

عبارت توان

در عبارتی به شکل $\frac{P(x)}{Q(x)}$ در آن P و Q چند جمله ای باشند. عبارت توان می نامند.

درستی عبارت های توان = توان اعداد صحیح و کسری. درستی عبارت های توان در مسائل

می دهد.

درستی عبارت های توان در دست آوردن

$$a) P(x) = \frac{x^2 - 7}{x - 2}$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$D = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$b) Q(x) = \frac{1 - x}{x - 2}$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$D = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$c) F(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$D = \mathbb{R} - \{-1, 0\}$$

$$x^2 + 2x + 1$$

$$x(x^2 + 2x + 1) = x(x+1)^2 = 0$$

$$x = 0 \quad x = -1$$

$$\frac{0}{0} \rightarrow \text{معرّف نشده} \quad \frac{0}{0} = 0$$

$$a = \frac{0}{0} \rightarrow a \times 0 = 0 \quad \frac{0}{0} = b \rightarrow a \times b = 0$$

نکته: اگر عبارتی در مخرج حاصل جمع و تفریق چه باشد؟ مثلاً $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{x+1}$

این کسرها غیر صفر باشد. (قبل از ساده کردن باید را به صفر وارد).

$$2) g(x) = \frac{1}{x^2+x} - \frac{2x}{x-1} \quad x^2+x = x(x+1) = 0 \quad x=0 \quad x=-1$$

$$x-1=0 \quad x=1$$

$$D = \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$$

$$3) h(x) = \frac{1}{1 - \frac{1}{x+2}} \quad x+2=0 \quad x=-2$$

$$1 - \frac{1}{x+2} = 0 \rightarrow \frac{1}{x+2} = 1 \quad x+2=1 \quad x=-1$$

$$D = \mathbb{R} - \{-2, -1\}$$

$$3) \frac{1}{\frac{1}{x}} = x \quad (x \neq 0) \quad D = \mathbb{R} - \{0\}$$

ساده کردن عبارتهای لونا: ابتدا صورت وخرج را با همگی به ابطال در ساده می کنیم

پس با توجه به این صورت وخرج را هم ساده می کنیم

$$\text{الف)} \quad \frac{x^2 - 1}{x^2 + x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x} \quad D = \mathbb{R} - \{0, -1\}$$

با این شرط
 $x \neq 0, x \neq -1$

$$\text{ب)} \quad \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1} = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} = x - 1 \quad D = \mathbb{R}$$

پس با توجه به این صورت وخرج را هم ساده می کنیم

$$\text{ج)} \quad \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - x} = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{x(x^2 + 2x + 1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x(x+1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1} \quad D = \mathbb{R} - \{0, 1, -1\} \quad x \neq 0, 1, -1$$

با این شرط

صورت وخرج عبارتهای لونا: ابتدا هر یک از عبارتها را در صورت ابطال

ساده می کنیم. پس با توجه به این صورت وخرجها عبارتهای صورت را هم ساده می کنیم

ساده می کنیم

$$a) \frac{x^r}{x^r - 1} \times \frac{x^r}{x + rx + 1} = \frac{(x-r)(x+r)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{(x+1)(x+1)}{x(r-x)(r+x)} =$$

$$\frac{F_x - x^r}{x(F - x^r)} \quad \frac{-x(x-r)}{-x(x-r)}$$

$$\frac{x+1}{-x(x-1)} = \frac{x+1}{x(1-x)}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{1, -1, 0, r, -r\}$$

$$b) \frac{1-x^r}{x^r - rx + F} = \frac{x^r}{x + x + 1} = \frac{(1-x)(1+x+x^r)}{(x-1)(x-r)} \times \frac{(F-x)(F+x)}{(x^r + x + F)}$$

$$\frac{r=1, x \neq \pm F}{(1-x)(F-x)} \quad \frac{(x^r + x + F)}{(x^r + x + F)}$$

$$F+x \quad D = \mathbb{R} \setminus \{1, F, -F\}$$

$$\frac{(1-x)(1+x+x^r)}{(x-1)(x-r)} \times \frac{(F-x)(F+x)}{x^r + x + 1} = F+x$$

جمع و تفریق عبارات حاوی توان x : ابتدا هر عبارت را حد الاطاف x بعد بحد مرتبه ساده کردیم

سپس با هم ضرب کردیم تا از x عنوان کردیم پس در هر مرتبه جمع و تفریق را انجام دادیم

کدام

(1-)

فصل هجدهم در مورد حاصله ها :

ابتدا هر یک از عبارات را به صورتی کامل می نویسیم و از روابط زیر استفاده می کنیم

۱- حاصل ضرب عوامل مستقیم با هم می توان نوشت

۲- حاصل ضرب عوامل مستقیم با هم می توان نوشت

۳- حاصل ضرب عوامل مستقیم با هم می توان نوشت

$$a \left\{ \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 + x = x(x-1)(x-1) \\ (x-1)(x^2 - x) = (x-1)x(x-1) = (x-1)^2 x \end{array} \right.$$

b $\left\{ \begin{array}{l} x^2 - x = x(x-1) = x(x-1)(x+1) \end{array} \right.$

a.b = (x-1)x(x+1)

c.d = (x-1)x(x+1)

e.f = x(x-1)(x+1)

g.h = x(x-1)(x+1)

i.j = x(x-1)(x+1)

ب) $\left\{ \begin{array}{l} (x^3 - 2x^2 + x)(x+1) = (x(x-1)(x-1))(x+1) = x(x-1)^2(x+1) \\ x^2(x-1)(x+1) = x(x-1)(x+1)(x-1) = x(x-1)^2(x+1) \end{array} \right.$

$x^2(x-1)(x+1) = x(x-1)(x+1)(x-1) = x(x-1)^2(x+1)$

k.l = x(x-1)(x+1)

m.n = x(x-1)(x+1)

۲ و ۳

نصف سوارو ۵

۱. صورت اول

$$a) \quad x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = (x-1)(x^2 - 1x - 1)$$

$$1 - 2 + 2 + 1 = 0$$

$$b) \quad x^3 + 2x^2 + x + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$$

$$-1 + 2 + 1 + 1 = 0$$

$$c) \quad 2x^3 - 5x^2 + 7x - 1 = (x-2)(2x^2 + 9x + 19)$$

$$2 - 10 + 14 - 1 = 0$$

$$d) \quad x^3(y-z) + y^3(z-x) + z^3(x-y) =$$

$$x^3y - x^3z + y^3z - xy^3 + z^3(x-y) = -z(x^3 - y^3) + xy(x^2 - y^2) + z^3(x-y) =$$

$$-z(x-y)(x+y) + xy(x-y) + z^3(x-y) = (x-y)(-z(x+y) + xy + z^3)$$

$$(x-y)(-zx - zy + xy + z^3) = (x-y)(z(z-x) - y(z-x)) =$$

$$(x-y)(z-x)(z-y)$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + 2x + 1 \quad | \quad x-1 \\ \underline{-x^3 + x^2} \\ x^2 - 2x + 1 \\ \underline{-x^2 + x} \\ -x + 1 \\ \underline{-(-x + 1)} \\ 0 \end{array}$$

$$a) a^r(b+c) + b^r(a+c) + c^r(a+b) =$$

$$a^r b + a^r c + ab^r + cb^r + c^r(a+b) = c(a^r + b^r) + ab(a+b) + c^r(a+b) =$$

$$b) xy(x-y) + yz(y-z) + zx(z-x) =$$

$$\underline{xy} - \underline{xy} + \underline{zy} - \underline{yz} + zx(z-x) = -y(z-x) + y^r(z-x) + zx(z-x)$$

$$-y(z-x)(z+x) + y^r(z-x) + zx(z-x) = (z-x) \left[y^r - y(z+x) + zx \right] =$$

$$(z-x)(y-z)(y-x)$$

(double) mit Gauß, wobei 5m2 = 1

$$a) \frac{rx}{x-r} \quad x \neq r \quad D = \mathbb{R} - \{r\}$$

$$b) \frac{1-x}{F-x^r} \quad F-x=0 \quad x=F \quad x=+1 \quad D = \mathbb{R} - \{+1\}$$

$$c) \frac{1}{x^r+x} - \frac{rx}{x^r-1} \quad x(x+1)=0 \quad x=0 \quad x=-1$$

$$x^r-1 = (x-1)(x+1) \quad x=1 \quad x=-1$$

$$D = \mathbb{R} - \{0, 1, -1\}$$

$$2) 1 - \frac{1}{1 - \frac{\mu}{\lambda}} \quad 1 - \frac{\mu}{\lambda} = 0 \quad \frac{\mu}{\lambda} = 1 \quad \lambda \neq \mu \quad D = \mathbb{R} - \{\mu, 0\}$$

$$\frac{\mu}{\lambda} \quad \lambda \neq 0$$

$$2) 1 - \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^2 - 9\lambda} + \frac{1}{\lambda - 9} \quad \lambda \neq 0, \lambda \neq 9 \quad D = \mathbb{R} - \{0, 9\}$$

$$\lambda = 0 \quad \lambda = 9 \quad \lambda^2 - 9\lambda = \lambda(\lambda - 9) = 0 \quad \lambda = 0 \quad \lambda = 9$$

$$2) \frac{\mu}{\lambda - 1} = \frac{\mu}{\lambda - 1} \quad \lambda - 1 = 0 \quad \lambda \neq 1 \quad D = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$2) \frac{\mu}{\lambda - \mu} \quad \lambda - \mu = 0 \quad \lambda \neq \mu$$

$$1 - \frac{1}{\lambda - \mu} \quad 1 - \frac{\mu}{\lambda - \mu} = 0 \quad \frac{\mu}{\lambda - \mu} = 1 \quad \lambda - \mu = \mu \quad \lambda \neq \infty$$

$$1 - \frac{\mu}{\lambda - \mu}$$

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{\mu}{\lambda - \mu}} = 0 \quad \frac{1 - \frac{\mu}{\lambda - \mu}}{1 - \frac{\mu}{\lambda - \mu}} = 1$$

$$\frac{\lambda - \infty}{\lambda - \mu} = 1 \quad \lambda - \mu = 0 \quad \lambda \neq \mu \quad D = \mathbb{R} - \{\mu, \infty\}$$

1. المسألة

$$a) \frac{r\lambda + r}{\lambda^r + r\lambda + 1} \times \frac{\lambda^r}{\lambda^r + \lambda + 1} = \frac{\lambda + 1 = 0}{\lambda \neq -1} \quad \lambda \neq 1$$

$$\frac{r(\lambda+1)}{(\lambda+1)^r} \times \frac{\lambda^r}{(\lambda-1)(\lambda^r + \lambda + 1)} = \frac{r}{(\lambda+1)(\lambda-1)} \quad D = \mathbb{R} - \{1, -1\}$$

$\lambda + 1$

$$b) \frac{r\lambda - r}{\lambda^r - r} \times \frac{\lambda^r}{-\lambda^r - r\lambda - r} = \frac{+r(\lambda - r)}{(\lambda - r)(\lambda + r)} \times \frac{(\lambda - r)(\lambda^r + r\lambda + r)}{-(\lambda^r + r\lambda + r)}$$

$$\lambda \neq r, -r \quad D = \mathbb{R} - \{r, -r\} = \frac{\lambda(\lambda - r)}{\lambda + r}$$

$$c) \frac{\lambda + \frac{1}{\lambda}}{\lambda - \frac{1}{\lambda}} \cdot \frac{\lambda^r}{\lambda^r + \lambda + 1} = \frac{\frac{\lambda^r + 1}{\lambda}}{\frac{\lambda^r - 1}{\lambda}} \times \frac{\lambda^r}{\lambda^r + \lambda + 1} = \frac{\lambda^r + 1}{\lambda^r - 1} \times \frac{\lambda^r}{\lambda^r + \lambda + 1}$$

$$= \frac{(\lambda - 1)^r}{(\lambda - 1)(\lambda + 1)} \cdot \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \quad \lambda \neq 0 \quad \lambda \neq -1 \quad \lambda \neq 1 \quad D = \mathbb{R} - \{0, 1, -1\}$$

$\lambda(\lambda+1) \cdot r(\lambda+1)$ $\lambda^r = 0$ $\lambda \neq 0$

$$d) \frac{\lambda^r + \lambda + r\lambda + r}{\lambda^r + r\lambda} \cdot \frac{\lambda^r}{\lambda^r - 1} \quad \lambda^r + r\lambda = \lambda(\lambda^r + r) \quad \lambda \neq 0$$

$\lambda - 1 = 0 \quad \lambda^r - 1 \quad \lambda \neq \pm 1$

$$\frac{(\lambda+1)(\lambda^r + r)}{\lambda(r + \lambda^r)} \times \frac{(\lambda-1)(\lambda+1)}{\lambda^r} = \frac{(\lambda-1)(\lambda+1)^r}{\lambda^r} \quad D = \mathbb{R} - \{1, 0, -1\}$$

$$D \subseteq \mathbb{R} - \{1, -1\}$$

$$\Rightarrow (1-x)^r = \frac{x^r}{x-1} = (1-x)^r x \frac{(x+1)^r}{x^r + r x + 1} = (1-x)^r (1+x+x^r) x \frac{(x+1)^r}{(x-1)(x+1)} \\ (x+1)^r \neq 0 \quad x+1=0 \quad x=-1$$

$$= -(1+x+x^r)(x+1)$$

$$\tau) \begin{cases} (a-b)(b-c)^r = (a-b)(b-c)^r \\ (a-c)(b-a)^r = (a-c)(-(a-b))^r = (a-c)(a-b)^r \\ (c-b)(c-a)^r = -(b-c)(a-c)^r \end{cases}$$

$$r! = 1$$

$$r! = (a-b)^2 (a-c)^2 (b-c)^2$$

مسئله حاصل جمع و تفریق های زیر را با حساب آورید.

$$1) \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{x+2 + x-2}{x^2-4} = \frac{2x}{x^2-4}$$

$$2) \frac{x^2-x-2}{x^2-2x+1} - \frac{x^2-1}{x^2+x} = \frac{(x-2)(x+1)}{(x-1)^2} - \frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)}$$

$$\frac{x(x-2)(x+1) - (x-1)^2}{x(x-1)^2}$$

$$3) \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} =$$

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(a-b)(c-b)} + \frac{-1}{(a-c)(c-b)} = \frac{c-b + a-c + b-a}{(a-b)(a-c)(c-b)} = 0$$

مسئله ۵ و ۶ معکوس یکدیگر است. بنویسید.

$$a) \frac{x(1+x)}{x(1+y)} = x \quad \frac{1+x}{1+\frac{1}{x}} = x \quad x+1 = x+1$$

$$= \frac{x(1+x)}{(x+1)} = x$$

$$b) \frac{1}{1+x} + \frac{1 \times x}{(1+y) \times x} = 1 \quad \frac{1}{1+x} + \frac{x}{x+1} = \frac{1+x}{x+1} = 1$$

$$\begin{array}{c}
 \text{مثال دوم: اگر } xyz = 1 \text{ باشد، ثابت کنید} \\
 \frac{x}{1+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{1+z+zx} = 1
 \end{array}$$

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{x}{1+y+yz} + \frac{(y+yz+1)x}{1+y+yz} = 1$$

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{x}{1+y+yz} + \frac{(1+z+zx)y}{1+y+yz} = 1$$

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{x}{1+y+yz} + \frac{xy}{1+x+xy} = 1$$

تجزیه‌ی کسر: یعنی تبدیل یک کسر به حاصل جمع و تفاضل چند کسر دیگر. این به صورت کسر

به مثلاً به صورت می‌نویسیم. برای هر یک از عوامل‌های به دست آمده به صورت زیر کسر می‌نویسیم.

۱- اگر در صورت عامل‌های باشد $ax+b$ یا ax^2+bx+c به وجود می‌دهد.

تجزیه‌ی کسر به این صورت است. باید به ازای آن کسری نوشت. به صورت خودس و صورت یک درجه.

کسر خودس باشد.

جزئی

$$\frac{r\lambda + \mu}{\lambda^2 + r\lambda - \mu} = \frac{r\lambda + \mu}{(\lambda + \mu)(\lambda - 1)} = \frac{A}{\lambda + \mu} + \frac{B}{\lambda - 1} = \frac{\frac{\mu}{r}}{\lambda + \mu} + \frac{\frac{\omega}{r}}{\lambda - 1}$$

$$\frac{A(\lambda - 1) + B(\lambda + \mu)}{(\lambda + \mu)(\lambda - 1)} = \frac{\overbrace{(A+B)}^r \lambda + \overbrace{\mu B - A}^\mu}{\lambda^2 + r\lambda - \mu} = \frac{r\lambda + \mu}{\lambda^2 + r\lambda - \mu}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A + B = r \\ \mu B - A = \mu \end{array} \right.$$

$$\mu B - A = \mu$$

$$B = \frac{\omega}{r}$$

$$rB = \omega$$

$$A = r - \frac{\omega}{r} = \frac{r^2 - \omega}{r}$$

عبارت‌های توان را به ساده‌ترین شکل بنویسید

$$6) \frac{r a^r - a^r}{1 - r a^r} = \frac{r(a^r - r a^r)}{r(a^r - a^r)} = \frac{(a^r - r a^r)(a^r + r a^r + a^r)}{(a^r - a^r)(a^r + a^r)} = \frac{-(a^r + r a^r + a^r)}{a^r + a^r}$$

$$7) \frac{a^r b + a b^r}{a^r + b^r} = \frac{ab(a+b)}{(a+b)(a^r - ab + b^r)} = \frac{ab}{a^r - ab + b^r}$$

$$8) \frac{x^r - x - r}{x^r + r x + r} \times \frac{x^r - x - r}{x^r - x - r} = \frac{(x-r)(x+r)}{(x+r)(x-r)} \times \frac{(x-r)(x+r)}{(x-r)(x+r)} = 1$$

$$9) \frac{m^r - r m + 1}{r m} = \frac{\Delta m^r}{m-1} = \frac{m-1}{r m} \times \frac{\Delta m^r}{m-1} = (m-1) \times r m = r m(m-1)$$

$$10) \frac{x-y}{x^r + r y} \times \frac{x^r - y^r}{x^r - y^r} = \frac{(x-y)}{x(x+y)} \times \frac{(x-y)(x+y)}{x(x-y)} = \frac{x-y}{x^r}$$

$$11) \frac{r a^r}{r a - b} = \frac{r a^r}{r a^r - b^r} = \frac{r a^r}{(r a - b)} \times \frac{(r a + b)(r a - b)}{r a^r} = \frac{r a + b}{r a}$$

$$12) \frac{y^r - a^r}{y^r - a^r} \times \frac{y + a}{y^r + a y + a^r} = \frac{(y-a)(y+a y + a^r)}{(y-a)(y+a)} \times \frac{y+a}{y^r + a y + a^r} = 1$$

$$13) \frac{b - r}{b r} = \left(\frac{b^r - r}{b^r + r} \right) = \frac{(b-r)(b+r)}{b r} \times \frac{1}{(b+r)(b^r - b r + r^2)} = \frac{b-r}{b r (b^r - b r + r^2)}$$

$$14) \frac{r x^r - x - 1}{r a b x + r a b} = \frac{(r x - r)(x+r)}{a b (r x + r)} = \frac{(r x - r)(x+r)}{r a b (x+r)} = \frac{r x - r}{r a b}$$

$$10) \frac{x^p - x^p - Fx + F}{x^p - Fx + F} = \frac{x^p(x-1) - F(x-1)}{(x-1)(x-F)} = \frac{(x-1)(x-F)(x+F)}{(x-1)(x-F)} = x+F$$

$$11) \frac{c^p - d^p}{c^p + Fcd + Fd^p} \times \frac{c^p + cd - Fd^p}{c^p + cd - Fd^p} = \frac{(c-d)(c+d)}{(c+Fd)(c+d)} \times \frac{(c+Fd)(c-d)}{(c+Fd)(c-d)} = \frac{c-d}{c+Fd}$$

$$\frac{c-d}{c+Fd}$$

$$12) \left(\frac{a^p - c^p}{a^p - ac^p} \times \frac{a^p - c^p}{Fac^p} \right) \div \frac{Fac}{Fac + Fc} = \left(\frac{a^p - c^p}{a^p(a-c)} \times \frac{(a-c)(a+c)}{Fac^p} \right) \times \frac{F(a+c)}{Fac}$$

$$= \frac{(a+c)}{Fac} \times \frac{F(a+c)}{Fac} = \frac{(a+c)^p}{Fac^p}$$

$$13) \frac{1^p - x^p - x^p}{q - x^p} \times \frac{x^p + F}{x^p + x} \times \frac{1^p + Fx - x^p}{1 + Fx - x^p} = \frac{1^p + x - 1^p}{x^p - q} \times \frac{x^p + F}{x(x+1)} \times \frac{1^p - Fx - 1^p}{1^p - Fx - 1^p}$$

$$\frac{(1+F)(1-F)}{(1-F)(1+F)} \times \frac{(1+F)}{x(x+1)} \times \frac{(1-F)(1+F)}{(1-F)(1+F)} = \frac{(1+F)(1-F)}{x(1+F)(1-F)}$$

Answer: Wiederholung

$$f) \frac{r}{x-s} + \frac{-r}{x-r} = \frac{rx - q - rx + 1r}{(x-s)(x-r)} = \frac{x+r}{x^2 - qx + 1r}$$

$$g) \frac{a}{x-a} - \frac{a^r}{x-a^r} = \frac{a}{x-a} - \frac{a^r}{(x-a)(x+a)} = \frac{a(x+a) - a^r}{(x-a)(x+a)}$$

$$h) \frac{x}{(x+a)-a} = \frac{ax}{(x-a)(x+a)}$$

$$i) \frac{x-ry}{xy} + \frac{ry-a}{ay} + \frac{rx-ra}{ax} = \frac{ax - ray + ryx - ax + ray - rxr}{any}$$

$$j) \frac{a^r - b^r}{a^r - b^r} - \frac{a^r b + ab^r}{a^r + ab} = \frac{(a-b)(a^r + ab + b^r)}{(a-b)(a+b)} = \frac{ab(a+b)}{a(a+b)}$$

$$\frac{a^r + ab + b^r}{a+b} - \frac{a^r + ab + b^r - ab - b^r}{a+b} = \frac{a^r}{a+b}$$

$$k) \frac{\omega}{x+\omega x+1} + \frac{1\omega}{x+q x+1r} - \frac{1r}{x+1\omega x+1r} = \frac{\omega x^2 + r\omega + 1\omega x + 1r - 1r x - 1r}{(x+\omega)(x+r)(x+1\omega)(x+1r)}$$

$$\frac{1\omega x + \omega}{(x+\omega)(x+r)(x+1\omega)(x+1r)}$$

$$\frac{(x+\omega)(x+r)(x+1\omega)(x+1r)}{(x+\omega)(x+r)(x+1\omega)(x+1r)}$$

$$19) (x+r) \left(\frac{9x+r}{x^r - x - 9} + 1 \right) \left(1 - \frac{2x+r}{x^r x + r} \right) =$$

$$(x+r) \left(\frac{9(x+r)}{(x-r)(x+r)} + \frac{x-r}{x-r} \right) \left(1 - \frac{2(x+r)}{(x+r)(x+r)} + \frac{x+r}{x+r} \right) =$$

$$(x+r) \left(\frac{x+r}{x-r} \right) \left(\frac{x-r}{x+r} \right) = \frac{(x+r)(x+r)(x-r)}{(x-r)(x+r)} = x+r$$

$$20) \left[\frac{a}{y^r - b^r} + a \right] \div \left(\frac{y^r + by + 1}{y+b} - b \right) = \frac{a + a(y-b)(y+b)}{(y-b)(y+b)} \div \frac{y^r + by + 1 + by - b^2}{y+b}$$

$$= \frac{a((y-b)(y+b)+1)}{(y-b)(y+b)} \times \frac{(y+b)}{((y-b)(y+b)+1)} = \frac{a}{y-b}$$

$$21) \frac{(a-c)^r}{(a-b)(b-c)} - \frac{(a-b)^r}{(b-c)(a-c)} - \frac{(b-c)^r}{(a-c)(a-b)} =$$

$$\frac{(a-b)(b-c)}{(a-c)^r - (a-b)^r - (b-c)^r} = \frac{(a-b)(b-c)(a-c)}{a^r - c^r - rac^r + rac^r - a^r + b^r + r^r a^r b - r^r a b^r - b^r + c^r}$$

$$= \frac{(a-b)(b-c)(a-c)}{r^r (ac^r - ac^r + a^r b - ab^r + bc(b-c))} = \frac{(a-b)(b-c)(a-c)}{r^r (a(\frac{b-c}{c-b})(c+b) + a^r(b-c) + bc(b-c))}$$

$$= \frac{(a-b)(b-c)(a-c)}{r^r ((b-c)(a^r - a^r(c+b) + bc))} = \frac{(a-b)(b-c)(a-c)}{r^r (a-b)(a-c)} = \frac{1}{r^r}$$

$$= \frac{(a-b)(b-c)(a-c)}{(a-b)(a-c)}$$

$$22) (1 - ra + a^r) + \frac{1 - a^r}{1 + ra + a^r} = (a-1)^r + \frac{(1-a^r)(1+a^r)}{(a+1)^r} =$$

$$(a-1)^r + \frac{(1-a)(1+a)(1+a^r)}{(a+1)^r} = \frac{(a-1)^r + (1-a)(1+a)(1+a^r)}{(a+1)^r} = \frac{(1-a)(1+a)(a^r+1)}{(a+1)(a+1)}$$

∠ a
: سادہ ہے

$$\frac{a+b}{1} + \frac{b+c}{1} + \frac{c+a}{1} = 0$$

$$\frac{(b-c)(c-a)}{1} + \frac{(c-a)(a-b)}{1} + \frac{(a-b)(b-c)}{1}$$

$$a-b + b-c + c-a = 0$$

$$(b-c)(c-a)(a-b)$$

$$\frac{a^r + ab + b^r}{1} - \frac{a^r - ab + b^r}{1} + \frac{r b^r - b^r + a^r}{1} = 1$$

∠ a
: سادہ ہے

$$\frac{a+b}{1} - \frac{a-b}{1} + \frac{a^r - b^r}{1} = 1$$

$$a^r - b^r$$

$$a^r - b^r$$

کسی بھی صورت میں سادہ ہے

$$\frac{1}{1+\lambda} + \frac{1}{\lambda+1} = \frac{1}{\lambda+1} = \frac{1}{\lambda+1} \times 1 - \lambda = \frac{1-\lambda}{1+\lambda}$$

$$\frac{\lambda}{1-\lambda} + \frac{1+\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda^2 + 1 - \lambda^2}{\lambda - \lambda^2} = \frac{1}{\lambda - \lambda^2} \times (\lambda + \lambda^2) = \frac{\lambda + \lambda^2}{\lambda - \lambda^2}$$

$$= \frac{\lambda(\lambda+1)}{\lambda(1-\lambda)} = \frac{1+\lambda}{1-\lambda}$$

$$\begin{aligned}
 rY) \quad & \frac{1}{x - \frac{x^r}{x-1}} = \frac{1}{x - \frac{(x-1)^r(x+1)}{x-x+1}} = \frac{1}{x - \frac{(x-1)^r(x+1)}{x-x+1}} \\
 & \frac{x^r - x + 1}{x-1} \left(x + \frac{1}{x-1} \right) = \frac{x^r - x + 1}{(x-1)} = \frac{x^r - x + 1}{x-x+1} \\
 & = \frac{1}{\frac{x^r - x + 1}{x-x+1}} = \frac{x^r - x + 1}{x^r - x + 1} = \frac{x^r - x + 1}{x^r - x + 1}
 \end{aligned}$$

دستی هر حسابی، دیگر! بررسی کنید

$$B = \frac{r_0 b}{a^r + b^r}, \quad A = \frac{a^r - b^r}{a^r + b^r} \quad rA$$

الف) $A^r + B^r = 1$

$$\frac{(a^r - b^r)^r}{(a^r + b^r)^r} + \frac{r_0^r b^r}{(a^r + b^r)^r} = \frac{a^r + b^r + r_0^r b^r}{(a^r + b^r)^r} = \frac{(a^r + b^r)^r}{(a^r + b^r)^r} = 1$$

ب) $A^r + B^r = 1 - rAB^r$

$$A^r + rAB^r + B^r = 1 \quad (A^r + B^r)^r = 1$$

$$A^r + B^r = 1$$

دستی هر حسابی، دیگر! A, B

$$1 = \frac{1}{A} + \frac{1}{B} \quad rA$$

$$\frac{x^r}{x - \frac{x^r}{x-1}} = \frac{x^r}{x - \frac{x^r}{x-1}}$$

$$1 = A - A + B - rB$$

$$1 = x(A+B) + (-A - rB)$$

$$\frac{x^r}{x - \frac{x^r}{x-1}} = \frac{x^r}{x - \frac{x^r}{x-1}}$$

$$A+B=0 \quad A=-B \quad A=+1$$

$$-A - rB = 1 \quad +B - rB = 1 \quad -B = 1 \quad B = -1$$

$$\text{we find } C, B, A \text{ such that } \frac{r}{x^2 + rx + r} = \frac{Ax+B}{x+1} + \frac{C}{x+r} \quad (*)$$

$$r = (Ax+B)(x+1) + C(x+r) \quad \text{by (*)}$$

$$(x^2 + rx + r) = (x^2 + (A+B)x + A) + Cx + Cr \quad A=0 \quad C=+1 \quad B=r$$

$$x^2 + rx + r = Ax^2 + (A+B)x + A + Cx + Cr \quad A+C=1$$

$$A+B=r$$

$$x^2 + rx + r = x^2(A+C) + x(A+B) + (A+Cr) \quad B+C=r$$

we find C, B, A such that

$$\frac{1}{x(x+1)(x+r)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+r} \quad C = \frac{1}{r} \quad B = -1 \quad A = \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{x(x+1)(x+r)} = A \left(\frac{r}{x+r} \right) + B \left(\frac{r}{x+1} \right) + C \left(\frac{r}{x} \right)$$

$$1 = A(x+1)(x+r) + Bx(x+r) + Cx(x+1)$$

$$rA = 1 \quad A = \frac{1}{r}$$

$$1 = Ax^2 + (A+C)x + A + Bx^2 + (B+C)x + B + Cx^2 + Cx$$

$$A+C+B=0$$

$$1 = x^2(A+C+B) + x(rA+rB+C) + rA \quad rA+rB+C=0$$

$$-B-C = \frac{1}{r}$$

$$B = -\frac{r}{r} = -1$$

$$B+C = -\frac{1}{r} \quad C = \frac{1}{r}$$

$$rB+C = -\frac{r}{r}$$

$$\text{نفسه!} \quad \frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy} \text{ دېلو، } x+y+z=0 \text{ دېلو}$$

$$\frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xyz} = \frac{xyz}{xyz}$$

$$\therefore \text{نفسه!} \quad xyz = 1 \text{ دېلو}$$

$$\frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy} = 1$$

$$\frac{xy+x+1}{x} + \frac{yz+y+1}{y} + \frac{zx+z+1}{z} = \frac{1+x+xy}{1+x+xy} = 1$$

$$\frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy} = 1 \Rightarrow \frac{1+x+xy}{1+x+xy} = 1$$

$$\frac{xy+x+1}{1+x+xy} + \frac{1+x+xy}{1+x+xy} = \frac{1+x+xy}{1+x+xy}$$

$$\text{نفسه!} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$$

$$\text{په } (x) \quad \frac{1}{x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} = \frac{A(x-1) + Bx}{x(x-1)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1}$$

$$\text{X په } (x) \quad \frac{1}{[x+1](x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} = \frac{A(x-1) + B(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$1 = B(x-1) + A(x+1)$$

$$B-A=1 \quad B-1=A$$

$$\frac{1}{x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1}$$

$$B+A=0 \quad B+A=1$$

$$9x^2 + F - 19x - FA$$

$$\text{QY) } \frac{9x^2 - 19x + F}{x^3 - 19x^2 + 19x} = \frac{9x^2 - 19x + F}{(x^3 - x)(x-1)(x-1)} = \frac{9x^2 - 19x + F}{x(x-1)(x-1)}$$

$$\frac{9x^2 - 19x + F}{x(x-1)(x-1)} = \frac{A(x^2 - 19x + 19) + B(x^2 - 19x) + C(x^2 - 19x)}{x(x-1)(x-1)}$$

$$\frac{9}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-1} = \frac{A(x^2 - 19x + 19) + B(x^2 - 19x) + C(x^2 - 19x)}{x(x-1)(x-1)}$$

$$\frac{9}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-1}$$

$$9x^2 - 19x + F = A(x^2 - 19x + 19) + B(x^2 - 19x) + C(x^2 - 19x)$$

$$9x^2 - 19x + F = \underbrace{x^2(A+B+C)}_9 + \underbrace{x(-19A-19B-C)}_{-19} + \underbrace{19A}_F$$

$$F = F \quad A = 1$$

$$A = 1$$

$$9 + B + C = 9$$

$$B + C = 0$$

$$-B = -19$$

$$B = 19$$

$$-19A - 19B - C = -19$$

$$-19B - C = -19$$

$$19 + C = 0$$

$$C = -19$$

$$\text{PY) } \frac{19x^2 + 19x + 19}{x^3 - 19x^2 + 19x} = \frac{19x^2 + 19x + 19}{x(x-1)(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-1}$$

$$\frac{19x^2 + 19x + 19}{x(x-1)(x-1)}$$

Ans

$$\frac{19x^2 + 19x + 19}{(x+1)(x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x+1}$$

$$\frac{19x^2 + 19x + 19}{(x+1)(x-1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x+1} + \frac{Dx+E}{(x+1)^2} + \frac{Fx+G}{(x+1)^2}$$

$$x^2 - 7x + 7 = \frac{Ax+B}{x+2} + \frac{C}{x-3}$$

$$(x+2)(x-3) \quad x+2 \quad x-3$$

$$Ax^2 - 3Ax + Bx - 3B + Cx + 2C$$

$$(x+2)(x-3)$$

$$x^2 - 7x + 7 = \frac{x^2}{x^2} (A+C) + \frac{x(-3A+B)}{x} + \frac{(2C-3B)}{1}$$

$$\begin{cases} A+C=1 & C=1-A \end{cases}$$

$$-3A+B=-7$$

$$-3A+B=-7$$

$$-9A+3B=-17$$

$$-3B+2C=7$$

$$-3B-2A+2=7$$

$$-3B-2A=5$$

$$-11A=-9$$

$$A = \frac{9}{11}$$

$$C = \frac{2}{11}$$

$$B = \frac{-17}{11}$$

$$A+C=1$$

$$\begin{cases} -3A+B=-7 \\ -3B+2C=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11C+B=2 \\ -3B+2C=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9C+3B=7 \\ -3B+2C=7 \end{cases}$$

$$11C=15$$

$$C = \frac{15}{11}$$

مثال: در تجزیه‌ای مخرج یابی از عوامل توان در مخرج است. مثلاً $(x+1)^3$ در این صورت

تعداد توان لکس می‌توانیم مثلاً $(x+1)^3$ سه لکس می‌توانیم و در مخرج $(x+1)$

در $(x+1)^2$ و $(x+1)^3$ و صورت لکسها پارامترهای A, B, C, D در واقع

صورت این لکسها باید یک درجه لکس از عبارات داخل پرانتز باشد.

حل المسألة

$$P_1) \frac{1}{\lambda - \mu} = \frac{A}{\lambda} + \frac{B}{\lambda - \mu} = \frac{A(\lambda - \mu) + B\lambda}{\lambda(\lambda - \mu)} = \frac{\lambda(A+B) - \mu A}{\lambda(\lambda - \mu)}$$

$$\frac{\lambda(A+B) - \mu A}{\lambda(\lambda - \mu)} = 1 \quad - \mu A = 1 \Rightarrow A = \frac{-1}{\mu} \quad B = \frac{1}{\mu}$$

$$P_2) \frac{1}{(\lambda + 1)(\lambda - 1)} = \frac{A}{\lambda - 1} + \frac{B\lambda + C}{(\lambda + 1)(\lambda - 1)} = \frac{A(\lambda + 1) + B\lambda - B\lambda + C\lambda - C}{(\lambda + 1)(\lambda - 1)}$$

$$= \frac{\lambda(A+B) + \lambda(C-B) + (A-C)}{(\lambda + 1)(\lambda - 1)}$$

$$\frac{\lambda(A+B) + \lambda(C-B) + (A-C)}{(\lambda + 1)(\lambda - 1)} = 1$$

$$\begin{cases} A+B=0 \\ C-B=0 \\ A-C=1 \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{2} \quad B = \frac{1}{2} \quad C = \frac{1}{2}$$

$$P_3) \frac{9\lambda^2 - 17\lambda + 6}{\lambda^2 - \lambda - 2} = \frac{9\lambda^2 - 19\lambda + 6}{\lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)} = \frac{9\lambda^2 - 19\lambda + 6}{\lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)}$$

$$\frac{\lambda^2(\lambda - 1) - 2\lambda(\lambda - 1)}{\lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)}$$

$$\frac{A}{\lambda} + \frac{B}{\lambda - 1} + \frac{C}{\lambda - 2} = \frac{A(\lambda - 1)(\lambda - 2) + B(\lambda - 1)(\lambda - 2) + C(\lambda - 1)(\lambda - 2)}{\lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)}$$

$$= \frac{A\lambda - \mu A\lambda + \mu A + B\lambda - \mu B\lambda + C\lambda - C\lambda}{\lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)}$$

$$\lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)$$

$$= \frac{\lambda^2(A+B+C) + \lambda(-3A-2B-C) + (2A)}{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)} = \frac{9\lambda^2 - 17\lambda + 4}{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}$$

$$\begin{aligned} 2A &= 4 & A &= 2 & A+B+C &= 9 & \begin{cases} B+C &= 7 \\ -3A-2B-C &= -17 \end{cases} & \begin{cases} B+C &= 7 \\ -B &= -7 \end{cases} & B &= 7 \\ & & & & -3A-2B-C &= -17 & & & & C &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PV)} \quad \frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{\lambda^2 - 2\lambda + 1} &= \frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{(\lambda-1)(\lambda+1)} = \frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{(\lambda-1)(\lambda+1)} \\ &= \frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{(\lambda-1)(\lambda+1)} = \frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{(\lambda-1)(\lambda+1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{(\lambda-1)(\lambda+1)} = \frac{A}{\lambda-1} + \frac{B}{\lambda+1} + \frac{C}{\lambda} \\ &= \frac{A(\lambda+1) + B(\lambda-1) + C(\lambda-1)(\lambda+1)}{(\lambda-1)(\lambda+1)} = \frac{A\lambda + A + B\lambda - B + C\lambda^2 - C}{(\lambda-1)(\lambda+1)} \end{aligned}$$

$$\lambda^2(A+C) + \lambda(A+B-C) + (A-B) = \lambda^2 + \lambda + 1$$

$$B=1 \quad A=1 \quad C=1$$

$$7A) \frac{x^p - x^r - x - p}{x^k - 1} = \frac{x^p - x^r - x - p}{(x^r + 1)(x - 1)(x + 1)} = \frac{A(x+B)}{x+1} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{x+1}$$

$$(A(x+B)(x-1) + C(x^p + x + x + 1) + D(x^p - x^r + x - 1))$$

$$(x^r + 1)(x - 1)(x + 1)$$

$$= \frac{Ax^p - Ax + Bx^r - B + Cx^p + Cx^r + Cx + C + Dx^p - Dx^r + Dx - D}{(x^r + 1)(x - 1)(x + 1)}$$

$$(x^r + 1)(x - 1)(x + 1)$$

$$= \frac{x^p(A+C+D) + x^r(B+C-D) + x(-A+C+D) + (-B+C-D)}{(x^r + 1)(x - 1)(x + 1)} = \frac{x^p - x^r - x - p}{x^k - 1}$$

$$A + C + D = 1$$

$$FC = -F \quad C = -1$$

$$B + C - D = -1$$

$$rC + rD = 0 \quad C + D = 0 \quad D = -C \quad D = 1$$

$$-A + C + D = -1$$

$$A + C = 0 \quad A = -C \quad A = 1$$

$$-B + C - D = -p$$

$$B + C = 0 \quad B = -C \quad B = 1$$

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 r\lambda^p + r\lambda^p - r \\
 \hline
 \lambda^p + \lambda - r
 \end{array} & \begin{array}{r}
 \lambda^p + \lambda - r \\
 r\lambda + 1
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 r\lambda^p + r\lambda^p - r \\
 \hline
 \lambda^p + \lambda - r
 \end{array} & \begin{array}{r}
 -r\lambda^p - r\lambda + r \\
 \hline
 \lambda^p + r\lambda - r \\
 \hline
 -\lambda^p - \lambda + r \\
 \hline
 r\lambda
 \end{array}
 \end{array}$$

$$= r\lambda + 1 + \frac{r\lambda}{\lambda^p + \lambda - r}$$

$$r\lambda + 1 + \frac{r\lambda}{(\lambda+r)(\lambda-1)} = r\lambda + 1 + \frac{r}{\lambda+r} + \frac{1}{\lambda-1} \quad B=1 \quad A=r$$

$$\frac{r\lambda}{(\lambda+r)(\lambda-1)} = \frac{A}{\lambda+r} + \frac{B}{\lambda-1} = \frac{A\lambda - A + B\lambda + rB}{(\lambda+r)(\lambda-1)} = \frac{\lambda(A+B) + (rB-A)}{(\lambda+r)(\lambda-1)}$$

$$\frac{r\lambda}{(\lambda+r)(\lambda-1)} = \frac{A}{\lambda+r} + \frac{B}{\lambda-1} \quad \frac{r\lambda}{(\lambda+r)(\lambda-1)} = \frac{A}{\lambda+r} + \frac{B}{\lambda-1}$$

$$F_0) \quad \frac{r\lambda^p + r\lambda + 1}{\lambda^p(\lambda+1)} = \frac{A\lambda+B}{\lambda^p} + \frac{C}{\lambda+1}$$

$$= \frac{A\lambda^p + A\lambda + B\lambda + B + C\lambda^p}{\lambda^p(\lambda+1)} = \frac{\lambda^p(A+C) + \lambda(A+B) + B}{\lambda^p(\lambda+1)} = \frac{r\lambda^p + r\lambda + 1}{\lambda^p(\lambda+1)}$$

$$B=1 \quad A+C=r \quad C=r-1=1$$

$$A+B=r \quad A=r-1=1$$

$$F) \quad \begin{array}{r|l} x^2 + x - 19x + 17 & x^2 + x - 7 \\ \hline x^2 + x - 7 & \end{array}$$

$$x^2 + x - 7$$

$$x^2 + x - 7$$

$$x^2 + x - 7$$

$$-19x + 17$$

$$-19x + 17$$

$$-19x + 17$$

$$x^2 + x - 7$$

$$x^2 + x - 7$$

$$x^2 + x - 7$$

$$(x+1)(x-7)$$

$$x+1 \quad x-7$$

$$-19x + 17 = A(x+1) + B(x-7) = A(x+1) + B(x-7)$$

$$(x+1)(x-7) \quad x+1 \quad x-7 \quad (x+1)(x-7) \quad (x+1)(x-7)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{cc} x(A+B) + (1B-7A) = -19x + 17 \\ \hline -19 & 17 \end{array}$$

$$\begin{cases} A+B = -19 & 1A + 1B = -19 & a+b = -19 & b = \frac{-19}{a} \\ 1B - 7A = 17 & 1B - 7A = 17 & a = \frac{-11}{a} & a = \frac{-11}{a} \end{cases}$$

pernyataan bahwa nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ adalah $\frac{1}{2}$

$$f(x) = \frac{7x^5 - 12x^4 + 10x^3 + 7x^2 + 9}{(7x+1)(x^2-x+1)^2} = \frac{A}{7x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-x+1} + \frac{Dx+E}{(x^2-x+1)^2}$$

$$= \frac{A(x^2-x+1)^2 + (Bx+C)(7x+1)(x^2-x+1) + (Dx+E)(7x+1)}{(7x+1)(x^2-x+1)^2}$$

$$= \frac{A(x^5 - 7x^4 + 14x^3 - 7x^2 + 1) + (Bx+C)(7x^3 - 6x^2 + 7x + 1) + (Dx+E)(7x^2 + 7x + 1)}{(7x+1)(x^2-x+1)^2}$$

$$= \frac{Ax^5 - 7Ax^4 + 14Ax^3 - 7Ax^2 + A + 7Bx^4 - 6Bx^3 + 7Bx^2 + B + 7Cx^3 - 6Cx^2 + 7Cx + C + 7Dx^3 + 7Dx^2 + 7Dx + E}{(7x+1)(x^2-x+1)^2}$$

$$x^5(A+7B) + x^4(-7A-6B+7C) + x^3(14A+7B-6C+7D) + x^2(-7A-6C+7D+E) + (A+B+C+E)$$

$$= 7x^5 - 12x^4 + 10x^3 + 7x^2 + 9$$

$$a = \frac{x^n + y^n + z^n}{x^n} \quad b = \frac{x^n + y^n + z^n}{y^n} \quad c = \frac{x^n + y^n + z^n}{z^n}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{y^n}{x^n + y^n + z^n} + \frac{x^n}{x^n + y^n + z^n} + \frac{z^n}{x^n + y^n + z^n} = 1$$

$$ax^n = cz^n \quad \frac{z^n}{x^n} = \frac{a}{c}$$

$$ax^n = by^n \quad \frac{y^n}{x^n} = \frac{a}{b} \quad \text{and similarly} \quad ax^n = by^n = cz^n = x^n + y^n + z^n \quad \text{FF}$$

$$ab + ac + bc = abc \quad ax^n = \frac{x^n + y^n + z^n}{x^n} \quad a = 1 + \frac{y^n}{x^n} + \frac{z^n}{x^n}$$

$$a = 1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{c} \quad a = \frac{bc + ac + ab}{bc} \Rightarrow abc = bc + ac + ab$$

$$\text{and similarly, } abc = bc + ac + ab \quad \text{FF}$$

$$\frac{1}{a(a+r)} + \frac{1}{(a+r)(a+r)} + \dots + \frac{1}{(a+q\lambda)(a+l\infty)}$$

$$\frac{1}{a(a+r)} = \frac{A}{a} + \frac{B}{a+r} \quad Aa + rA + Ba = a(A+B) + rA = 1$$

$$\frac{1}{(a+q\lambda)(a+l\infty)} = \frac{A}{a+q\lambda} + \frac{B}{a+l\infty} \quad A(a+l\infty) + B(a+q\lambda) = a(A+B) + (l\infty A + q\lambda B) = 1$$

$$\frac{1}{a} + \frac{-1/r}{a+r} + \frac{1}{a+r} + \frac{-1/r}{a+r} + \dots + \frac{1}{a+q\lambda} + \frac{-1/r}{a+l\infty} = \frac{1}{ra} - \frac{1}{ra+l\infty}$$

F6 - حاصل عبارات زیر را حساب کنید :

$$\left[\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1 \right) \right]^{-1} \left[\left(1 + \frac{y}{x} \right) \left(\frac{x}{x-y} \right) \right]^{-1} = \frac{x+y}{x-y} \times \frac{x-y}{x+y} = 1$$

$$\frac{\left(\frac{x}{x-y} \right)^{-1} \left(\frac{x+y}{x-y} - 1 - \frac{xy}{x} \right)^{-1}}{\frac{xy}{x-y}} = \frac{(x-y)(x+y)}{xy} \times \frac{xy}{(x-y)(x+y)} = \frac{x-y}{x+y}$$

$$\left[\frac{x+y}{x} \times \frac{x}{x-y} \right]^{-1} = \frac{x-y}{x+y}$$

$$\frac{\left(\frac{x}{x-y} \right)^3 + \left(\frac{y}{y-z} \right)^3 + \left(\frac{z}{z-x} \right)^3}{\left(\frac{x}{x-y} \right)^3 + \left(\frac{y}{y-z} \right)^3 + \left(\frac{z}{z-x} \right)^3} =$$

F7 - حاصل کنید :

$$\frac{3(x-y)(x+y)(y-z)(y+z)(z-x)(z+x)}{3(x-y)(x+y)(y-z)(y+z)(z-x)(z+x)} = (x+y)(y+z)(z+x)$$

$$3(x-y)(y-z)(z-x)$$

F8 - درستی هر عبارت را زیر عبارت بنویسید :

$$\frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(a-b)(c-b)} + \frac{-1}{c(a-c)(c-b)} = \frac{1}{abc}$$

$$\frac{(a-b)(a-c)(c-b)}{bc(c-b) + ac(a-c) - ab(a-b)} = \frac{1}{abc}$$

$$abc(a-b)(a-c)(c-b)$$

$$b) \quad \frac{bc}{(a-c)(a-b)} + \frac{ac}{(b-c)(b-a)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)} = 1$$

$$\frac{bc}{(a-c)(a-b)} + \frac{-ac}{(b-c)(a-b)} + \frac{ab}{(a-c)(b-c)} = 1$$

$$\frac{bc(b-c) - ac(a-c) + ab(a-b)}{(a-c)(a-b)(b-c)} = \frac{(a-c)(a-b)(b-c)}{(a-c)(a-b)(b-c)} = 1$$

$$c) \quad \frac{a^r + ab + b^r}{a+b} - \frac{a^r - ab + b^r}{a-b} + \frac{rb^r - b^r + a^r}{a^r - b^r} = 1$$

$$\frac{a^r - b^r}{a-b^r} - \frac{a^r + b^r}{a-b^r} + \frac{rb^r - b^r + a^r}{a-b^r} = \frac{-rb^r + rb^r + a^r - b^r}{a-b^r}$$

$$= \frac{a^r - b^r}{a-b^r} = 1$$

$$2) \frac{ra-sb}{a+b} - \frac{sa-sb}{a-b} + \frac{ra-sb}{a+b} + \frac{ra-ab}{a-b} = 1$$

$$r(a-b)$$

$$\frac{ra-sb+sb-ra}{a+b} + \frac{sb-sa+ra-ab}{a-b} = \frac{-(a+b)}{(a+b)} + \frac{ra-rb}{a-b} = r-1 = 1$$

$$a) \begin{bmatrix} 1+\lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & 1+\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu + \lambda & -\lambda \\ F\lambda & F \end{bmatrix} = \mu$$

$$\begin{matrix} \mu + F\lambda + \lambda & -1 - \lambda + F\lambda \\ 1 - \lambda & F\lambda \end{matrix} \times \begin{matrix} \mu + \lambda & -\lambda \\ F\lambda & F \end{matrix} = \begin{matrix} F\lambda & \mu(1-\lambda) \\ (1-\lambda) & F\lambda \end{matrix} \mu$$

$$a+b+c=0 \quad \mu \quad F\lambda$$

$$\left(\frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} + \frac{a-b}{c} \right) \left(\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} \right) = 9$$

$$\frac{bc(b-c)+ac(c-a)+ab(a-b)}{abc} \times \frac{a(c-a)(a-b)+b(b-c)(a-b)+c(c-a)(a-b)}{(b-c)(c-a)(a-b)}$$

$$\frac{(a-b)(c-a)(b-c)}{-abc} \times \frac{-9abc}{(a-b)(c-a)(b-c)} = 9$$

$$\frac{bc(b-c) + ac(c-a) + ab(a-b)}{abc} = \frac{(a-b)(c-a)(b-c)}{-abc}$$

$$b^r c - bc^r + ac^r - a^r c + ab(a-b) = c(b^r - a^r) + c^r(a-b) + ab(a-b)$$

$$c(a-b)(b+a) + c^r(a-b) + ab(a-b) = (a-b)(c^r - c(a+b) + ab)$$

$$= (a-b)(c-a)(c-b)$$

$$\frac{a(c-a)(a-b) + b(b-c)(a-b) + c(b-c)(c-a)}{(b-c)(c-a)(a-b)} = \frac{-9abc}{(b-c)(c-a)(a-b)}$$

$$a(ca - cb - a^r + ab) + b(ab - b^r - ac + bc) + c(bc - ab - c^r + ac)$$

$$= \underline{a^r c} - abc - \underline{a^r} + \underline{a^r b} + \underline{ab^r} - \underline{b^r} - abc + \underline{b^r c} + \underline{bc^r} - abc - \underline{c^r} + \underline{ac^r}$$

$$-a^r - b^r - c^r + a^r(\underbrace{b+c}_{=a}) + b^r(\underbrace{a+c}_{=b}) + c^r(\underbrace{b+a}_{=c}) - 3abc \Rightarrow a+b+c=0$$

$$-r(a^r + b^r + c^r) - 3abc = -7abc - 3abc = -9abc$$

$$a+b+c \Rightarrow 0 \quad a^r + b^r + c^r = 3abc \quad \text{مثال 15/15}$$

معادله درجه ۲: هر معادله به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ یک معادله درجه ۲ می باشد.

$$(a \neq 0)$$

شرطی که a مساوی صفر نباشد.

در حتماً حاصل معادله را حل می کنیم.

$$ax^2 + 0 + c = 0 \quad ax^2 = -c \quad \rightarrow \quad x^2 = \frac{-c}{a} \quad b=0 \quad (1)$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

شرطی که $ac < 0$ معادله دو ریشه حقیقی دارد.

مثال

$$2x^2 - 1 = 0 \quad 2x^2 = 1 \quad x^2 = \frac{1}{2} \quad x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$3x^2 + 1 = 0 \quad 3x^2 = -1 \quad x^2 = -\frac{1}{3} \quad x = \pm \sqrt{-\frac{1}{3}}$$

$$2x^2 + 17 = 0 \quad 2x^2 = -17 \quad x^2 = -\frac{17}{2} \quad x = \pm \sqrt{-\frac{17}{2}}$$

(ریشه ها جواب حقیقی ندارند)

$$ax^2 + bx + 0 = 0 \rightarrow x(ax + b) = 0 \quad c=0 \quad \text{در این صورت}$$

$$x=0 \quad ax+b=0 \rightarrow x = \frac{-b}{a}$$

صفر است.

$$\text{الف)} \quad 3\lambda^2 - 2\lambda = 0 \quad \lambda(3\lambda - 2) = 0 \quad \lambda = 0 \quad 3\lambda = 2 \quad \lambda = \frac{2}{3}$$

$$\text{ب)} \quad \lambda^2 - 4\lambda = 0 \quad \lambda(\lambda - 4) = 0 \quad \lambda = 0 \quad \lambda - 4 = 0 \quad \lambda = 4$$

$$\lambda(\lambda - 4) = 0$$

طلب الی $a, b, c \neq 0$

روش های حل معادلی درجه ۲:

۱) روش تجزیه: مربع - مزدوج - حاصل مستقیم

$$\text{الف)} \quad \lambda^2 - 7\lambda + 12 = 0 \quad (\lambda - 4)(\lambda - 3) = 0 \quad \lambda = 4 \quad \lambda = 3$$

$$\text{ب)} \quad \lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0 \quad (\lambda - 2)(\lambda - 2) = 0 \quad \lambda = 2 \quad \lambda = 2$$

$$\lambda = -1 \quad \lambda = 4$$

$$\text{ج)} \quad (\lambda + 1)^2 - 2\lambda = 0 \quad ((\lambda + 1) + \lambda)((\lambda + 1) - \lambda) = (\lambda + 1)(\lambda - 1)$$

$$\text{د)} \quad (\lambda + 3)^2 - (2\lambda + 2) = 0 \quad (\lambda + 3 + 2\lambda + 2)(\lambda + 3 - 2\lambda - 2) = 0$$

$$(\lambda + 3)(-\lambda - 1) = 0 \quad \lambda = -\frac{1}{\mu} \quad \lambda = -3$$

$$b) \quad 2x^2 - 7x - 9 = 0 \quad (x+1)(2x-9) \quad x = -1 \quad x = \frac{9}{2} = F, \omega$$

$$2x^2 - 2 - 7x - 7 = 2(x+1)(x-1) - 7(x+1) = (x+1)(2x-2-7) = 0$$

$$2(2x^2 - 7x - 9) = 4x^2 - 14x - 18 = 0 \quad (2x-9)(2x+2) = 0$$

$$x^2 - 12x + 3F = 0$$

۱۲ رولس جدید و خطا :

x	۱	۲	۳	F	ω
P	۲۳	۱۴	۷	۲	-۱

$$x = F, \dots$$

x	F, ۱	F, ۲	F, ۳	F, F	F, ω	F, ۷	F, ۷	F, ۸
P					۰/۲ω	-۰/۴		

$$F, \omega$$

می فهمیم مقادیر ریبر را حل کنیم : اعداد صحیح متصل را به جای x جایگزین

کرده و مقدار عبارات حاصل می کنیم : اگر علاقه عبارات به آری دو مقدار متوالی بگیرد

علامت دهد : یعنی ریشه های مقادیر این دو عدد است : برای دقیق تر شدن جواب

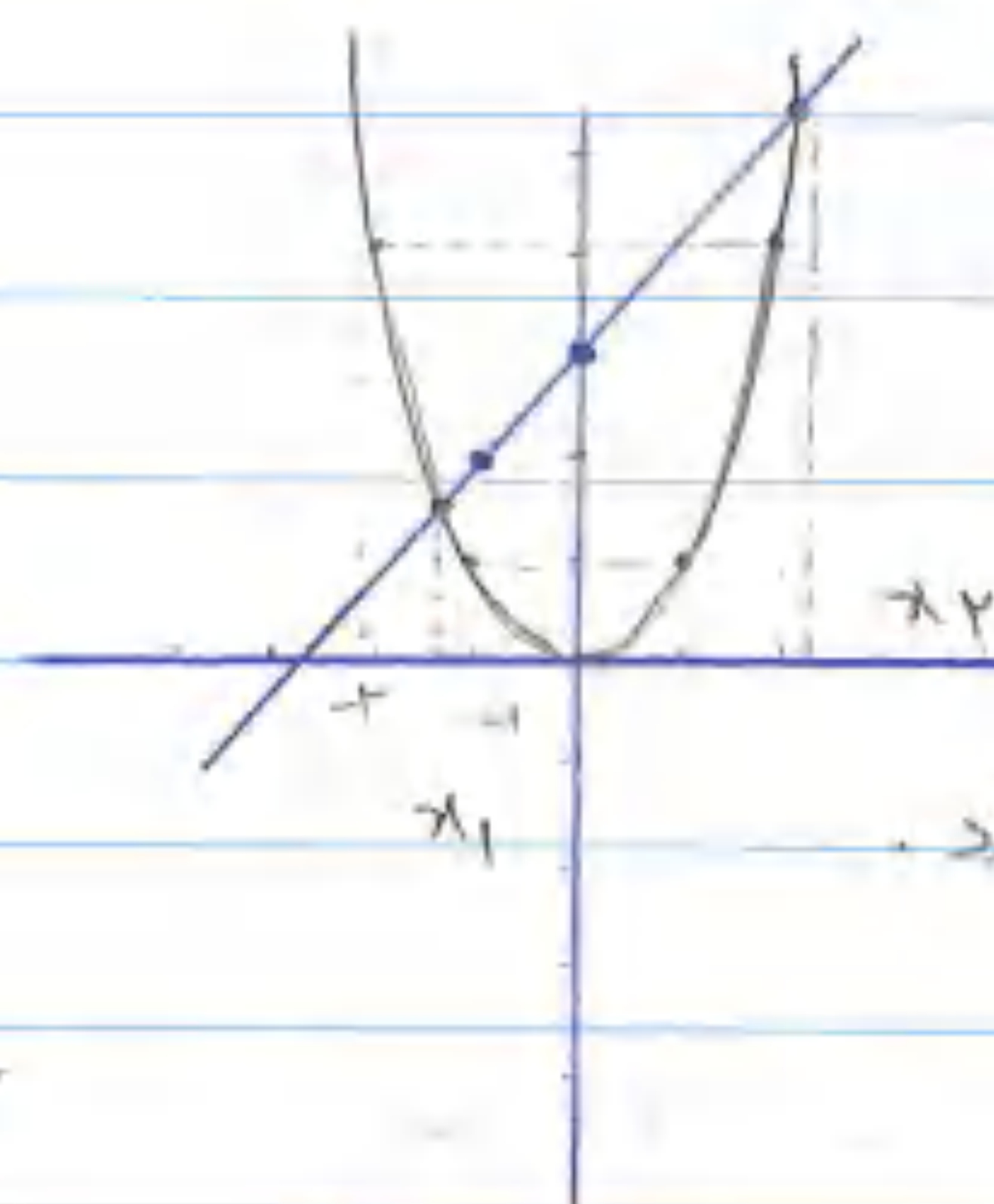
ارزی هر رقم اعتبار باشد باید جدولی مشابه ال مسئل دهم.

$$y = x^2$$

معمولی

۲- روش هندسی (رسم)

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



$$x^2 - x - 3 = 0$$

معادله دو درجه دارد
 $x_1 + x_2 = 1$
 $x_1 x_2 = -3$

$$x^2 = x + 3$$

$$y = x + 3$$

0	-1
3	2

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 3 \end{cases}$$

دو نقطه‌ای که در خود دو نمودار رسم می‌کند
 معادله است.

$$b) x^2 - 2x + F = 0$$

$$x = 2x - F$$

$$y = x^2$$

$$y = 2x - F$$

معادله جواب دارد



سویس

هر معادله‌ای زیر را به روش تعیین حل کنید

$$a) -x^2 - 7x + 8 = 0$$

$$-(x^2 + 7x - 8) = -(x+8)(x-1) = (x+8)(1-x)$$

$$1-x=0$$

$$x=1$$

$$x=-8$$

$$b) 3x^2 - 11x + 8 = 0$$

$$3x^2 - 3x - 8x + 8 = 0$$

$$3x(x-1) - 8(x-1) = 0$$

$$(x-1)(3x-8) = 0$$

$$x=1$$

$$3x=8$$

$$x = \frac{8}{3}$$

$$c) (x+1)^2 - 17 = 0$$

$$(x+1+4)(x+1-4) = (x+5)(x-3) = 0$$

$$x = -5$$

$$x = 3$$

پیدا ریشه‌های بین است. زیر جدول آورده.

$$a) \quad x^3 - 3x - 1 = 0 \rightarrow$$

x	1	2	3	4	∞
P	-3	-3	-1	3	

Δ
 $3, 1, \dots$

x	$3,1$	$3,2$	$3,3$	$3,4$	$3,5$
P	-0,79	-0,146	-0,01	0,146	

Δ
 $3, 3, \dots$

ریشه‌های ∞ است. است ∞ ریشه‌ها آورده!

$$b) \quad -x^3 - 4x + 1 = 0$$

x	0	-1	-2	-3	-4	∞
P	1	2	-3			

Δ
 $-1, \dots$

x	-1,1	-1,2	-1,3	-1,4	-1,5	-1,6	-1,7	-1,8
P								

Δ
 $x = -1,4$

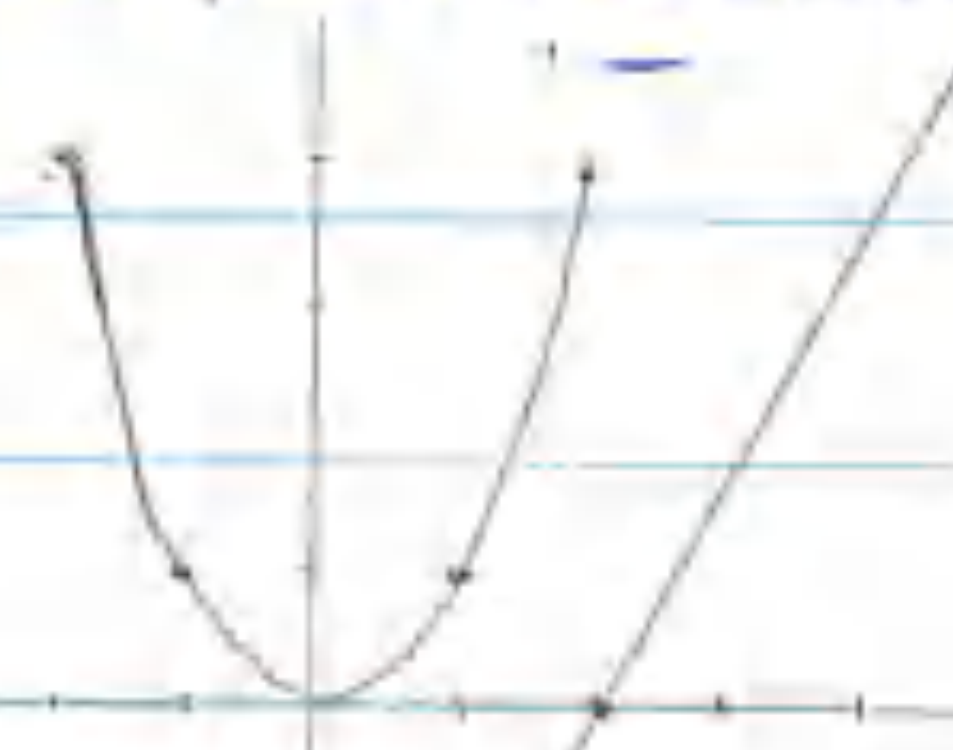
3. تعداد و علامت ریشه‌های هر معادله‌ی زیر را، بر حسب جدول پیدا.

$$a) \quad x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$x^2 = 2x - 4$$

$y = 2x - 4$	0	2
$y = x^2$	-4	0

معادله جواب ندارد.

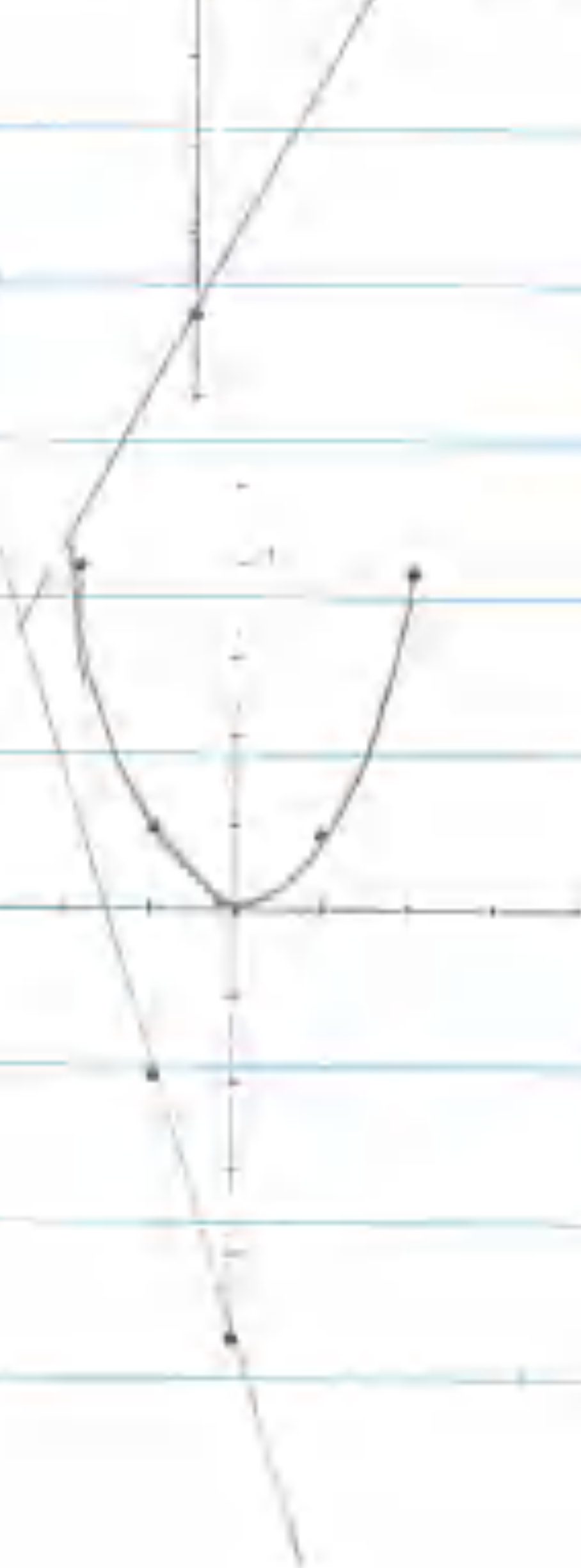


$$b) \quad x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$x^2 = -3x - 2$$

$y = x^2$	0	-1
$y = -3x - 2$	-2	1

معادله جواب ندارد.



$$1) \quad x + x - r = 0 \quad x = -x + r$$

$$y = x$$

$$y = -x + r$$



$$- \text{Glb} = \text{Glb} + \text{Glb} \leq r$$

$$2) \quad x - 2x + 1 = 0 \quad x = 2x - 1$$

$$y = x$$

$$y = 2x - 1$$



$$+ \text{Glb}$$

$$+ \text{Glb}$$

$$3) \quad -x + Fx - 1 = 0 \quad x = Fx - 1$$

$$y = x$$

$$y = Fx - 1$$



$$4) \quad x - \infty = 0 \quad x = \infty$$

$$y = x$$

$$y = \infty$$



$$- \text{Glb} + \text{Glb}$$

روش تبدیلی "کدورتیل"

در این روش مقدار ثابت را به طرف دیگر معادله انتقال داده سپس با افزودن طرفین

از هر طرف x به قسمتی که سمت چپ معادله با افزودن (مقدور نصف ضریب x) یک عبارت

کدورتیل می سازیم.

از سمت راست معادله ثابت باشد. از طرفین هر دو طرف را به یک طرف می آوریم.

$$2x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

$$2x^2 - 3x = 6$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x = 3$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 3 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{57}{16}$$

$$x - \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{57}}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{57}}{4}$$

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{57}}{4}$$

$$(الف) \quad x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$x^2 - 4x = 1$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4 + 1$$

$$(x - 2)^2 = 5$$

$$x - 2 = \pm \sqrt{5}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = 2 - \sqrt{5}$$

$$\hookrightarrow x^2 - 3x + 7 = 0$$

$$x^2 - 3x = -7$$

مربع کامل

مربع

$$x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} - 7$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{-19}{4}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

بررسی Δ ضروری است، زیرا

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

مربع کامل

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$b^2 - 4ac = \Delta$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$\Delta > 0$: دو ریشه حقیقی

$\Delta = 0$: یک ریشه حقیقی

$\Delta < 0$: دو ریشه مختلط

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

$\Delta = 0$: یک ریشه

$2a$

مربع

$$\text{الف) } 2\lambda^2 - 3\lambda - 1 = 0 \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{9 - 4(-1)(2)} = \sqrt{9 + 8} = \sqrt{17}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4} \quad \lambda_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{4} \quad \lambda_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{4}$$

$$\text{ب) } \lambda^2 + 2\lambda - 1 = 0 \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{4 - 4(1)(-1)} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} \quad \lambda_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$\lambda_1 = \frac{-2 + \sqrt{8}}{2} \quad \lambda_2 = \frac{-2 - \sqrt{8}}{2}$$

$$\text{ج) } 2\lambda^2 + \lambda + 1 = 0 \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{1 - 4(2)(1)} = \sqrt{1 - 8} = \sqrt{-7} \quad \text{مقدارها (مقدارها) صفر است}$$

$$\text{د) } K\lambda^2 - K\lambda + 1 = 0 \quad \Delta = 17 - 4(K)(K) = 0 \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \frac{K}{-K} = -\frac{1}{K}$$

مقادیر درستی

حل معادله درجه دوم به شکل معادله درجه دوم

$$\lambda^2 + 3\lambda - K = 0 \quad \lambda = A$$

$$A^2 + 3A - K = 0 \quad (A-1)(A+K) = 0$$

$$\begin{cases} A=1 \rightarrow \lambda=1 & \lambda=1, \lambda=-1 \\ A=-K \rightarrow \lambda=-K & \text{مقدارها صفر است} \end{cases}$$

$$(x+1)^F - \omega(x+1)^F + F = 0$$

$$t^F - \omega t^F + F = 0 \quad (t-1)(t-F) = 0 \quad x=0 \quad x=-F$$

$$t=1 \rightarrow (x+1)^F = 1 \quad \pm(x+1) = 1 \quad x+1=1 \quad -x-1=1$$

$$t=F \rightarrow (x+1)^F = F \quad \pm(x+1) = F \quad x+1=F \quad -x-1=F$$

$$x=1 \quad x=-3$$

مسئله ۱۷۹

۱- با یک دورم اعشاری و با استفاده از روش ارسون و ضمناً میلی از توصیف

x	0	1	2	3
x^2	-1	-1	3	11

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \quad \text{معادله} \quad \text{! حساب شده}$$

x	1	1/2	1/5	1/10	2	x	1/2	1/5	1/10	1/20	1/50	1/100	1/200
$x^2 - 2x - 1$	-1	-3/4	-9/25	-19/100	3	$x^2 - 2x - 1$	-3/4	-9/25	-19/100	-39/400	-99/2500	-199/10000	-399/40000

۲- حد تقریبی معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ به روش باقیمانده تقریبی $\sqrt{F}$ است + با استفاده از

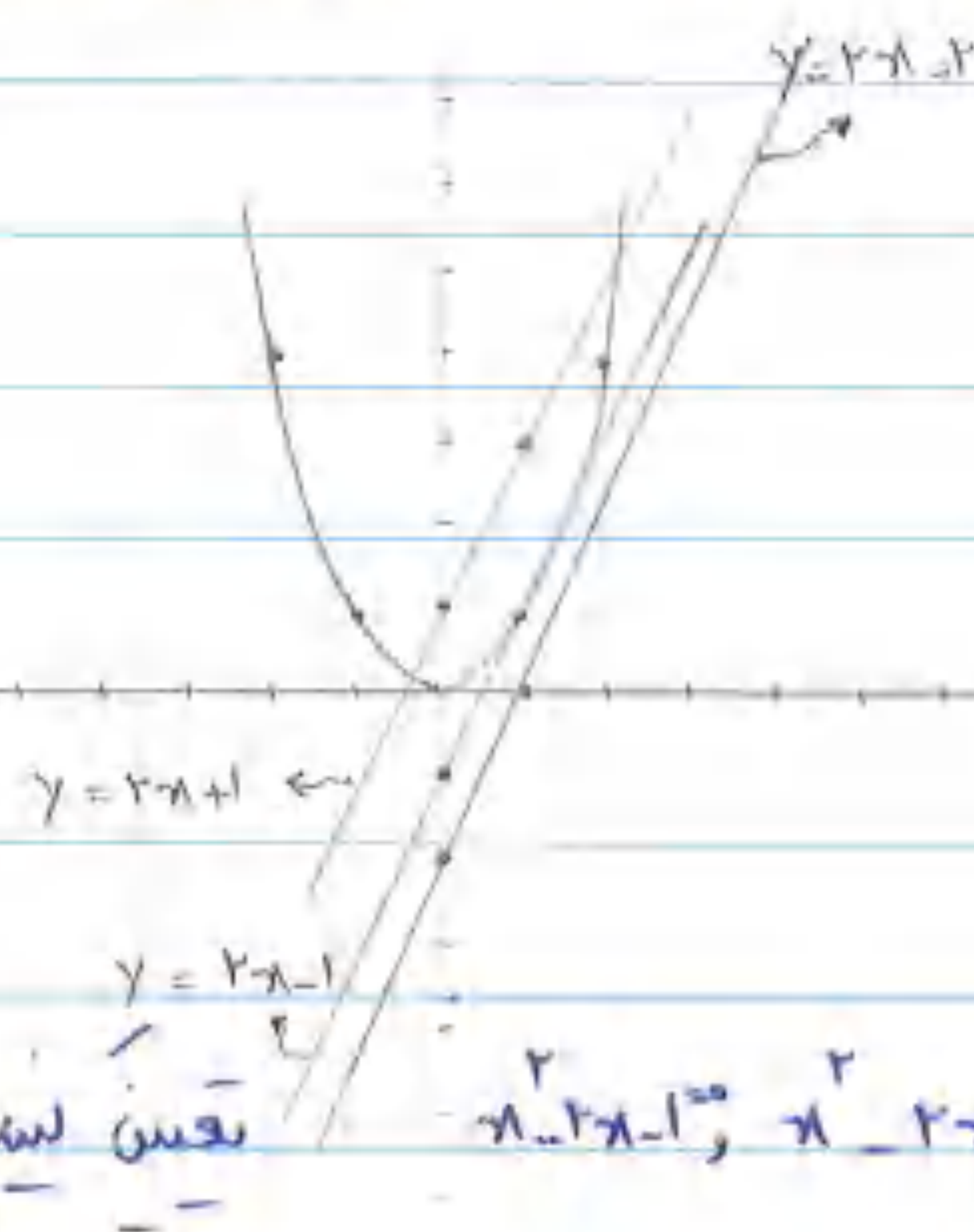
روش ارسون و ضمناً $\sqrt{F}$ با یک دورم اعشاری کاسه شده

		$1, F$		$1, FF$	
x	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$	x	$\begin{bmatrix} 1, F & 1, \infty \end{bmatrix}$	x	$\begin{bmatrix} 1, FF & 1, FF & 1, FF \end{bmatrix}$
y	$\begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix}$	y	$\begin{bmatrix} -0.5F & 0.5\infty \end{bmatrix}$	y	$\begin{bmatrix} & & \end{bmatrix}$

سویز در تلاش می

۱. شیبهای خطهای $y = 2x - 2$ ، $y = 2x - 1$ و $y = 2x + 1$ را رسم کن و محل تقاطع

آن ها را با نمودار $y = x^2$ مقایسه کن.



a) $y = 2x - 2$ $(0, -2)$ و $(1, 0)$

b) $y = 2x - 1$ $(0, -1)$ و $(1, 1)$

c) $y = 2x + 1$ $(0, 1)$ و $(1, 3)$

۲. از میان معادلات $x^2 - 2x + 2 = 0$ ، $x^2 - 2x + 1 = 0$ و $x^2 - 2x - 1 = 0$ مقایسه کن.

۳. یک جواب درجه ۲ و چند جواب درجه ۱

$x^2 - 2x - 2$ جواب درجه ۲ و $x^2 - 2x + 1$ و $x^2 - 2x + 2$ جواب درجه ۱

$x^2 - 2x - 1$ معادله یک جواب درجه ۲ و $x^2 - 2x + 1$ و $x^2 - 2x + 2$ معادله یک جواب درجه ۱

$x^2 - 2x + 1$ درجه ۲ و $x^2 - 2x + 2$ و $x^2 - 2x - 1$ درجه ۱

۱- با رسم نمودار معادله $x^2 + K = 0$ جواب نبرد.

$$x^2 = -K \rightarrow y = -K$$



چون دو نمودار هم‌بندی و هم‌نقطه ندارند، معادله جواب ندارد.

$$y = -K$$

۲- معادلات زیر را با روش رسم نمودار حل کنید و جواب‌های آن را به صورت تقریبی

$$x^2 - x - 3 = 0$$

دست آورده.

معادله جواب ندارد.

$$x^2 + x + 1 = 0 \quad (-1, \infty), (\infty, -1) \quad x^2 = -x - 1$$

معادله دو جواب دارد.

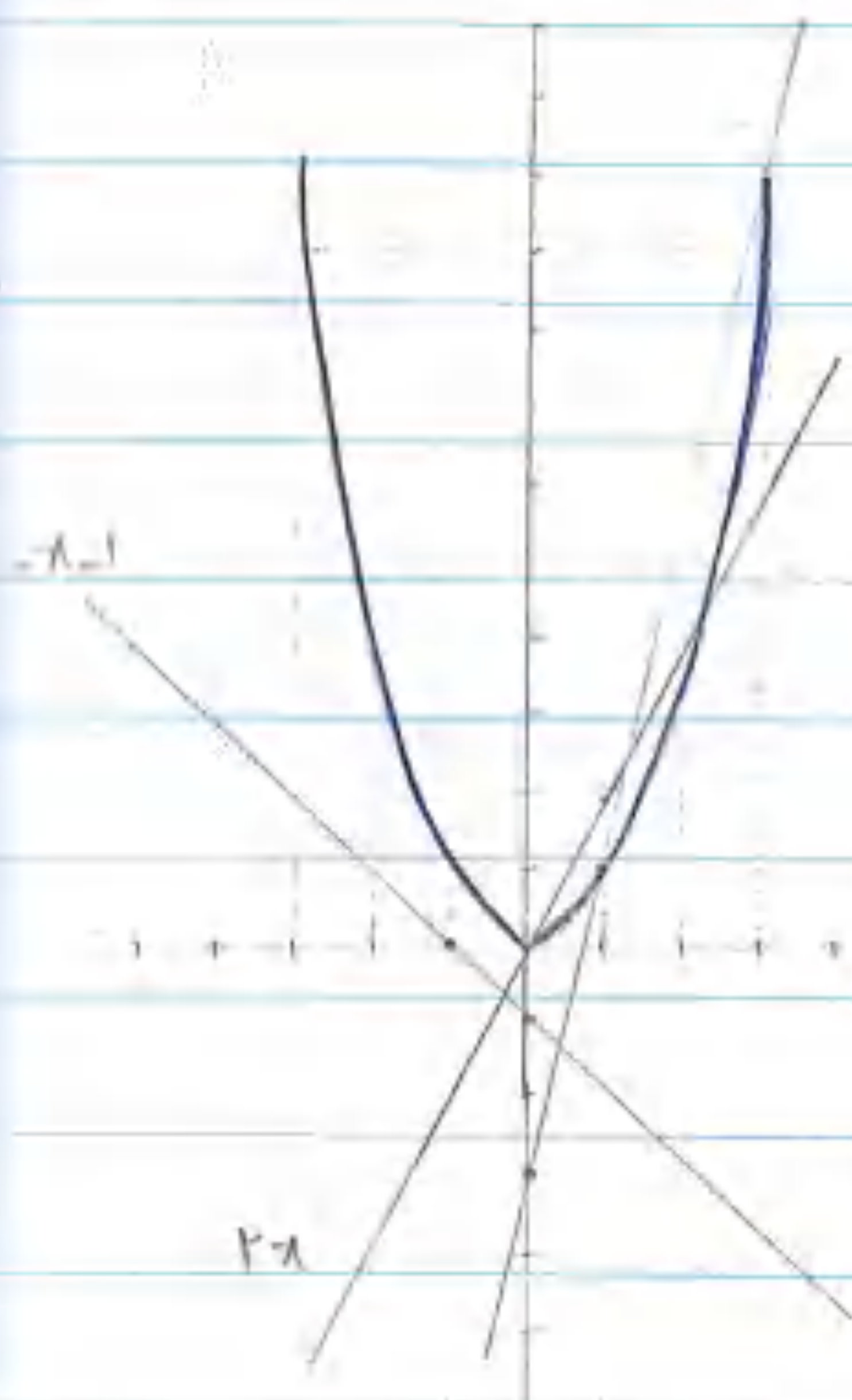
$$x^2 - 5x + 3 = 0 \quad (1, 4), (4, \infty) \quad x = 5 - x \quad x^2 = 5x - 3$$

معادله دو جواب دارد.

$$x^2 - 8x = 0 \quad (0, 8)$$

$$x^2 = 8x \quad x = 8x$$

$$y = 8x \quad (0, 0), (1, 8)$$



مسئله ۱۸۲

۱. معادلات زیر را در $\mathbb{R}$ حل کنید.

الف) $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x=1$ $x=6$

ب) $(x-1)(x+1) = (x-1)$ $x^2 - x = x^2 - 1$ $x = x$ $x - x = 0$

$x(x-1) = 0$ $x=0$ $x=1$

ج) $6x^2 + 3x - 1 = 0$ $(6x+1)(x-1)$

-۱

مسئله ۱۸۳

۱. معادلات زیر را در $\mathbb{R}$ حل کنید.

x	x^2	$2x$
2	$2x$	F

$x^2 + Fx = 0$

الف) $x^2 + Fx - 6 = 0$

$(x+2)(x+F) = 0$ $F = -2$

$x+2 = 0$ $x = -2$

$$\lambda + \frac{1}{\lambda}$$

λ	λ	$1-\lambda$
		λ
$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$

$$K\lambda^2 + K\lambda - \mu = 0$$

$$K\lambda^2 + K\lambda - \mu = 0 \quad (1)$$

$$\lambda^2 + \lambda = \frac{\mu}{K}$$

$$\left(\lambda + \frac{1}{\lambda}\right)^2 = 1$$

$$\lambda + \frac{1}{\lambda} = 1 \quad \lambda = \frac{1}{\lambda}$$

مسائل ۱۸۷، ۱۸۸

۱. با روش مربع کامل معادلات زیر را حل کنید.

$$(الف) \lambda^2 + 3\lambda + 1 = 0$$

$$\lambda^2 + \frac{\mu}{\lambda} \lambda = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\lambda^2 + \frac{\mu}{\lambda} \lambda + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2 - \frac{1}{\lambda}$$

$$\left(\lambda + \frac{\mu}{\lambda}\right)^2 = \frac{9}{17} - \frac{1}{17}$$

$$\lambda + \frac{\mu}{\lambda} = \pm \frac{1}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{-1}{\lambda} \quad \lambda = -1$$

$$(ب) \lambda^2 + 3\lambda = 0$$

$$\lambda^2 + 3\lambda + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2 = \frac{9}{\lambda}$$

$$\left(\lambda + \frac{\mu}{\lambda}\right)^2 = \frac{9}{\lambda}$$

$$\lambda + \frac{\mu}{\lambda} = \pm \frac{\mu}{\lambda}$$

$$\lambda = 0 \quad \lambda = -\mu$$

۲. کدام یک از معادله های زیر حتماً یک جواب دارند؟ جواب بنویسید.

$$\lambda = \frac{1}{\lambda} + \sqrt{33}$$

$$(الف) \lambda^2 - 7\lambda + 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 4(4) = 49 - 16 = 33 > 0$$

ب) $x^2 - 6x + 9 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4(9) = 0$ یک ریشه (Single Root) دارد.
 $x = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$

۳. با استفاده از فرمول کلی جواب های معادلات درجه دوم معادلات زیر را حل کنید.

الف) $x^2 - 3x + 2 = 0$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = 1$

ب) $7x^2 - 11x + 1 = 0$ $x = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 28}}{14} = \frac{11 \pm 9}{14} \Rightarrow x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{1}{7}$

۴. اگر یکی از جواب های معادله $Kx^2 - ax + P_0 = 0$ برابر $L = F$ باشد، جواب دیگر این

$$x_{1,2} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4KP_0}}{2K}$$

معادله چیست؟

$$x_1 = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4KP_0}}{2K} = F \quad a - \sqrt{a^2 - 4KP_0} = 2KF$$

$$F(17) - a(-F) + P_0 = 0 \quad F(17) - a(-F) + P_0 = 17F + Fa + P_0 = 0$$

$$-17F = Fa \quad a = -17 \quad F(17) - a(-F) + P_0 = F(17) + 17F + P_0 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 17^2 - 4 \times F \times P_0 = 17^2 > 0$$

معادله دو جواب متمایز دارد.

$$x_1 = \frac{-17 + \sqrt{17^2}}{2K} = \frac{-17 + 17}{2K} = \frac{-16}{2K} = \left(\frac{8}{K} \right) \quad x_2 = \frac{-17P_0}{2K} = -F$$

$$(a-b)^r = a^r - (a^{r-1}b + a^{r-2}b^2 + \dots + b^r)$$

$$B = -1 \quad \text{L} \quad B = e \quad B_1 + B_2 = 1 \quad \mu^1$$

$$B = -1 \rightarrow 1 - 1 + 1 = 1 \quad \text{, unndgl}$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{a+r} - \frac{1}{a+2r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{a+2r} - \frac{1}{a+3r} \right) \quad (rk)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a+r} + \frac{1}{a+r} + \frac{1}{a+r} + \frac{1}{a+r} + \frac{1}{a+r} + \frac{1}{a+r} + \dots + \frac{1}{a+(n-1)r} + \frac{1}{a+(n-1)r} + \frac{1}{a+(n-1)r} \right)$$

$$= \frac{1}{r} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+1.1} \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{-a+a+1.1}{a^r+1.1a} \right) = \frac{1.1}{a^r+1.1a}$$

$$r_0 = x^0 + r x^1 + m x^2 + n x^3 + p$$

$$K'(x+r)(x-r)(x+1) + r$$

rr

$$x=1 \rightarrow K'(r)(-r)(r) + r = r_0 \quad -1rK' = 11 \rightarrow K' = -\frac{r}{r}$$

Equation

$$P(x) = -\frac{r}{r} (x+r)(x-r)(x+1) + r$$

$$P(1) = -\frac{r}{r} \times r \times (-r)(1) + r = 11$$

$$\lambda^r + r\lambda - \frac{r}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^r} - r = 0$$

$$\underbrace{\left(\lambda^r + \frac{1}{\lambda^r}\right)}_{A^r} + r \underbrace{\left(\lambda - \frac{1}{\lambda}\right)}_A - r = 0 \Rightarrow A^r + r + rA - r = 0$$

$$A^r + r$$

$$A(A+r) = 0$$

$$\left(\lambda - \frac{1}{\lambda}\right) = \lambda + \frac{1}{\lambda^r} - r = A^r$$

$$\text{I) } A=0 \rightarrow \lambda - \frac{1}{\lambda} = 0 \rightarrow \lambda^r - 1 = 0 \rightarrow \lambda = 1 \rightarrow \lambda = \pm 1$$

$$\lambda^r + \frac{1}{\lambda^r} = A^r + r$$

$$\text{II) } A=-r \rightarrow \lambda - \frac{1}{\lambda} = -r \rightarrow \lambda^r + r\lambda - 1 = 0$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{-r \pm \sqrt{\Delta}}{r} = \frac{-r \pm r\sqrt{r}}{r} = -1 \pm \sqrt{r}$$

$$\lambda(\lambda+1)(\lambda+r)(\lambda+r) - 1r_0 = 0$$

$$\underbrace{(\lambda^r + r\lambda)}_A \underbrace{(\lambda^r + r\lambda + r)}_A - 1r_0 = 0$$

$$A(A+r) - 1r_0 = 0 \rightarrow A^r + rA - 1r_0 = 0$$

$$(A-1_0)(A+1r) = 0$$

$$A=1_0 \rightarrow \lambda^r + r\lambda - 1_0 = 0 \rightarrow (\lambda=0)(\lambda-r) = 0 \quad \lambda = -0, \lambda = r$$

$$A=-1r \rightarrow \lambda^r + r\lambda + 1r = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4r < 0$$

$$\lambda^4 - \mu^2 \lambda^2 + K \lambda - \mu^2 \lambda + 1 = 0$$

பெரிய கிணறுகள்

• H_2O is a polar molecule

$$-\lambda^2 - \mu^2 \lambda + K - \frac{\mu^2}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^2} = 0$$

$$\left(-\lambda + \frac{1}{\lambda} \right) - 10 \left(-\lambda + \frac{1}{\lambda} \right) + F = 0$$

$$A^T - \gamma - \mu A + F = 0$$

$$A^T - \lambda A + I = 0$$

2-2

$$(A_{-1})(A_{-1})^{\dagger} = 0.$$

$$A=1 \rightarrow \lambda + \frac{1}{\lambda} = 1 \rightarrow \lambda^2 + 1 = \lambda$$

$$\rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow \Delta < 0$$

1-2
2nd Army

$$A=r \rightarrow \lambda + \frac{1}{\lambda} = r \rightarrow \lambda^2 - r\lambda + 1 = 0 \rightarrow (\lambda - 1) = 0 \quad \lambda = 1$$

$$\lambda^2 - \mu\lambda + \gamma = 0 \rightarrow A^T - \mu A + \gamma = 0 \rightarrow (A - I)(A - \gamma) = 0$$

$$\lambda = A$$

$$A=1 \rightarrow \gamma=1 \rightarrow \gamma=1$$

$$A = \mathbb{P} \rightarrow \overset{\mu}{A} = \mathbb{P} \rightarrow \overset{\mu}{A} = \sqrt{\mathbb{P}}$$

روابط بین ریشه‌های معادله درجه دوم

اگر معادله درجه دوم $0 = ax^2 + bx + c$ (در ریشه‌های مجموع S و حاصلضرب P ریشه‌ها را

$$x_1 \text{ و } x_2 \text{ فرض می‌کنیم و داریم} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

در این صورت مجموع ریشه‌ها S و ضرب آن‌ها P با مقادیر a ، b و c رابطه زیر را

دارند:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a} \quad x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$P = x_1 x_2 = \frac{(-b + \sqrt{\Delta})(-b - \sqrt{\Delta})}{(2a)^2} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 - x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{\Delta} + b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \quad |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$$

$$x_2 = \frac{-b}{a} - \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - \frac{c}{a}} = \frac{-b}{a} - \sqrt{\frac{b^2 - ac}{a^2}} = \frac{-b}{a} - \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

در این مرحله، ما دو جواب برای x_1 و x_2 داریم که در زیر هم نوشته شده است.

$$x_1 = \frac{-b}{a} + \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - \frac{c}{a}} = \frac{-b}{a} + \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

پس جوابها:

$$a) \quad x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -\frac{b}{a}$$

$$b) \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{c}{a}$$

$$c) \quad |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$$

$$d) \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{a} \times \frac{a}{c} = \frac{-b}{c} = -\frac{b}{c}$$

$$e) \quad x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$

$$f) \quad x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$

$$\frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$

$$2) \quad x_1^p + x_2^p = (x_1 + x_2)^p - p x_1 x_2 (x_1 + x_2) = S^p - p p S$$

$$\left(\frac{-b}{a}\right)^p - p \times \frac{-b}{a} \times \frac{c}{a} = \frac{-b^p}{a^p} + \frac{pbc}{a^p} = \frac{pV}{\Lambda} + \frac{q}{K} = \frac{pV + q\Lambda}{\Lambda}$$

$$3) \quad (1-x_1)(1-x_2) = 1 - x_2 - x_1 + x_1 x_2 = 1 - (x_1 + x_2) + x_1 x_2$$

$$1 - S + p = 1 - \frac{-b}{a} + \frac{c}{a} = 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = 1 + \frac{-p}{p} + \frac{-1}{p} = 1 - p = -1$$

و اما $x_1^p - p x_1 - 1 = 0$ معادله درجه دوم x_1 و x_2 ریشه های معادله درجه دوم $x^p - p x - 1 = 0$ است

هر عبارت زیر را به دست آورید؟

$$4) \quad (x_1^p + p x_2) + (x_2^p + p x_1) = 10 + 10 = 2000$$

$$x_1 \rightarrow x_1^p - p x_1 - 1 = 0 \rightarrow x_1^p = p x_1 + 1$$

$$(x_1^p + p x_2) = (p x_1 + 1 + p x_2) = (9 + 1) = 10 = 1000$$

$$\left(\frac{p(x_1 + x_2)}{p} + 1 \right)^p$$

$$c \left(x_1 - \frac{x_1}{\mu} \right) + \left(x_F - \frac{x_F}{\mu} \right) = ?$$

$$x_1 \rightarrow x_1^r - \mu x_1 = 1 \rightarrow \frac{x_1^r}{\mu} - x_1 = \frac{1}{\mu} \rightarrow x_1 - \frac{x_1^r}{\mu} = -\frac{1}{\mu}$$

$$\left(-\frac{1}{\mu}\right)^K + \left(-\frac{1}{\mu}\right)^K = \frac{1}{11} + \frac{1}{11} = \frac{2}{11}$$

$$m^r + (m-1)r + r m^r = 0 \quad \text{--- 0 ---}$$

الف) دوریتہ عربیہ دینیہ لائبریری

$$S = x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1$$

(ب) دور رسد مکاریس داسه باقیه .

$$p = \pi_1, \pi_2 = 1 \Rightarrow \frac{C}{0} = 1 \quad C = a \quad m = k m - k^2 \quad m = k^2$$

$\frac{-14}{8} = \frac{-7}{4}$

$$m^p + (m-1)x + 1m - 1^p = 0$$

$$\frac{\omega \times 1}{1} + \frac{\mu \times 1}{1} + \frac{10}{1} - \frac{PF}{1} = 0$$

$$\Rightarrow \omega \times 1 - \mu \times 1 - 1F = 0$$

$$F_m + F_m - r + F_m - W = 0$$

$$\Lambda m - \Delta = 0 \quad m = \frac{\Delta}{\Lambda}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(-1)(2) = 17 \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{17} = 1\sqrt{17}$$

$$\pi_1, \pi_2 = \frac{\mu \pm 1V}{10} = \begin{cases} \pi_1 = \frac{\mu + 1V}{10} = \mu \\ \pi_2 = \frac{\mu - 1V}{10} = -1, F \end{cases}$$

$\cdot \text{ant } x_0^1, p(x), x_0^2 + Fx + m - F(x) \text{ ist ein Polynom}$

$$\begin{cases} \pi_1 = \pi r - \mu \\ \pi r + \pi r = -F \end{cases} \rightarrow \pi r - \mu + \pi r = -F \Rightarrow r \pi r = -1$$

$$x_F = \frac{-1}{1} \rightarrow \text{solution } \frac{1}{k} + F\left(-\frac{1}{k}\right) + m - F = 0 \quad m = F - \frac{1}{k} - \frac{1}{F}$$

$$x^r + (m-1)x + m - p = 0 \quad \text{این معادله را با ضرایب 0 و 0 و 0} \quad \text{این معادله}$$

$$px_1 - xp = p \quad \text{این معادله را با ضرایب 0 و 0 و 0}$$

$$x_1 + xp = \frac{1-m}{1} \quad px_1 = p + 1 - m$$

$$px_1 = p - m \Rightarrow x_1 = \frac{p-m}{p}$$

$$\left(\frac{p-m}{p}\right)^r + (m-1)\left(\frac{p-m}{p}\right) + m - p = 0$$

$$\left(\frac{p+m^r - pm}{p} + \frac{-m^r + pm - p}{p} + m - p = 0\right) p$$

$$p + m^r - pm - m^r + pm - p + m - p = 0$$

$$-pm^r + pm - p = 0 \quad \Delta = \sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{p^2 - 4(-1)(-p)} = \sqrt{1} = 1$$

$$m, p = \frac{-1 \pm 1}{-p} \quad m_1 = 0 \quad m_2 = 1/p$$

۲. ضرب در ۵

۱. اگر مجموع ضرایب ضرایب λ و μ برابر با ۱ باشد، و ضرایب λ و μ برابر با $\frac{c}{a}$ باشد

$$a+b+c=0 \rightarrow \lambda_1=1 \text{ و } \lambda_2=\frac{c}{a}$$

$$1 \cdot \lambda_1 \lambda_2 = \frac{c}{a}$$

۳. ضرب در ۲

$$a+c=b \Rightarrow a-b+c=0 \quad \lambda_1=-1 \quad \lambda_2=\frac{-c}{a}$$

$$a) \quad \lambda^2 \sqrt{\mu} - F\lambda + F - \lambda \sqrt{\mu} = 0$$

$$a+b+c = \lambda \sqrt{\mu} - \lambda \sqrt{\mu} - F + F = 0 \quad \lambda_1 \quad \lambda_2 = \frac{c}{a}$$

$$b) \quad \lambda^2 - 139\mu - 139\lambda = 0$$

$$c) \quad 14\lambda^2 + 19\lambda + \lambda = 0$$

$$\Rightarrow r \sin^r \alpha A^r + (r \cos^r \alpha + 1) A - r = 0$$

معادله درجه دوم

* معادله درجه دوم مربع کامل حل شد

$$1) 2x^2 - 2x - 12 = 0 \quad 2x^2 - 2x = 12 \quad x - \frac{2x}{2} = 6 \quad x - \frac{2x}{2} + \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 6 + \frac{4}{4}$$

$$x - \frac{2x}{2} + \left(\frac{2}{2}\right)^2 = \frac{12 + 4}{4} \quad \left(x - \frac{2}{2}\right)^2 = \frac{16}{4} \quad x - \frac{2}{2} = \pm \frac{4}{2}$$

$$x_1 - \frac{2}{2} = \frac{4}{2} \quad x_1 = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad x_2 - \frac{2}{2} = -\frac{4}{2} \quad x_2 = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$2) 1x^2 - 5x - 2 = 0 \quad 1x^2 - 5x = 2 \quad x - \frac{5x}{1} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{2}{1} + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{4 + 25}{4} \Rightarrow x - \frac{5}{2} = \pm \frac{\sqrt{29}}{2}$$

$$x_1 = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{29}}{2} = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \quad x_2 = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{29}}{2} = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$$

$$3) 3x^2 - 2x - 2 = 0 \quad 3x^2 - 2x = 2 \quad x - \frac{2x}{3} + \left(\frac{2}{9}\right)^2 = \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{9}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{2}{9}\right)^2 = \frac{6 + 4}{27} \quad x - \frac{2}{9} = \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$x_1 = \frac{2}{9} + \frac{\sqrt{10}}{3} = \frac{2 + 3\sqrt{10}}{9} \quad x_2 = \frac{2}{9} - \frac{\sqrt{10}}{3} = \frac{2 - 3\sqrt{10}}{9}$$

* معادلات زیر را به روش دلخواه حل کنید.

$$F \cdot (3x-1)^2 - (2x+F)^2 = 0 = (3x-1+2x+F)(3x-1-2x-F)$$

$$(\omega x + 3)(x - \omega) = 0 \quad \omega x = -3 \quad x = \frac{-3}{\omega} \quad x = \omega$$

$$\omega) \quad \frac{7}{x+y} + \frac{3x-1}{F x + y} = 1$$

$$2Fx + Fy + 3x^2 - x + F(x-y) = 1$$

$$3x^2 + FFx + 3\omega = 1$$

$$Fx^2 + yx + Fx - x + Fy$$

$$Fx^2 + 3\omega x + Fy$$

$$\frac{3x^2}{9x} + \frac{FFx}{x} + \frac{3\omega}{1F} = \frac{Fx^2}{x} + \frac{3\omega x}{x} + \frac{Fy}{1F}$$

$$\frac{x^2}{x} - 9x + 1F = 0$$

$$(x-3)(x-9) = 0 \quad x=3 \quad x=9$$

$$4) \frac{x-a}{x-b} + r = a \quad t\left(t + \frac{1}{t} + r = 0\right) \quad t^r + 1 + rt = 0$$

$$\frac{x-b}{(t+1)^r} = a \Rightarrow t+1 = a \quad t = -1 \quad \frac{x-a}{x-b} = -1 \quad x-a = -x+b$$

$$rx = a+b \quad x = \frac{a+b}{r}$$

$$r) \frac{rx+a}{b} + \frac{b-x}{a} = \frac{rax+(a-b)^r}{ab}$$

$$rax+a^r + b^r - bx = rax+a^r+b^r-rab \quad rax-bx = rax-rab$$

$$-ax-bx = -rab \quad -x(a+b) = -rab \quad x = \frac{rab}{a+b}$$

$$1) \sqrt{r}x^r - r\sqrt{r}x + \sqrt{r} = 0 \quad x^r - \sqrt{r}x + 1 = 0$$

$$x_1, x_2 = \frac{+\sqrt{r} \pm \sqrt{4-r}}{r}$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{r} + \sqrt{r}}{r}$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{r} - \sqrt{r}}{r}$$

$$9) (x-r)^r + r(x-r)^r - r = 0$$

$$r(x-r)^r = r \Rightarrow (x-r)^r = 1$$

$$x-r = 1$$

$$x = r$$

$$x = \pm r$$

$$x-r = \pm 1$$

$$x-r = -1$$

$$x = r$$

$$x = \pm \sqrt{r}$$

$$\text{Eigenvalue} \Rightarrow (\lambda - 1)(\lambda + 13\lambda V) = 0 \quad \lambda = 1 \quad \lambda = -13\lambda V \quad (11)$$

مطالب زیر را حل کنید

$$10) \lambda^F - \omega \lambda^F + F\lambda = 0 \quad \lambda^F - 13V\lambda^F + 17 = 0 \quad (\lambda - 17)(\lambda - 1) = 0$$

$$\lambda^F = 17 \quad \lambda = \pm F \quad \lambda^F = 1 \quad \lambda = \pm 1$$

$$11) \lambda^F + 13\lambda^F \lambda - 13\lambda V = 0 \quad a + b + c = 1 + 13\lambda V - 13\lambda V = 0$$

$$\lambda = 1 \quad \lambda = \frac{c}{a} = \frac{-13\lambda V}{1} = -13\lambda V$$

$$12) \lambda^F - \omega \lambda^F - \omega F = 0 \quad a - b + c = F - \omega F - \omega F = 0$$

$$\lambda = -1 \quad \lambda = \frac{c}{a} = \frac{\omega F}{F} = \omega$$

$$13) \lambda^F - \omega \lambda^F = \frac{1}{\lambda^F - \omega \lambda^F} = \frac{F\lambda}{V} \quad t \left(t - \frac{1}{t} = \frac{F\lambda}{V} \right) \quad t^F - 1 = \frac{F\lambda}{V} t = 0$$

$$V t^F - V - F\lambda t = 0 \quad t_1, t_2 = \frac{+F\lambda \pm \sqrt{F^2 \omega^2 - F(V)(V)}}{1F}$$

$$t_1 = \frac{F\lambda + \omega_0}{1F} = \frac{F\lambda}{1F} = V \quad t_2 = \frac{F\lambda - \omega_0}{1F} = \frac{-F}{1F} = -1$$

$$\lambda = \pm V, -1, \frac{F \pm \sqrt{13V^2}}{1F}$$

$$1f) (x^r - px + F) - (x-r)(x-1) - 1F = 0$$

$$\left(\frac{t}{(x-r)(x-1) + r} \right)^r - \left(\frac{t}{(x-r)(x-1)} \right) - 1F = 0 \quad t^r + F + Ft - t - 1F = 0$$

$$t^r + pt - 10 = 0 \quad (t-r)(t+\infty) = 0 \quad t=r \quad t=-\infty$$

$$(x-r)(x-1) = r \quad x^r - px + r = r \quad x^r - px = x(x-r) = 0 \quad x=0 \rightarrow$$

$$(x-r)(x-1) = -\infty \quad x^r - px + r = 0 \quad \Delta = b^r - 4ac = 9 - 4(r) = 9 - 4r$$

$$1a) r \left(x + \frac{1}{x^r} \right) - p \left(1 + \frac{1}{x} \right) = 0 \quad x \left(rx + \frac{r}{x^r} + p - \frac{p}{x} = 0 \right)$$

$$rx^r + r - px^r - px = rx^r - px^r - px + r = 0$$

$$r(x^r + 1) - px(x+1) = r(x+1)(x^r - x+1) - px(x+1) = 0$$

$$(x+1)(rx^r - rx + r - px) = 0 \quad x+1=0 \quad x=-1$$

$$rx^r - \infty x + r = 0 \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{b^r - 4ac} = \sqrt{r\infty - 4(r)(r)} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1,2} = \frac{\infty \pm 3}{r}$$

$$\begin{matrix} \nearrow r \\ \rightarrow r \end{matrix}$$

$$17) \quad r(\overbrace{\lambda+1}^{t \cdot q}) - 1K_0 = 1K_0(\overbrace{\lambda+1}^t) + \Lambda$$

$$rt^r - 1K_0 = 1K_0 t + \Lambda$$

$$rt^r - 1K_0 t - 1K_0 \Lambda = 0$$

$$t^r - 9K_0 t - 9K_0 = 0$$

$$a-b+c = 1 + 9K_0 - 9K_0 = 0$$

$$\lambda = -1$$

$$\lambda = \frac{-C}{a} = \frac{-7K_0}{1} = -7K_0$$

$$18) \quad (\lambda + \mu)^F - 1K_0(\overbrace{\lambda + \mu}^t) + \mu q = 0$$

$$t^r - 1K_0 t + \mu q = 0$$

$$(t-F)(t-q) = 0 \quad t=F \quad t=q$$

$$\lambda + \mu = -F$$

$$\lambda = -\mu - F = -\omega$$

$$(\lambda + \mu)^F = F$$

$$\lambda + \mu = \pm F$$

$$\lambda + \mu = F$$

$$\lambda = F - \mu = -1$$

$$\lambda + \mu = \mu$$

$$\lambda = \mu - \mu = 0$$

$$(\lambda + \mu)^F = q$$

$$\lambda + \mu = \pm \mu$$

$$\lambda + \mu = -\mu$$

$$\lambda = -\mu - \mu = -q$$

$$\lambda + 1$$

$$19) \quad \underbrace{\lambda}_{A} \left(\lambda + \frac{1}{\lambda} \right) - r \left(\underbrace{\lambda + \frac{1}{\lambda}}_{A^r + 1} \right) = q$$

$$\lambda A - rA^r + F = q$$

$$-rA^r + \lambda A - \omega = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = F^2 - F(-\omega)(-r) = q$$

$$A_1 = \frac{\mu - r}{-F} = \frac{-F}{-F} = 1$$

$$\lambda + 1 = \lambda = 0 \quad \text{3. Wurzel}$$

$$A_2 = \frac{-r \pm \mu}{-F}$$

$$A_2 = \frac{-1 \pm \omega}{-F} = \frac{\omega}{r}$$

$$\lambda + 1 = \frac{\omega}{r} \quad \lambda = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = r \\ \lambda_2 = \frac{1}{r} \end{array} \right.$$

$$x_1 + 7x_2 + 7x_3 = \frac{-b}{a} = 7 \Rightarrow 0$$

$$\frac{-A_1 - A_2}{\mu} = \frac{C}{a} = \frac{-11.7}{1.5} < 0$$

19) $(x+1) - (x-1) = 7^x$

$$-\cancel{\lambda}^{\mu} + 1 + \cancel{\mu}^{\lambda} + \cancel{\mu}^{\lambda} - \cancel{\lambda}^{\mu} + \lambda + \cancel{\lambda}^{\mu} - 1 + \lambda =$$

$$9x^2 - 9x + 9 = 7x$$

$$q(x - x + 1) = q \cdot x \cdot y$$

$$n - n - 9 = 0$$

$$(x - r)(x + r) = 0$$

$$N = 4$$

$$-A = -1$$

مثلاً حل معادلات زیر و در صورت علامت ریشه (S) آن ها کتب نموده :

$$\frac{c}{a} = \frac{\lambda}{\lambda} = 1 \quad \text{Wavelength}$$

10) $x - 5x + 1 = 0$

$$\Delta = b^r - FAC = P_G - F(\lambda) = F$$

Case Study

$$I_1 = \frac{C}{\Delta} = \frac{-149}{14} = -10.64 \text{ A}$$

$$P1) \quad y'' - 4y' + 15y = 0$$

$$\lambda^2 - \gamma\lambda - 1\lambda = 0$$

$$\Delta = b^+ - \text{FAC} = 19 - 11 = 8$$

1. Cellulose (50%)

1958 (Kilb) - 1960 (Kilb) - 1961 (Kilb)

$$\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \right) \frac{C}{\alpha} = \frac{-K_B}{\gamma} < 0$$

$$Y(Y) \quad Y \cdot X' + \omega \wedge X = F \omega$$

$$V_{\gamma}^P + \omega \wedge \gamma - F\omega = 0$$

توسعه‌ی معابر و راه‌های مواصلاتی

$$\Delta = b^P - F a c = P^P \gamma F - F(-F_0)(V) = P^P \gamma F + P \gamma_0 = F \gamma P F$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{F T F} = GA$$

• Limit your sales and marketing messages

$$\frac{c}{a} \begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \text{ (مثبت)} \\ -\frac{b}{a} < 0 \text{ (منفی)} \end{cases}$$

$$\frac{c}{a} > 0 \begin{cases} -\frac{b}{a} < 0 \text{ (منفی)} \\ -\frac{b}{a} > 0 \text{ (مثبت)} \end{cases}$$

$$\Delta > 0 \quad \mu\lambda - 10\lambda + m + 1 = 0 \quad \text{در } \lambda = 0 \text{ و } \lambda = m \text{ ریشه ها}$$

$$\Delta > 0 \quad b^2 - 4ac > 0 \quad \text{الف) دو ریشه متمایز داشته باشد}$$

$$100 - F(\mu)(m+1) > 0 \quad 100 - 12m - 12 > 0 \quad 11 - 12m > 0$$

$$-12m > -11 \quad -m > \frac{-11}{-12} \quad m < \frac{11}{12} \quad \Rightarrow m < \frac{12}{12}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 > 0 \quad \lambda_1 \times \lambda_2 > 0 \quad \text{ب) هر دو ریشه مثبت داشته باشد}$$

$$\Delta > 0 \quad 11 - 12m > 0 \quad m < \frac{12}{12} \quad -1 < m < \frac{12}{12}$$

$$\frac{c}{a} > 0 \quad m+1 > 0 \quad m > -1$$

$$-\frac{b}{a} < 0 \quad -\mu < 0$$

$$-b \pm \sqrt{\Delta} = 0 \quad -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} = 0$$

$$\text{ج) یکی از ریشه ها صفر باشد}$$

$$+10 - \sqrt{100 - F(\mu)(m+1)} = 0 \quad \sqrt{100 - 12(m+1)} = \sqrt{100}$$

$$-12(m+1) = 0 \quad m+1 = 0 \quad m = -1 \quad C=0 \Rightarrow m+1=0 \Rightarrow m = -1$$

$$p = \lambda_1 \times \lambda_2 = 1 \Rightarrow \frac{c}{a} = 1 \quad c = a \quad \text{درجه ها یکسان باشد}$$

$$p = m+1 \quad m = r-1 = r$$

درجه ها یکسان باشد

$$\frac{c}{a} < 0 \quad \text{در این صورت } c, a \text{ علامت های مخالف دارند و در } (0, \infty) \text{ یکبار است}$$

این درجه ها علامت های مخالف دارند و در $(-\infty, 0)$ یکبار است

$$\frac{c}{a} < 0 \quad \frac{m+1}{r} < 0 \quad m+1 < 0 \quad m < -1$$

$$\Delta < 0 \quad b^2 - 4ac < 0 \quad 100 - 4(r)(m+1) < 0 \quad \text{درجه ها یکسان باشد}$$

$$100 - 4rm - 4r < 0 \quad 11 - 4rm < 0 \quad -4rm < -11 \quad m > \frac{11}{-4r}$$

$$(-1)^r - (m+1)(-1) + m^r = 0 \quad m \text{ چه درجه ها باشد یک درجه باشد}$$

$$(-1)^r - (m+1)(-1) + m^r = 0 \quad \text{درجه ها یکسان باشد}$$

$$1 + m + 1 + m^r = m^r + m + r = 0 \quad m + r = -1 \pm \sqrt{1 - 4(r)}$$

m جواب صحیح ندارد

✓ ۹ ۵
 $(m+1)\lambda^2 - Fm\lambda + m - \omega = 0$ (مقادیر λ و ω را در λ و ω قرار دهیم)

$(m+1)F - F(F)m + m - \omega = 0$ (در $\lambda = F$ قرار دهیم)

$Fm + F - Fm + m - \omega = 0$ $m=1$ $F - F - F = 0$

$\lambda - \lambda - F = 0$ $\lambda = F$ $\lambda = \frac{1 \pm \sqrt{1-F(F)}}{F} = \frac{1 \pm \sqrt{1-F^2}}{F}$ $\frac{1+\sqrt{1-F^2}}{F} = F$ $\frac{1-\sqrt{1-F^2}}{F} = -F$

* m را در $\lambda = F$ قرار دهیم (مقادیر λ و ω را در λ و ω قرار دهیم)

$(Fm+1)\lambda^2 - Fm\lambda + m - \omega = 0$

$b - Fm = 0$ $(-Fm) - F(Fm+1)(m - \omega) = 17m^2 - F(Fm^2 - 11m - \omega)$

$= 17m^2 - 17m^2 + FFm + 1F = 0$ $FFm = -1F$ $m = \frac{-1F}{FF} = \frac{-1}{F}$

$b - Fm > 0$ $FFm + 1F > 0$ $FFm > -1F$ $m > \frac{-1}{F}$

و $m > \frac{-1}{F}$

$$t(r) (m-r) x^r - r(rm+1) x + 9m-r = 0$$

$$9m^r - rm - r^2 m, 1$$

$$b^r - Fac = 0 \quad F(9m^r + 9m + 1) - F(m-r)(9m-r)$$

$$\Delta = \cancel{r^2 9m^r} + r^2 Fm + F - \cancel{r^2 9m^r} + 119m - rF = 0$$

$$\Delta = 1F_0 m - F_0 = 0 \quad 1F_0 m = F_0 \quad m = \frac{F_0}{1F_0} = \frac{1}{r}$$

$$\Delta > 0 \quad 1F_0 m - F_0 > 0 \quad 1F_0 m > F_0 \quad m > \frac{1}{r}$$

$$\text{دستور اول} \quad m \geq \frac{1}{r}$$

مجموعه اول (درای) مقادیری از m هر مقداری زیر $\frac{1}{r}$ (درای) مقادیر اول

$$\Delta = 0 \quad b^r - Fac = 0 \quad b^r = Fac \quad \text{مجموعه دوم (درای) مقادیر اول}$$

$$F(r) \quad \overbrace{(m+r)}^1 x^r + r \overbrace{(rm+1)}^F x + (m+r) = 0 \quad 9m^r - m^r - 9 = 1$$

$$1m^r = 1$$

$$F(9m^r + 9m + 1) = F(m^r + 9m + 9)$$

$$m^r = +1$$

$$m=1 \quad x, r = \frac{-b}{F_0} = \frac{-1}{r} = -F$$

$$m=-1 \Rightarrow x, r = \frac{F}{F}$$

$$b^r = Fac$$

$$r9) x^r - (rm + r^u) x + m^r = 0$$

$$Fm^r + 9 + 17m = F(m^r) \quad 9 + 17m = 0 \quad 17m = -9 \quad m = \frac{-9}{17}$$

$$x_1 = x_r = \frac{-b}{a} = \frac{rm + r^u}{r} = \frac{-9 + 17}{17} = \frac{8}{17} \times \frac{1}{1} = \frac{8}{17}$$

$$(m + F)x^r + (-rm + F)x + m - F = 0 \quad \text{Substituting } m = \frac{-9}{17} \text{ into the equation}$$

$$\frac{c}{a} < 0 \quad \frac{m - F}{m + F} < 0 \quad m - F < 0 \quad m < F$$

الف) دو ریشه‌ها در یک سمت هستند.

$$Fm^r + 17 - 17m - F(m^r - 17) > 0 \quad Fm^r - 17m + 17 - Fm^r + 17F > 0$$

$$-17m + 17 > 0 \quad -17m > -17 \quad m < \frac{-17}{-17} \quad m < 1$$

$$x_1 + x_r = 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 0 \quad b = 0$$

ب) دو ریشه‌ها در یک سمت هستند.

$$-rm + F = 0 \quad rm = F \Rightarrow m = \frac{F}{r} = 1$$

$$\pi_1 \times \pi_2 = \frac{C}{a} = 1 \Rightarrow C = a$$

در صورتی که C برابر با a باشد

$$m + F = m - F$$

جواب ندرست

$$\pi_1 \pi_2 = \frac{C}{a} = 0 \Rightarrow C = 0$$

در این حالت، C برابر با 0 است، درست است؟

$$m - F = 0 \Rightarrow m = F$$

$$\Delta \pi^2 - F \pi = 0 \quad F \pi (2\pi - 1) = 0$$

$$\pi = 0 \quad 2\pi - 1 = 0 \Rightarrow 2\pi = 1 \Rightarrow \pi = \frac{1}{2}$$

در هر مورد، قیمت P و جیب S دو عدد 0 و 1 هستند.

$$\pi^2 + \pi_0 \pi + \pi_1 = 0 \quad \pi_1 = -1^y \quad \pi_2 = -1^y$$

$$S = -\pi_0 \quad P = \pi_1 \times \pi_2 = \pi_1$$

نکته:

$$P = \pi_1 \quad S = \pi_1 + \pi_2 = -\pi_0 \Rightarrow \pi_1 = -\pi_0 - \pi_2$$

$$(-\pi_0 - \pi_2) \pi_2 = -\pi_0 \pi_2 - \pi_2^2 = \pi_1^2 = \pi_1$$

$$\pi_2^2 + \pi_0 \pi_2 + \pi_1 = 0$$

$$\pi_2 = \frac{-\pi_0 \pm \sqrt{\pi_0^2 - 4\pi_1}}{2} \quad \pi_{2,1} = \frac{-\pi_0}{2}$$

$$(\pi_2)_1 = -1^y \Rightarrow (\pi_1)_1 = -1^y$$

$$(\pi_2)_2 = -1^y \Rightarrow (\pi_1)_2 = -1^y$$

$$x^2 - 5x + p = 0 \quad x^2 - 179x + 9341 = 0 \quad x_1 = \frac{179 \pm \sqrt{179^2 - 4 \cdot 9341}}{2} = \frac{179 \pm 114}{2}$$

$$b) \quad S = 179 \quad S = x_1 + x_2 = 179 \Rightarrow x_1 = 179 - x_2$$

$$p = 9341 \quad p = x_1 \cdot x_2 = (179 - x_2) \cdot x_2 = 179x_2 - x_2^2 = 9341$$

$$x_2^2 - 179x_2 + 9341 = 0 \quad (x_2)_1 = \frac{179 \pm \sqrt{179^2 - 4 \cdot 9341}}{2}$$

$$(x_2)_1 = \frac{179 + 114}{2} = 146.5 \quad (x_1)_1 = 179 - 146.5 = 32.5$$

$$(x_2)_2 = \frac{179 - 114}{2} = 32.5 \quad (x_1)_2 = 179 - 32.5 = 146.5$$

• $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{S}{p} = \frac{179}{9341}$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{1} = 1 \quad -1b = 1a \quad b = -1a$$

$$p = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -1 \quad C = -a$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{1}{a} \pm \sqrt{\frac{1}{a^2} - 4 \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{\frac{1}{a} \pm \sqrt{\frac{1}{a^2} + 4}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{\frac{1}{a}}{-2} = -\frac{1}{2a} \quad x_2 = \frac{-\frac{1}{a}}{-2} = \frac{1}{2a}$$

$$(x-a)(x-b) = x^2 - x(a+b) + ab = x^2 - Sx + P = 0$$

$$ax^r + bx + c = 0 \quad ax^r + \frac{ra}{-r}x - a = 0$$

$$r(x^r + \frac{-r}{r}x - 1 = 0) \quad rx^r - rx - r = 0$$

$$\mu\mu) \quad \mu_+ \sqrt{r}, \mu_- \sqrt{r}$$

$$S = x_1 + x_r = \frac{-b}{a} = \mu_+ \sqrt{r} + \mu_- \sqrt{r} = 7 \Rightarrow 7a = -b \quad b = -7a$$

$$P = x_1 \cdot x_r = \frac{c}{a} = 9 - r = 7 \Rightarrow c = 7a$$

$$ax^r + bx + c \Rightarrow ax^r - 7ax + 7a = 0 \Rightarrow x^r - 7x + 7 = 0$$

$$\mu F) \quad m + r, \frac{r(m-\omega)}{r} \quad x^r + \frac{r(m+1)}{r}x + \frac{r(m+m-1\omega)}{r} = 0$$

$$S = x_1 + x_r = \frac{b}{a} = \frac{r(m+1)}{r} + \frac{r(m-\omega)}{r} = \frac{r(m+1)}{r} - \frac{b}{a} \quad -b = F$$

$$P = x_1 \cdot x_r = \frac{c}{a} = \frac{r(m-\omega)m + r(m-1\omega)}{r} = \frac{r(m+m-1\omega)}{r} \quad rc = ram +$$

$$b = \frac{ram+a}{-r} \quad c = \frac{ram+am-1\omega a}{r} \quad ax^r + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow ax^r + \frac{ram+a}{-r}x + \frac{ram+am-1\omega a}{r} = 0$$

$$x^2 - pmx + p = 0$$

$$p_2) \quad m + \sqrt{m^2 - p} \quad , \quad m - \sqrt{m^2 - p}$$

$$S = x_1 + x_2 = m + \sqrt{m^2 - p} + m - \sqrt{m^2 - p} = 2m \quad \frac{-b}{a} = 2m \quad b = -2am$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = m^2 - \sqrt{(m^2 - p)^2} = m^2 - m^2 + p = p \quad \frac{c}{a} = p \quad c = pa$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ax^2 - 2amx + pa = 0 \Rightarrow x^2 - pmx + p = 0$$

$$p_2) \quad -1, 1389$$

$$x^2 - 1389x - 1387 = 0$$

$$\frac{-c}{a} = 1387 \Rightarrow -c = 1387a \Rightarrow c = -1387a$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 1389 \Rightarrow b = -1389a$$

$$ax^2 + bx + c = ax^2 - 1389ax - 1387a = 0 \Rightarrow x^2 - 1389x - 1387 = 0$$

۱-۵
 اگر x' و x'' ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - 4 = 0$ در صورتی که $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشد

عبارت‌های زیر را حساب کنید

$$الف) \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{x'' + x'}{x'x''} = \frac{(x' + x'') - 2x'x''}{(x'x'')^2} = \frac{S - 2P}{P^2}$$

$$= \frac{\left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2 \times \frac{c}{a}}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - 2 \times \frac{p}{r}} = \frac{\frac{9}{4} + 8}{\frac{9}{4} + 8} = \frac{17}{9}$$

$$= \frac{17}{9} = \frac{V}{P}$$

$$ب) \frac{1}{x'^{\mu}} + \frac{1}{x''^{\mu}} = \frac{x''^{\mu} + x'^{\mu}}{x'x''^{\mu}} = \frac{(x' + x'')^{\mu} - \mu(x' + x'')(x'x'')^{\mu-1}}{(x'x'')^{\mu}} =$$

$$\frac{S^{\mu} - \mu PS}{P^{\mu}} = \frac{\left(\frac{-b}{a}\right)^{\mu} - \mu \times \frac{-b}{a} \times \frac{c}{a}}{\left(\frac{c}{a}\right)^{\mu}} = \frac{\frac{17}{4} - \mu \times \frac{1}{4} \times \frac{-4}{4}}{\left(\frac{-1}{4}\right)^{\mu}}$$

$$= \frac{\frac{17}{4} + \frac{17}{4}}{\frac{-17}{4}} = \frac{17 + 1(17) \times 4}{-17} = \frac{34 \times 4}{-17} = -8$$

$$c) (x' - p)^2 + (x'' - q)^2 = x'^2 + q^2 - 2qx' + x''^2 + q^2 - 2qx'' = x'^2 + x''^2 + 11 - 9x' - 9x''$$

$$(x' + x'')^2 - 2x'x'' + 11 - 9(x' + x'') = S^2 - 2P + 11 - 9S$$

$$\frac{-b}{a} = \frac{-p}{a} + 11 - 9x \frac{-b}{a} = \frac{q}{f} - p \frac{-p}{f} + 11 - 9x \frac{p}{f}$$

$$= \frac{q}{f} + p + 11 - 9 = 11 + \frac{q}{f} = \frac{f + q}{f} = \frac{\Delta y}{f}$$

$$d) (px' - qx'')(px'' - qx') = f \hat{x}'' - 9x' - 9x'' + 9x'x'' =$$

$$-9(x' + x'')^2 + 11x'x'' = -9((x' + x'')^2 - 2x'x'') + 11x'x'' =$$

$$-9(x' + x'')^2 + 11x'x'' + 11x'x'' = -9(x' + x'')^2 + 22x'x'' =$$

$$= -9S^2 + 2\Delta p = -9x \frac{-b}{a} + 2\Delta \frac{c}{a} = 9x \frac{-p}{f} + 2\Delta x \frac{-p}{f}$$

$$= \frac{-11}{f} + \frac{-2\Delta}{f} = \frac{-9p}{f} = -f \gamma_{1\Delta}$$

$$a) \frac{x' + p}{x'' + 1} + \frac{x'' + p}{x' + 1} = \frac{x' + Fx' + p + x'' + Fx'' + p}{x'' + x' + x' + 1}$$

$$= \frac{(x' + x'') - px'x'' + F(x' + x'') + 7}{x'' + (x' + x'') + 1} = \frac{S - pP + FS + 9}{P + S + 1}$$

$$= \frac{\left(\frac{-b}{a}\right) - p \times \frac{c}{a} + F \times \frac{-b}{a} + 7}{\frac{b}{a} + \frac{-pc}{a} + \frac{-Fb}{a} + 7}$$

$$\frac{c}{a} + \frac{-b}{a} + 1$$

$$\frac{c}{a} - \frac{b}{a} + 1$$

$$\frac{9}{F} + \frac{9}{F} + \frac{1p}{F} + 9$$

$$\frac{9 + 1p + pF + pF}{F}$$

$$= \frac{\frac{-p}{F} + \frac{p}{F} + 1}{\frac{-p}{F} + \frac{p}{F} + 1} = \frac{79}{F}$$

$$\frac{-p}{F} + \frac{p}{F} + 1$$

$$\frac{-p + p + F}{F}$$

$$b) x' + x'' = (x' + x'') - px'x'' = \left(\left(\frac{-b}{a} - p \times \frac{c}{a} \right) - p \times \frac{c}{a} \right) - p \times \frac{c}{a}$$

$$(S - pP) - pP = \left(\left(\frac{-b}{a} - p \times \frac{c}{a} \right) - p \times \frac{c}{a} \right) - p \times \frac{c}{a}$$

$$\left(\frac{9 - p \times -p}{F} \right) - p \times \frac{-p}{F} = \left(\frac{9 + 1p}{F} \right) + p = \frac{FF + 1}{19} + p = \frac{FF + F}{17}$$

$$\text{نوع اول} \Rightarrow x^r + mx + m + r = 0 \quad \text{نوع دوم} \Rightarrow x^a + mx + m + r = 0 \quad \text{نوع سوم} \Rightarrow x^b + m - r = 0$$

$$(m-r)(m+r) = 0 \quad m = r \quad m = -r \quad \text{و نوع اول} \quad x^r + x^r = 1$$

$$x^r + r x^r - r x^r = (x^r + x^r) - r x^r = 1 \quad x - r p = 1$$

$$r x \frac{m+r}{1} = m^r - r m - r r = 1 \Rightarrow m^r - r m - r r = 0$$

$$\text{نوع اول} \Rightarrow m x^r - r(m-r)x + m - r = 0 \quad \text{نوع دوم} \Rightarrow x^a + mx + m + r = 0 \quad \text{نوع سوم} \Rightarrow x^b + m - r = 0$$

$$r(x^r + x^r) = r x^r \quad r s = r p \quad \text{و نوع اول}$$

$$\frac{r(m-r)}{m} = r x \frac{(m-r)}{m} \quad \Delta(m-r) = r(m-r)$$

$$m - r = r m - r r \quad m = -r$$

$$\text{نوع اول} \Rightarrow (m-1)x^r - r m x + m + 1 = 0 \quad \text{نوع دوم} \Rightarrow x^a + mx + m + r = 0 \quad \text{نوع سوم} \Rightarrow x^b + m - r = 0$$

$$\frac{1}{x^r} + \frac{1}{x^r} = \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{x'' + x'}{(x'x'')^2} = \frac{(x' + x'')^2 - x'x''}{(x'x'')^2} = \frac{S - P}{P^2} = \frac{\omega}{P}$$

$$\omega P^2 = FS - \Lambda P$$

$$\omega x \frac{(m+1)^2}{(m-1)^2} = Fx \frac{Fm^2}{(m-1)^2} - \Lambda x \frac{(m+1)(m-1)}{(m-1)(m-1)}$$

$$\omega(m^2 + 2m + 1) = 17m^2 - \Lambda(m^2 - 1)$$

$$\omega m^2 + 10m + \omega = 17m^2 - \Lambda m^2 + \Lambda$$

$$0 = 17m^2 - 10m + \Lambda$$

$$17m^2 - 10m + \Lambda = 0$$

$$\Delta = 100 - 4(17)(\Lambda) = 74$$

$$m_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{74}}{34}$$

$$m_1 = \frac{10 + \sqrt{74}}{34} = \frac{11}{34}$$

$$m_2 = \frac{10 - \sqrt{74}}{34}$$

حجم سربس زیر m (طوری) یعنی $\frac{1}{m}$ و سربسهای مادری (1) در اینجا (2)

$$F(1) \quad x' - \omega x + m = 0 \quad (1)$$

$$m = 6$$

$$17x' - 17x'' = 0$$

$$r\chi' - r\chi'' = 0$$

$$r\chi' - r\chi'' = 0$$

$$\omega\chi = 10 \Rightarrow \chi' = r$$

$$\chi' + \chi'' = \frac{\omega}{1} = \omega$$

$$r\chi' + r\chi'' = 10$$

$$9 = r\chi'' \Rightarrow \chi'' = \frac{9}{r}$$

$$\chi' \chi'' = m$$

$$m = r \times \frac{9}{r} = 9$$

$$m\chi' - r(m-1)\chi + m = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \chi' + r\chi'' = \frac{9}{r}$$

$$\chi' + r\chi'' = \frac{9}{r}$$

$$\chi'' = \frac{9}{r} + \frac{r - rm}{m} = \frac{9m - rm + r}{m} = \frac{m+r}{m}$$

$$\chi' + \chi'' = \frac{rm - r}{m}$$

$$\chi' = \frac{rm - r - m - r}{m} = \frac{m - r}{m}$$

$$\chi' \chi'' = \frac{m}{m} = 1$$

$$\frac{m-r}{m} \times \frac{m+r}{m} = \frac{m^2 - rm - rm + r}{m^2} = 1$$

$$m^2 - rm - rm + r = m^2 \Rightarrow m = -r$$

$$\Rightarrow (m-1)\chi' - rm\chi - \frac{9}{r}m + 1 = 0 \quad (1)$$

$$r\chi' + \frac{9}{r}\chi'' = \omega$$

$$(m-r)(m+r) = 0 \quad m = r \quad \text{or} \quad m = -r$$

$$52) \quad r\pi^r + r\pi^r + r\pi + r = 0 \quad r(\pi+1)(\pi^r - \pi + 1) + r\pi(\pi+1) = 0$$

$$(\pi+1)(r\pi^r - r\pi + r + r\pi) = (\pi+1)(r\pi^r + \omega\pi + r) = 0 \quad \pi = -1$$

$$r\pi^r + \omega\pi + r = 0 \quad \pi_1, \pi_2 = \frac{-\omega \pm \sqrt{\omega^2 - 4r}}{r} \quad \pi_1 = \frac{-\omega + \sqrt{\omega^2 - 4r}}{r} \quad \pi_2 = \frac{-\omega - \sqrt{\omega^2 - 4r}}{r}$$

$$53) \quad \pi^r - \omega\pi^r + \omega\pi - 1 = 0 \quad (\pi-1)(\pi^r+1) - \omega\pi(\pi-1) = 0$$

$$(\pi-1)(\pi+1)(\pi^r+1) - \omega\pi(\pi+1)(\pi-1) = 0$$

$$(\pi-1)(\pi+1)(\pi^r+1-\omega\pi) = 0 \quad \pi = 1 \quad \pi = -1$$

$$\pi^r - \omega\pi + 1 = 0 \quad \pi_1, \pi_2 = \frac{\omega \pm \sqrt{\omega^2 - 4}}{r} = \frac{\omega \pm \sqrt{11}}{r}$$

$$54) \quad \omega\pi^r - r\pi^r + r\pi - \omega = 0 \quad \omega(\pi-1)(\pi+1)(\pi^r+1) - r\pi(\pi-1)(\pi+1) = 0$$

$$(\pi-1)(\pi+1)(\omega\pi^r + \omega - r\pi) = 0 \quad \pi = 1 \quad \pi = -1$$

$$\omega\pi^r - r\pi + \omega = 0 \quad \pi_1, \pi_2 = \frac{r\pi \pm \sqrt{\omega^2 - 4r}}{\omega} \quad \pi_1 = \frac{r\pi + \sqrt{\omega^2 - 4r}}{\omega} \quad \pi_2 = \frac{r\pi - \sqrt{\omega^2 - 4r}}{\omega}$$

$$xy = 11$$

$$x = 10 - y$$

• in der Stoichiometrie

$$K1) \begin{cases} x + y = 10 \\ x^r + y^r = 20 \end{cases} \quad (x+y)^r - rxy = 20$$

$$rxy = 100 - 20 = 80$$

$$xy = 11$$

$$x - 5x + p = x - 10x + 11 = (x-1)(x-11) = 0 \quad x=1 \quad x=11$$

$$K9) \begin{cases} x^r + y^r = 120 \\ (x-1)(y-1) = 109 \end{cases} \Rightarrow xy - x - y = 109 \Rightarrow xy = x + y + 109$$

$$\underbrace{(x+y)^r}_t - r(x+y+109) = 109 \Rightarrow t^r - rt - 109 = 109$$

$$t^r - rt - 109 = 0 \quad t_{1,2} = \frac{r \pm \sqrt{r^2 + 4r \cdot 109}}{r}$$

$$20) \begin{cases} x+y=10 & y=10-x \\ xy=7F & x(10-x)=7F \Rightarrow 10x-x^2=7F \end{cases}$$

$$x^2 - 10x + 7F = 0 \quad \Delta = 10^2 - 4 \cdot 7F = 100 - 28F$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 28F}}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{10 + \sqrt{100 - 28F}}{2} = 19$$

$$x_1 = 10 - 19 = -9$$

$$y_1 = 10 - (-9) = 19$$

$$21) \begin{cases} x+y=10 & x=10-y \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{-19}{10} & \Rightarrow \frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = \frac{-19}{10} \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{-19}{10} \end{cases}$$

$$(x+y)^2 - 2xy = \frac{-19}{10} xy \quad 100 - 20xy = \frac{-19}{10} xy$$

$$\frac{100}{10} - 2xy = \frac{-19}{10} xy \Rightarrow -2xy = \frac{-19}{10} xy \Rightarrow -20xy = -19xy \Rightarrow -xy = 0$$

$$(10-y)y = 10y - y^2 = -10$$

$$y^2 - 10y - 10 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 40}}{2}$$

$$y_1 = \frac{10 + \sqrt{140}}{2} = 10$$

$$y_2 = \frac{10 - \sqrt{140}}{2} = -1$$

$$x_1 = 10 - 10 = 0$$

$$x_2 = 10 - (-1) = 11$$

$$\text{or } \begin{cases} x^r + y^r + r(x+y) = r & (x+y)^r - rxy + r(x+y) = r \\ xy + x^r + y^r = 1^r & (x+y)^r - xy = 1^r \end{cases}$$

$$1^r + xy - rxy + rx + ry = r \Rightarrow rx + ry - xy = -1$$

$$(x+y)^r - r((x+y)^r - 1^r) + r(x+y) = r$$

$$(x+y)^r - r(x+y)^r + r^r + r(x+y) = r \Rightarrow \underbrace{-(x+y)^r + r(x+y)}_t + r^r = 0$$

$$t^r - rt - r^r = 0 \quad (t-r)(t+r) = 0 \quad t = r \quad t = -r$$

$$\begin{cases} r(\frac{r}{x+y}) - xy = -1 & \Rightarrow 1^r - xy = -1 \Rightarrow xy = 1^r + 1 = 2^r \\ x+y = r & \Rightarrow x = r-y \end{cases}$$

$$xy = (r-y)y = ry - y^r = r^r \quad y^r - ry + r^r = 0 \quad \text{similarity}$$

$$\begin{cases} r(\frac{-r}{x+y}) - xy = 1^r & \Rightarrow -1 - xy = 1^r \Rightarrow xy = -r1 \\ x+y = -r & \Rightarrow y = -x-r \quad x(-x-r) = -r1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^r + rx - r1 &= 0 & (x+y)(x-r) &= 0 & x1 &= -r & xy &= 2^r \\ & & & & y1 &= r & xy &= - \end{aligned}$$

۵. دو عدد مربعی متوالی با n حاصل ضرب آن ها ۱۱ و n از حاصل ضرب آن ها

$$n(n+1) = 11 + n + (n+1)$$

۵ - ۵
بسیار است.

$$n_1 = F, n_2 = -F$$

$$n + n = 1F + F \Rightarrow n - n - 1F = 0 \Rightarrow (n - F)(n + F) = 0$$

$$n_1 = F, y_1 = \infty \quad \& \quad n_2 = -F, y_2 = -F$$

۶. سه عدد مربعی متوالی xy است. آن اعداد را حاصل شود.

$$n + (n+1) + (n+2) = xy$$

$$n + n + 1 + n + F + F = xy \Rightarrow 3n + 7n - xy = 0$$

$$n + n - F = 0 \quad (n + 9)(n - F) = 0 \quad n_1 = -9 \quad n_2 = F$$

$$n_1 = -9 \quad y_1 = -\infty \quad z_1 = -F$$

$$n_2 = F \quad y_2 = \infty \quad z_2 = 9$$

عاطف ريد ا ب فلكا تحريك حل لسه

$$\Delta 6) \quad x^r - 19 = 0 \quad (x-1)(x+1) = 0 \quad x=1 \quad x=-1$$

$$\Delta 7) \quad x^r - 5x + 7 = 0 \quad (x-1)(x-2) = 0 \quad x=1 \quad x=2$$

$$\Delta 8) \quad x^r - (2x-1)^r = 0 \quad (x+2x-1)(x-2x+1) = 0$$

$$(3x-1)(-x+1) = 0 \quad -x+1=0 \Rightarrow x=1 \quad , \quad 3x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$$

$$\Delta 9) \quad (x-1)^{\mu} + (1-\mu x)^{\mu} + (\mu x-1)^{\mu} = 0 \quad x-1 + 1-\mu x + \mu x-1 = 0$$

$$\mu(x-1)(1-\mu x)(\mu x-1) = 0 \quad \mu x-1=0 \Rightarrow \mu x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{\mu}$$

$$x=1 \quad , \quad 1-\mu x=0 \Rightarrow \mu x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{\mu}$$

$$\Delta 9) \quad (a+\mu)^{\mu} - (1+\mu a)^{\mu} + (\mu a-1)^{\mu} = 0 \quad a+\mu - 1-\mu a + \mu a-1 = 0$$

$$\mu(a+\mu)(-1-\mu a)(\mu a-1) = 0 \quad a=-1 \quad , \quad a=-\frac{1}{\mu} \quad , \quad a=\frac{1}{\mu}$$

$$2) (\lambda^r - 1)^{\mu} + (F - \lambda^r)^{\mu} - \mu^{\mu} = 0 \quad \lambda^r - 1 + F - \lambda^r - \mu = 0$$

$$(\lambda^r - 1)(F - \lambda^r)(-\mu) = 0$$

$$\lambda^r - 1 = 0 \Rightarrow \lambda^r = 1 \Rightarrow \lambda = \pm 1$$

$$F - \mu = 0 \Rightarrow \lambda^r = F \Rightarrow \lambda = \pm \sqrt[r]{F}$$

$$3) (\omega - \lambda^r)(\lambda^r + \gamma) = F\lambda^r - \lambda^r \omega$$

$$(\omega - \lambda^r)(\lambda^r + \gamma) = (\lambda^r - \omega)(\lambda^r + \omega)$$

$$(\omega - \lambda^r)(\lambda^r + \gamma) = (\omega - \lambda^r)(-\lambda^r - \omega) \Rightarrow \lambda^r + \gamma = -\lambda^r - \omega$$

$$\lambda^r = -\gamma - \omega = -1\gamma \Rightarrow F - \lambda^r = -1\gamma \Rightarrow \lambda = -\sqrt[r]{\gamma}$$

۱۶۲. برای نام مقدار n مقدار $n = \lambda + \gamma + \lambda\gamma$ در کبریا اعداد طبیعی

مربوط ندارد؟

$n=1100$ (3) $n=110$ (2) $n=1000$ (1) $n=100$ (0)

$$n = \gamma(n+1) + \alpha \Rightarrow n+1 = \gamma(n+1) + (\alpha+1)$$

$n+1 = (x+1)(y+1)$ دهر قسمة بر ۱ و ۱

• C_{10}H_8 (Naphthalene) $n+1=10+1=11$ H_2 $\frac{11}{2}=5.5$

مثال ۱: اگر n عدد طبیعی باشد، $n^2 + 7n + 7$ عدد اول است یا نه؟

در مرحله ای تصور نمود. سپس در هر حالت تصور نمود و دست او را

$$x^p - x + 1 \Rightarrow (x-1)(x+1)x \quad x^p + yx + 1 \Rightarrow (x+1)(x-1)$$

$$x^p + px + 7 \Rightarrow (x+p)(x+7) \quad x^p - px + 7 \Rightarrow (x-p)(x+7)$$

$$x^2 - 2x + 7 \Rightarrow (x-2)(x-4)$$

$$x^2 + x - 9 \Rightarrow (x + 10)(x - 9)x$$

معادله درجه دوم با ضرایب صحیح به دست می آید. (ضرایب صحیح)

$$x^2 + (-2y-1)x + (-3y+1)(y-2)$$

$$-3y+1+x-2 = -2y-1$$

$$\Rightarrow (x + (-3y+1))(x + (y-2)) = (x - 3y + 1)(x + y - 2)$$

فرض می کنیم ضرایب α و β باشند. ضرایب صحیح به دست می آید.

$$(x - \alpha)(x - \beta) = 0 \quad x^2 - (\underbrace{\alpha + \beta}_S)x + \underbrace{\alpha\beta}_P = 0$$

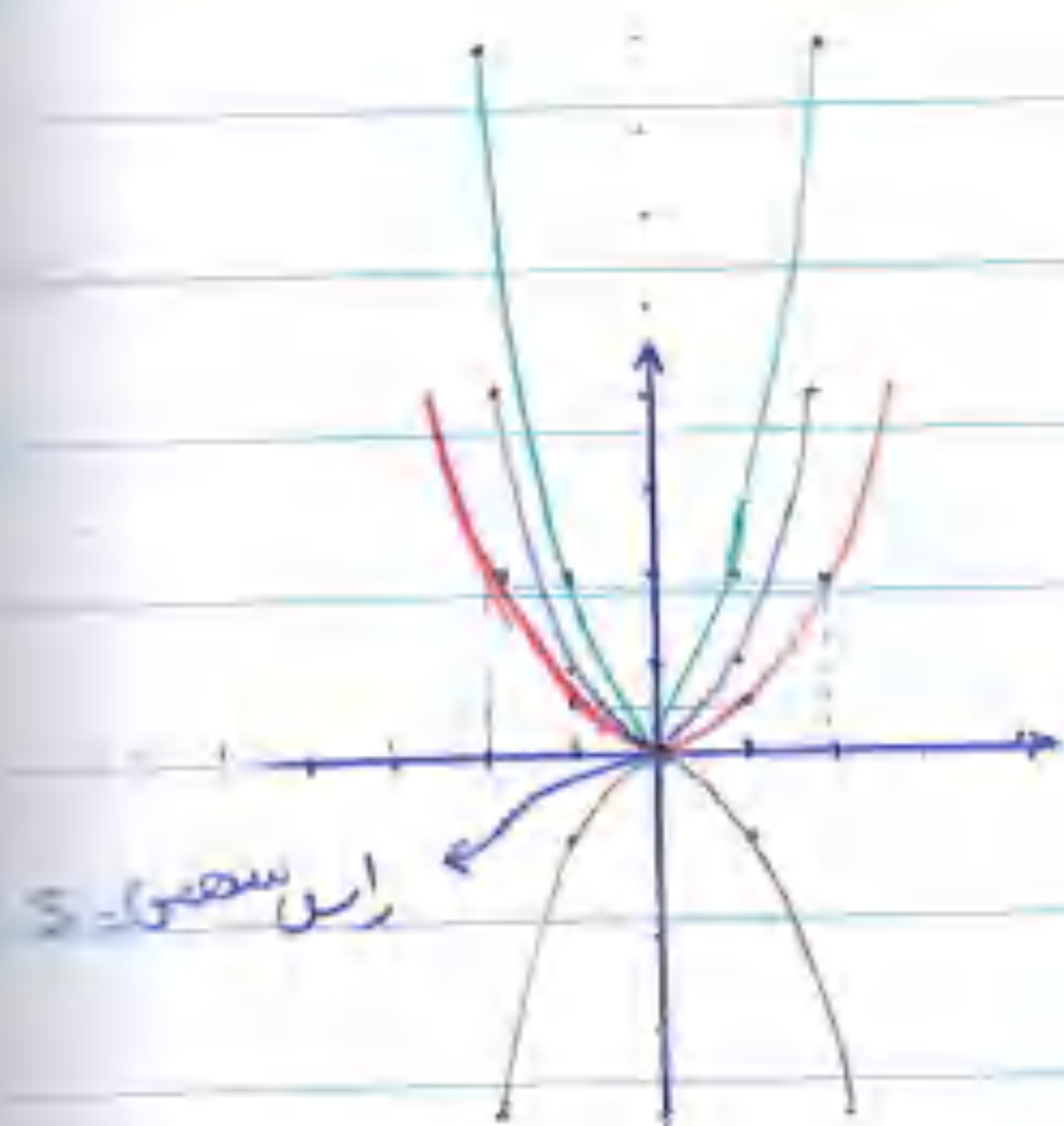
$$x^2 - Sx + P = 0$$

معادله درجه دوم با ضرایب صحیح به دست می آید. (ضرایب صحیح)

ضرایب صحیح به دست می آید. (ضرایب صحیح)

$$\alpha + \beta = \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

ضرایب صحیح به دست می آید.



سهمی ۲

$y = \frac{1}{2}x^2$ ✓	$\begin{array}{c c c c c} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 2 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 2 \end{array}$
$y = x^2$ ✓	$\begin{array}{c c c c c} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 4 & 1 & 0 & 1 & 4 \end{array}$
$y = 2x^2$ ✓	$\begin{array}{c c c c c} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 8 & 2 & 0 & 2 & 8 \end{array}$
$y = -x^2$ ✓	$\begin{array}{c c c c c} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline -4 & -1 & 0 & -1 & -4 \end{array}$

$a < 0$

$$y = a(x-b)^2 + c$$

شکل کلی معادله سهمی به صورت

۱- اگر در این معادله a مقدار b را عدد دهیم رأس سهمی به دست می آید ✓

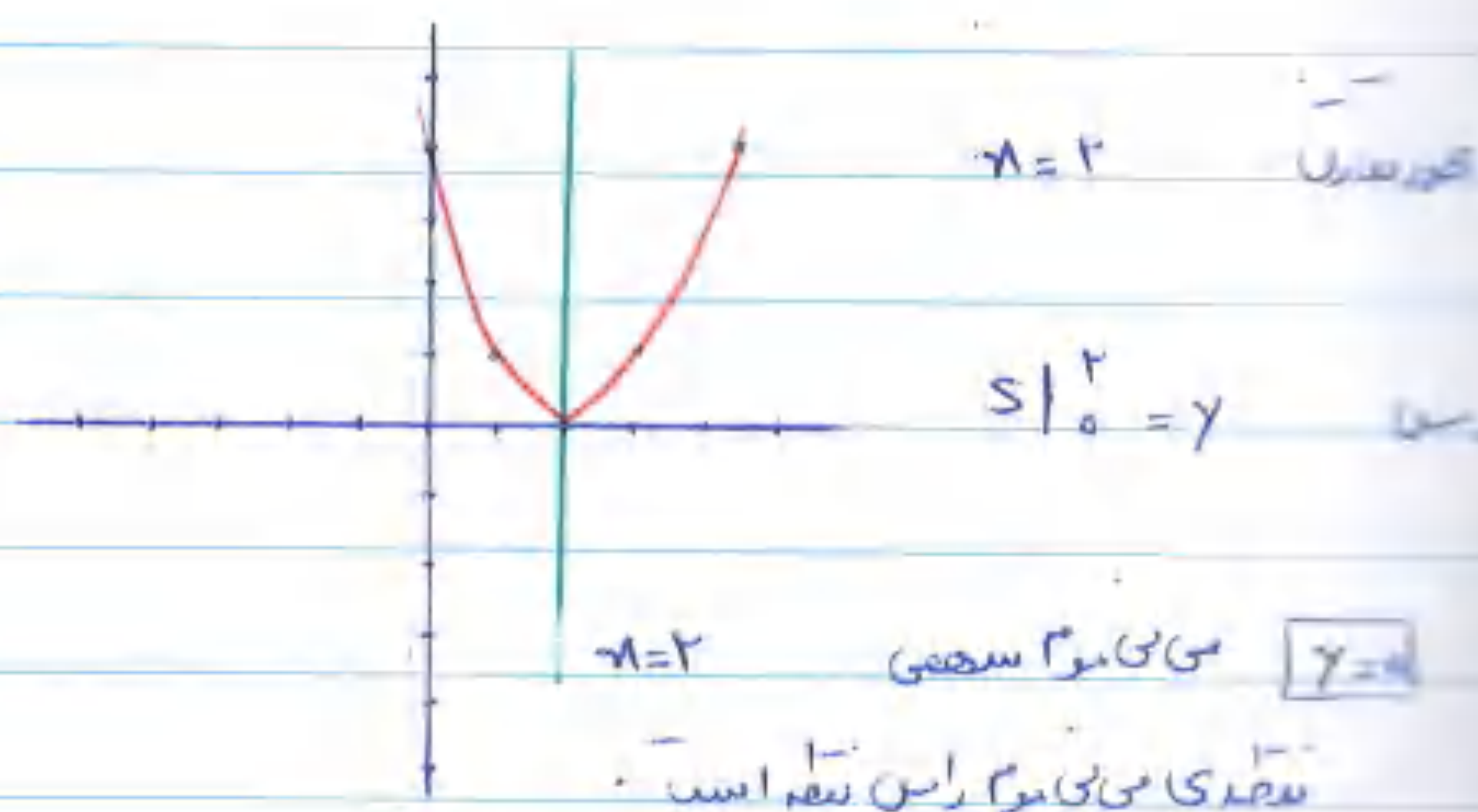
۲- مقدار a زیاد شود سهمی را عمیق تر می شود (کمیته) می گردد ✓

۳- مقدار $a < 0$ $\downarrow$

۴- مقدار $a > 0$ $\uparrow$

$y = (x-2)^2$

-2	-1	0	1	2	3	4
17	9	4	1	0	1	4



$$y = (x-1)^2 + 2$$

-1	0	1	2	3
6	3	2	3	6



$S/1 =$ $\Rightarrow$ $x=1$

$\Rightarrow$ $x=1$

$y=2$ $\Rightarrow$ $x=1$

$(1, 2)$

$x=1$ $\Rightarrow$ $y=2$

$$y = a(x-b)^2 + c$$

$y = a(x-b)^2 + c$

$\uparrow$ max

$a < 0$

$\downarrow$ min

$a > 0$

۲. هرچه $|a|$ بزرگتر باشد، سهمی کمتر دراز است.

۳. $x = b$ محور قرار $S \mid \begin{matrix} b \\ c \end{matrix}$: رأس سهمی

۴. C : مقدار ثابت $(a < 0)$ مقدار بیش $(a > 0)$

شکل اصلی معادله سهمی

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c$$

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \right) + c$$

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \Rightarrow y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

$$S \mid \begin{matrix} x = -\frac{b}{2a} \\ y = -\frac{\Delta}{4a} \end{matrix}$$

با جایگزینی x می توان y را به دست آورد

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$xS = -\frac{b}{2a}$$

① رأس

$$x \mid \begin{matrix} c \\ 0 \end{matrix} : C : عرض، ارتفاع$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

② محور قرار

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = x^2 - 2x - 1$$

$$F + F$$

$$y = 1 \left(x + \frac{-F}{F} \right)^2 - \frac{F - F(-1)}{F}$$

$$y = (x - 1)^2 - 2$$

x	-1	0	1	2	3
y	2	-1	-2	-1	2



$$S \mid x = \frac{F}{F} = 1$$

$$m = \frac{1}{F}$$



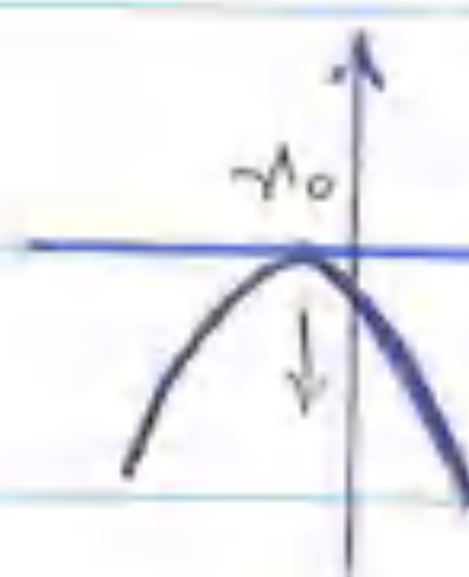
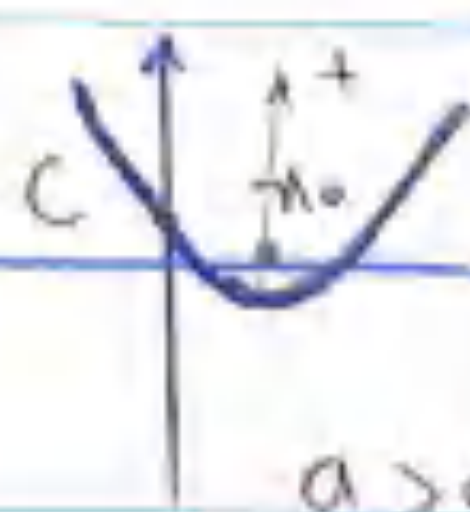
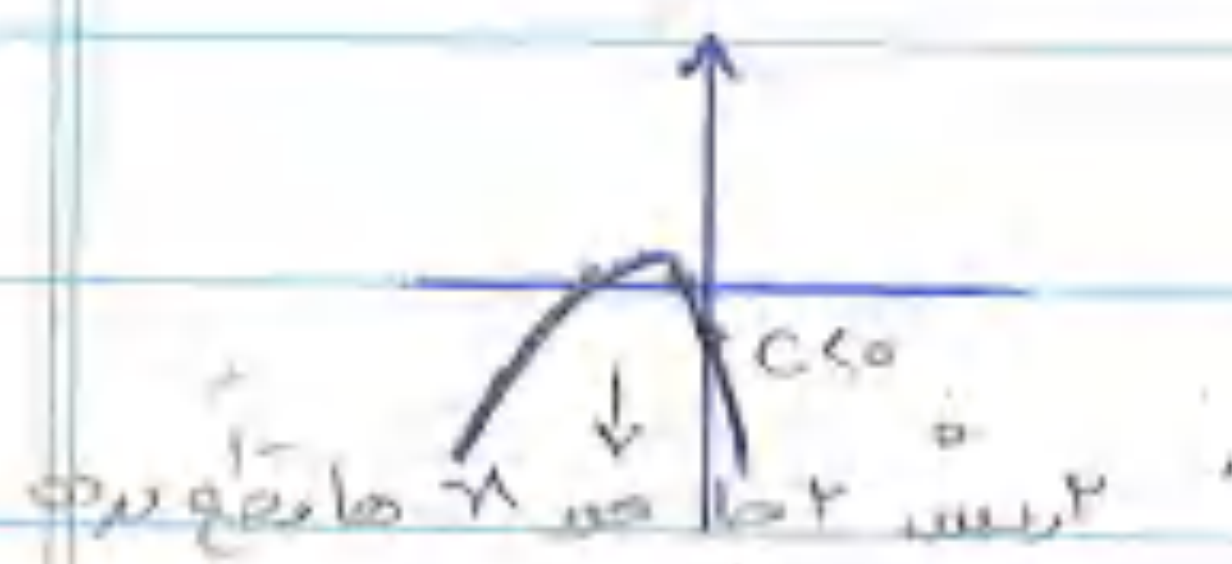
$$y = -x^2 - 2x + 1$$

$$S \mid x = \frac{F}{-F} = -1$$

$$y = y$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$S \mid \Delta^2 c, b, c$$



$$a < 0 \quad \Delta > 0$$

$$c > 0$$

$$a < 0 \quad c < 0$$

$$c < 0 \quad x_0 = \frac{-b}{2a} < 0$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} > 0$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} < 0$$

$$\Rightarrow b < 0$$

$$b < 0$$

$$b < 0$$



$$\Delta < 0$$

keine Lösungen

$$a > 0$$

$$c > 0$$

$$\frac{-b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$$

$$a > 0$$

همه دو عدد a و b بین دو علامت $<$ و $>$ قرار می‌گیرد

یعنی $a < b$ یا $a > b$

اما اگر دو عدد a و b را با هم مقایسه کنیم و بگوییم $a = b$ یا $a \neq b$

این دو حالت را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

یعنی $a = b$ یا $a \neq b$

این دو حالت را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$a < b \vee a > b \vee a = b$$

این دو حالت را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$a < b \vee a > b \vee a = b$$

$$a < b \vee a > b \vee a = b$$

۵- اگر a عددی مثبت است رابطه بالا برعکس می شود.

$$0 < a < a^2 < a^3 < \dots < a^9 < a^{10}$$

مثال عمومی: اگر $0 < a < 1$ و $a \in \mathbb{R}$ درستی و نادرستی روابط زیر را

مستخرج کنید.

$$a < a^2 < a^3 \quad \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a}$$

۱) $a < a^2 < a^3 \Rightarrow a < a^2 < a^3$ X) $\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a}$

$0 < a < 1$ $\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a}$ ✓

۲) $a < a^2 < a^3 < \dots$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a}} < \frac{1}{\sqrt[4]{a}} < \frac{1}{\sqrt[5]{a}}$$

۶- اگر $a > b$ و $b > c$ است $a > c$ ✓

$$\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Rightarrow a > c$$

$$\begin{cases} a \geq b \\ b \geq c \end{cases} \Rightarrow a \geq c$$

$$\begin{cases} a \geq b \\ b \geq c \end{cases} \Rightarrow a \geq c$$

خاصیت نامساوی را می توان با هم جمع کرد به شرطی که هم جهت باشند.

$$\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d$$

مثال: $a < b$ و $c > d$ پس $a - c < b - d$

$$a < b \Rightarrow a + d < b + c$$

$$d < c \Rightarrow \begin{array}{r} -d - c \\ \hline a - c < b - d \end{array}$$

خاصیت نامساوی را می توان مقدار دل خواهی را (به مثبت یا منفی) اضافه کرد.

خاصیت نامساوی را می توان در هر عدد دل خواه مثبت ضرب کرد و بی اثر ✓

در ضرب کردن در یک عدد منفی جهت نامساوی عوض می شود.

$$x < 5 \Rightarrow x - 2 < 5 - 2 \Rightarrow x - 2 < 3$$

خاصیت نامساوی را می توان به هر توان فرد دل خواهی رساند و بی اثری توان زوج

باید مطمئن باشیم طرفین مثبت باشند

۱۱- از طرفین با هماری می توان ریشه های فرد درون دای بزرگ ریشه زوج آورد

زیر استفاده می کنیم

$$x^2 < K^2 \xrightarrow{K > 0} -K < x < K$$

$$\leftarrow \begin{matrix} \text{SIGNED} \\ \infty & \infty \end{matrix} \rightarrow$$

$$x < -\infty \rightarrow -\infty < x < \infty$$

$$x^2 > K^2 \quad x^2 > \infty$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > \infty & \text{not possible} \\ x < -\infty \end{cases}$$

$$x^2 < 1 \rightarrow x+1 < 2 \Rightarrow x < 1$$

$$x^2 > K^2 \xrightarrow{K > 0} \begin{cases} x > K \\ x < -K \end{cases}$$

۱۲- حساب حاصل رویم بالا برای قدر مطلق نیز برقرار است

$$|x+1| < K \xrightarrow{K > 0} -K < x+1 < K$$

$$x > K \xrightarrow{K > 0} \begin{cases} x > K \\ x < -K \end{cases}$$

ثابت a و b حقیقی و مثبت باشد. مجموع آن با هلاله‌ها مجموع مربع هلاله‌ها

$$x > 0 \quad x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$\text{اثبات} \quad \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 \geq 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$$

ثابت a و b حقیقی و منفی باشد. جمع آن با هلاله‌ها کوچکتر مساوی -2

$$x < 0 \quad x + \frac{1}{x} \leq -2$$

اثبات

ثابت α در بازه $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ باشد. $\tan \alpha + \cot \alpha$ حداقل

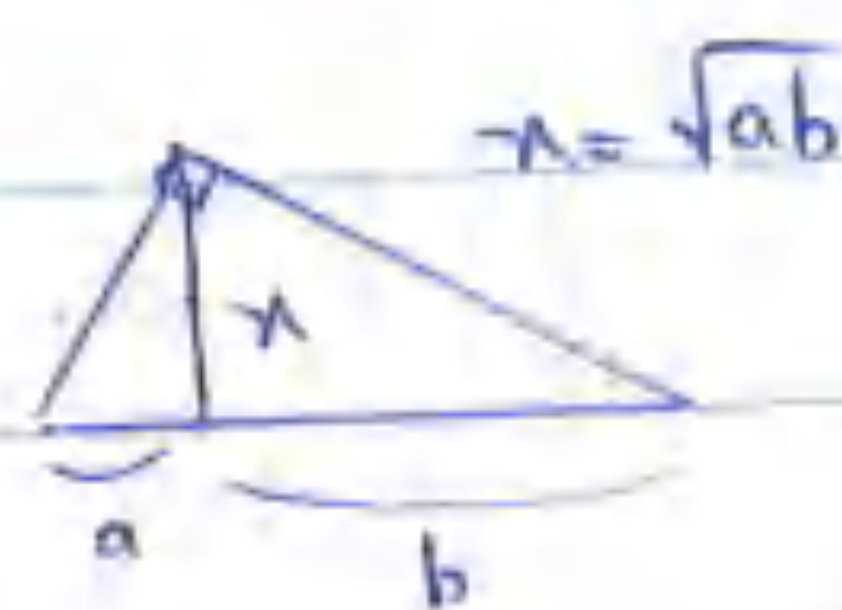
$$\tan \alpha < 0 \quad \text{سریعترین راه} \quad \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} \leq -2$$

ثابت a, b اعداد حقیقی و مثبت باشد. میانگین حسابی آن از میانگین

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad \text{میانگین حسابی} \quad \text{میانگین هندسی}$$

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \quad \text{میانگین هندسی} \quad \text{میانگین حسابی}$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$$



$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Rightarrow a+b - 2\sqrt{ab} \geq 0 \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\underbrace{r \tan^F \alpha}_a + \underbrace{r \cot^F \alpha}_b = ? \quad \text{این دو را در هم ضرب می‌کنیم}$$

$$a+b \geq 2\sqrt{r \tan^F \alpha \times r \cot^F \alpha} \quad a+b \geq 2\sqrt{r^2}$$

$$a+b \geq 2r \quad A \geq 2r \Rightarrow \min A = 2r$$

مثال 17: در یک مثلث متساوی‌الساقین، اگر یکی از اضلاع آن 1 باشد، مساحت آن را بیابید.

حل: فرض کنیم دو ضلع برابر 1 باشند. مساحت را می‌توانیم به دو روش پیدا کنیم.

روش اول: با استفاده از فرمول مساحت مثلث.

$$\frac{1 \times 1}{2} \leq 1 \times 1 \quad 1 \times 1 \leq 1 \times 1 \quad \omega \leq 1 \quad \frac{\omega}{2} \leq 1$$

$$\frac{1 \times 1}{2} \geq \frac{1 \times 1}{2} \quad 1 \times 1 \geq 1 \times 1 \quad \omega \geq 1 \quad \frac{\omega}{2} \geq 1$$

$$\omega \leq \frac{\omega}{2}$$

$$3) \quad \frac{1-x}{r} - r \geq x - \frac{r-3x}{\mu}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1-x-r}{r} \geq \frac{3x-r+3x}{\mu} \right) \quad \Leftrightarrow \left(\frac{-3-x}{r} \geq \frac{6x-r}{\mu} \right)$$

$$-9-3x \geq 12x-r \quad -6 \geq 15x \Rightarrow \frac{-1}{\mu} \geq x$$

$$\text{نوع (S) 1} \quad \begin{cases} 3-3x-12 \geq 6x-r+6x & -3x-12x \geq -r+9 \end{cases}$$

$$x \leq \frac{-1}{\mu}$$

نتیجه: این هر اعداد! حل نه. پس به جوابها استناد

$$\begin{cases} 1-x < \frac{r+1}{\mu} \Rightarrow 3-3x < r+1 & r < 6x \Rightarrow \frac{r}{6} < x \\ \frac{r+x}{\mu} \geq 1-x & r+x \geq 3-3x & rx > 1 & x > \frac{1}{r} \end{cases}$$



$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2} \Rightarrow x > \frac{r}{6}$$

$$\begin{cases} x > \frac{1}{\mu} \\ x < -r \end{cases} \cap \emptyset \quad \begin{cases} x < 3 \Rightarrow -1 < x < 3 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ x < -\frac{\mu}{r} \end{cases} \cap \Rightarrow x < -\frac{\mu}{r}$$

۱۸. اثبات کنید که اگر $Q < p(x) < F$ یک تابعی باشد

باشد. در این صورت اگر Q و F هر دو اعدادی صحیح باشد.

اثبات کنید که اگر Q و F هر دو اعدادی صحیح باشد.

حسب n باشد. باید اثبات کرد که Q و F هر دو اعدادی صحیح باشد.

$$-F < \frac{n+1}{2} < 0$$

$$-F < n+1 < 0$$

یا
مثال

$$-F < n < 19$$

$$-F < \frac{n+1}{2} < 1 + 2n$$

$$\begin{cases} -F < \frac{n+1}{2} \\ \frac{n+1}{2} < 1 + 2n \end{cases}$$

حاصل ضرب - حاصل‌های را یاد کنید

حاصل‌های زیر را به دست آورید

$$1 - \text{الف}) (x^2 - y^2) + (x^2 + 2y^2) = x^2 - y^2 + x^2 + 2y^2 = 2x^2 + y^2$$

$$1 - \text{ب}) (5y + 4x) + (x + y) = 5y + 4x + x + y = 5y + 5x$$

$$1 - \text{ج}) \frac{1}{2}x^2 - 5x - \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}x - 1 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{-15x - 2x + 9x}{12} - 1$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{8x}{12} - 1$$

حاصل‌های زیر را به دست آورید

$$2 - \text{الف}) 3x(y - z) = 3xy - 3xz$$

$$2 - \text{ب}) 5x(x + y + 1) = 5x^2 + 5xy + 5x$$

$$2 - \text{ج}) (a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by = (a + b)x + (a + b)y$$

$$2 - \text{د}) (a + b)(a + c) = a^2 + ac + ab + bc$$

۳- با استفاده از شکل زیر و فرمول مساحت ذوزنقه را از طریق مساحت مستطین

$$\frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}h(a+b) = \frac{(a+b)h}{2}$$

دستاباره

۴- درام یک از عبارات زیر را کادر کنید

$$x+y = x+y$$

$$x^2y + 1 = y$$

$$(x+1)(x-1)(x^2+x+1) = x^3-1$$

$$x=1$$

۵- با استفاده از اکادها حاصل عبارت را بنویسید

$$(F_n + a)(F_n + b) = 16n^2 + F_n(3+a) + 10 = 16n^2 + 33n + 10$$

$$\left(\frac{1}{9} - 2x\right)\left(\frac{1}{9} - x\right) = \frac{1}{9} - \frac{x}{3} - \frac{2x}{9} + 2x^2 = 2x^2 - x + \frac{1}{9}$$

$$(a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = a^4 - b^4$$

$$(a-3)(a+3) = a^2 - 9$$

تفاوت

$$a) x^2 + 11x + 10 = (x+1)(x+10)$$

$$b) x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$c) x^2 + 2x - 1 = (x+1)^2 - 2 = (x+1+1)(x+1-1) = (x+2)(x-1)$$

عبارت‌ها را به صورت یک اکا در ۲ به دست آورده.

$$a) \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right) = x^2 - \frac{1}{4}$$

$$b) (2a-3b)(2a^2+3ab+9b^2) = 4a^3 - 27b^3$$

$$c) \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^2} + 3x + \frac{1}{x^3}$$

$$d) (ax-1)^3 = a^3x^3 - 1 - 3a^2x^2 + 3ax$$

اکاها عبارت‌ها را به صورت یک اکا در ۲ به دست آورده.

$$a) 2x^2 - y^2 = (x-y)(2x^2 + xy + y^2)$$

$$a^r \cdot \frac{1}{r} = (a \cdot \frac{1}{r}) (a^r + \frac{a}{r} + \frac{1}{r})$$

$$\frac{1}{xy} = \left(b + \frac{r}{y}\right) \left(b - \frac{rb}{r} + \frac{r}{y}\right)$$

9. چارہ (51) (52) زیر نظر لے لے

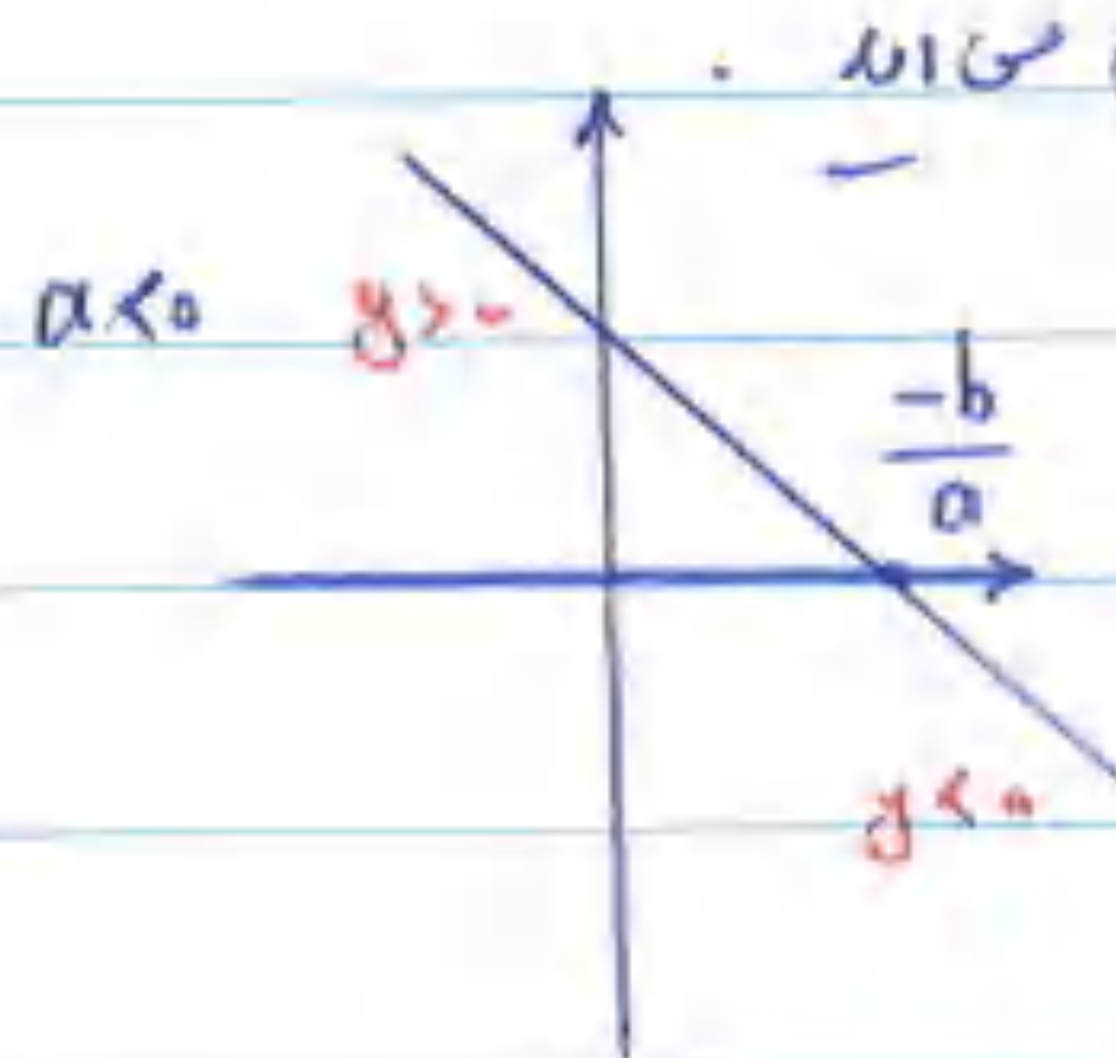
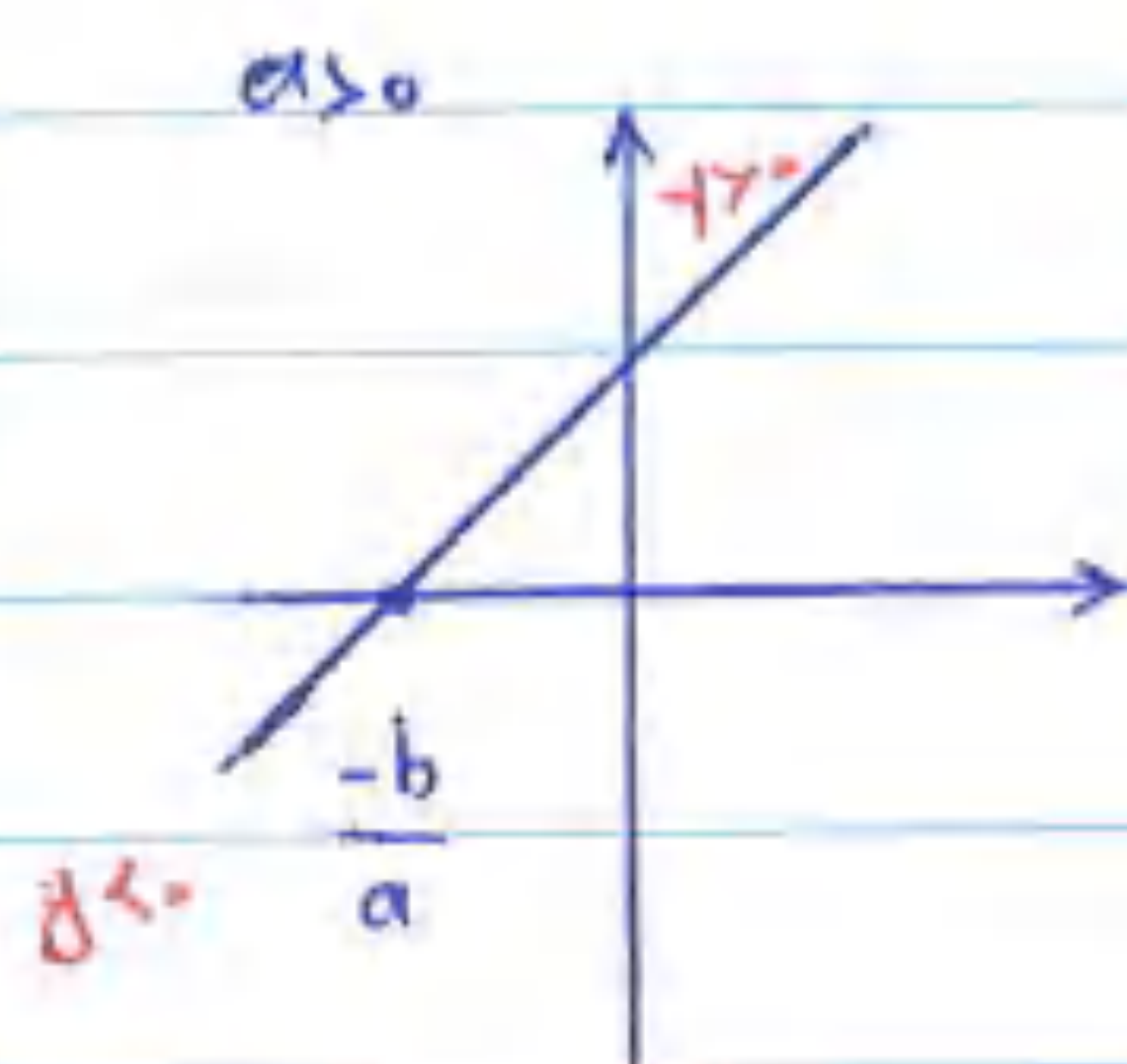
$$x^9 + 1 = (x^3 + 1)(x^6 - x^3 + 1)$$

$$\lambda - \lambda = \lambda(\lambda^F - 1) = \lambda(\lambda^T - 1)(\lambda^T + 1) = \lambda(\lambda - 1)(\lambda + 1)(\lambda^T + 1)$$

نکته علامت

هر عبارت درجه اول به شکل $ax+b$ است. اگر

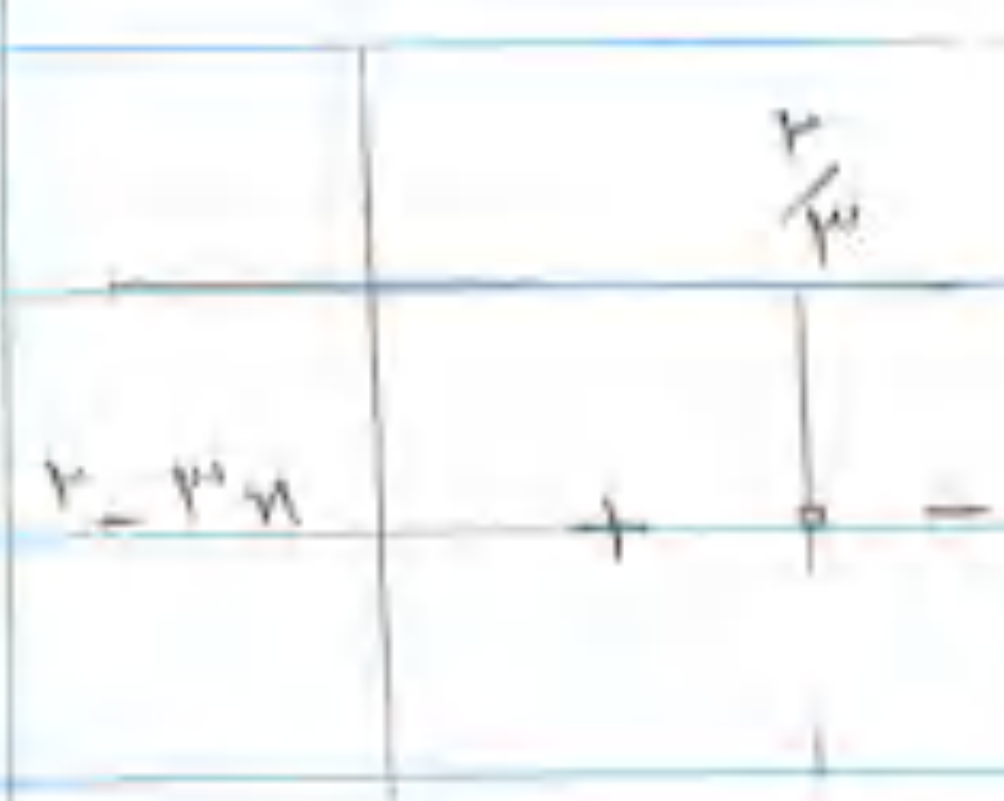
خط $y=ax+b$ نمودن رسم هم از یک معادله خطی است.



	$-\frac{b}{a}$	نقطه آزمون	
$ax+b$	موقع علامت a مخالف	$ax-1$	
	علامت a		

$$p(x) = r - mx \quad r - mx = 0$$

$$x = \frac{r}{m}$$



جدول علامت $x^2 - 3x + 2$

نامی اول

نقطه بحرانی و بی نقطه بحرانی

نکته: اگر در جدول علامت $x^2 - 3x + 2$ از یک پایه و قابل تقسیم باشد آن را به عبارت

درص اول تقسیم کرده و با رسم جدول این علامت یک عبارت یکپارچه در جدول

علامت آن عبارت را به دست می آوریم.

	1	2	درست در جدول
$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$	-	+	+
$x-1$	-	+	+
$x-2$	-	-	+
A	+	-	+

	$x = -\frac{b}{a}$	1	2	3
$x = -\frac{b}{a} = \frac{-3}{1} = -3$	-3	-	+	+
$2x + 5$	-	+	+	+
$x-1$	-	-	+	+
B(x)	+	+	-	+

$$-1 = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 5}$$

نکته: اگر در جدول علامت $x^2 + 1$ و $x^2 - 5$ در جدول

علامت $x^2 + 1$ و $x^2 - 5$ در جدول علامت $x^2 + 1$ و $x^2 - 5$ در جدول

علامت $x^2 + 1$ و $x^2 - 5$ در جدول علامت $x^2 + 1$ و $x^2 - 5$ در جدول

علامت $x^2 + 1$ و $x^2 - 5$ در جدول علامت $x^2 + 1$ و $x^2 - 5$ در جدول

	$x = -\frac{b}{a}$	1	2	3
$x^2 + 1$	-	-	+	+
$x^2 - 5$	-	+	+	+
$x^2 + 1$	+	+	-	+

	$-\frac{1}{4}$	1
$(x-1)^2$	+	+
$(x+1)^2$	-	+
$D(x)$	-	+

در عبارت $\frac{1}{x^2}$ و $\frac{1}{x^3}$ در هر حالت هر دو از عبارت $\frac{1}{x^2}$ یا $\frac{1}{x^3}$ به دست می آید.

علامت عباری (تندگی) تمام حالت های قبل عمل می کنیم تا این تفاوت

در ریشه‌های خرج در جدول تعریف شده (نشان می‌دهیم).

	$\frac{1-\sqrt{10}}{r}$	+	-	-	-
$(x-1)^r$	-	-	0	+	-
$\sqrt{r-x}$	+	+	-	0	-
$x - \frac{1+\sqrt{10}}{r}$	-	-	-	-	-
$x - \frac{1-\sqrt{10}}{r}$	-	0	+	+	-
$p(x)$	-	+	0	-	-

$\downarrow$
 $\frac{1}{\sqrt{10}}$

دقتی علامت له (بارسم صحت) ---

$$p(x) = 10^{-10}$$

$$V^0 V^1 = 0$$

42-1-20

$$-1 = \frac{1}{x} - \ln x$$

$$\frac{1}{4} = m_A$$

	$\frac{1}{2}$
+	-

$$\lambda = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{w} = \frac{1}{q}$$

$$E(x) = x + \frac{r}{x} - \frac{1}{x} = (x + \frac{r}{x})(x-1)$$

	-1	1
$x+1$	$-$	$+$
$x-1$	$-$	$+$
$(x+1)(x-1)$	$+$	$+$

$$= r^2 x^2 + x^2 - r^2 x = x(r^2 x + x - r^2) = x(r^2 x + r^2)(x - 1)$$

	$-\frac{1}{x}$	0	1
x	-	-	+
$(x-1)^2$	-	0	+
$(x-1)$	-	-	0
$x(x-1)^2$	-	0	+

$$a) \quad B(x) = x^r + x^r + 2x + 2 = x^r(x+1) + 2(x+1) = (x^r + 2)(x+1)$$

		-1
$x+1$	-	+
$B(x)$	-	+

$$f) C(x) = (x+1)(x^2-10) = (x+1)(x-\sqrt{10})(x+\sqrt{10})$$

$(n + \sqrt{p})$	-	-	-
$(n - \sqrt{p})$	-	-	-
$(-n + 1)$	-	-	-
$G(-n)$	-	-	-

$$Y) = K(x) = \frac{(1-x)^r (r-x+1)}{(1-x)(1+x)(r-x+1)}$$

	$(r-x)$					
	-1	$-\frac{1}{r}$	1	r		
$1-x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$1+x$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$r-x$	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$r-x+1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$K(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0

00

Less than 1

$$\frac{(1-x)^r (x+r)}{x^r (1+x)^r} = f(x)$$

	$-r$	0	1
$(1-x)^r$	+	+	+
x^r	+	+	+
$(x+r)^r$	-	+	+
$f(x)$	-	+	+

$\downarrow$ $\downarrow$
 ∞ ∞

$$\frac{\sqrt{x+r}}{x-1} = G(x)$$

	0	1
$x-1$	-	+
$G(x)$	-	+

$\downarrow$ $\downarrow$
 ∞ ∞

$$\frac{-x^r (1-x)^r}{(x-r)(1-rx)} = H(x)$$

$$(x-r)(1-rx)$$

$$x^r (1-x)^r$$

$$(x-r)(x+r)(r-1)$$

	$-r$	0	1	r	1	r
x^r	-	+	+	+	+	+
$(1-x)^r$	+	+	+	+	+	+
$x-r$	-	-	-	-	-	+
$x+r$	-	+	+	+	+	+
$r-1$	-	-	-	+	+	+
$H(x)$	+	-	+	-	-	+

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 ∞ ∞ ∞

$$ii) \quad p(x) = \frac{(x+r)(r-x)}{|x-1|(x+1)^r} = \frac{(x+r)(r-x)}{|x-1|(x+1)^r}$$

	-1	1	r		-1/2	-√r	√r	r
$r-x$	+	+	+ 0 -	$ rx+r $	+	0	+	+
$ x-1 $	+	+	0 + +	$(r-x)^r$	+	+	+	+
$(x+1)^r$	+	0	+	$x-\sqrt{r}$	-	-	-	+
$p(x)$	+	+	+ 0 -	$x+\sqrt{r}$	-	-	0	+
	λ 0	λ 0		$S(x)$	+	0	+	-

$$iv) \quad S(x) = \frac{|rx+r|(r-x)^r}{(x+1)(x-r)} = \frac{|rx+r|(r-x)^r}{(x+1)(x-r)(-1)^r}$$

$$iv) \quad F(x) = \frac{1-x-x^r}{1+x-x^r} = \frac{x+x-1}{x-x-1} = \frac{x+x-1}{x-x-1}$$

$x-x-1$	$\frac{1-\sqrt{1+r}}{r}$	$\frac{1+\sqrt{1+r}}{r}$	$\frac{1+\sqrt{1+r}}{r}$	$\frac{1+\sqrt{1+r}}{r}$
$x+x-1$	$(x+\frac{1+\sqrt{1+r}}{r})$	-	0	+
$x+x-1$	$(x-\frac{1-\sqrt{1+r}}{r})$	-	-	0
$x+x-1$	$x-\frac{1+\sqrt{1+r}}{r}$	-	-	-
$x+x-1$	$x-\frac{1-\sqrt{1+r}}{r}$	-	-	-
$F(x)$	+	0	-	+

$$f(x) = \frac{|x-2|(x-2x+1)^2}{(x+1)^3(x-2x+2)^2} = \frac{|x-2|(x-1)^2}{(x+1)^3(x-2)^2}$$

	1	2
+	+	+
-	-	+
-	+	+
+	+	+
-	-	+

نقطه

نقطه

این بانوی به معادله‌ی سهمی علامت‌دار از عبارت‌های زیر را بنویسید

$$f(x) = 2x^2 + 5x + 11 = 0$$

$$\Delta < 0$$

$$a > 0$$



$$2x^2 + 11 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 44}}{4}$$

$$u) -x^r + x - 1$$

$$-x^r + x - 1 = 0$$

$$x_1, x_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1-r}}{-r}$$

$$\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1-r}$$

(y ≠ 0, x ≠ 0) : $x^r + y^r - xy$

$$\left. \begin{array}{l} x^r + y^r > 0 \\ (x-y)^r > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^r + y^r + x + y - rxy > 0$$

$$\Rightarrow r x^r + r y^r - rxy > 0 \Rightarrow x^r + y^r - xy > 0$$

ii) $\frac{1}{x-r} - \frac{r}{x+1} < 0$ $\frac{x+1-rx+r}{x-r(x+1)}$

$$-rx + r < 0 \quad -1 < x < r$$

$$x - x - r < 0 \quad r < x$$

$$y - rx + + + +$$

$$x - r - - - +$$

$$x + 1 - - - +$$

$$P(x) + - - -$$

$$+ + + +$$

$$x+y=1 \Rightarrow x+y=1 \Rightarrow y=1-x$$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=1 \end{cases} \Rightarrow y=-x$$

$$x+y=1 \Rightarrow x=1-y$$

$$x^2 - 2x - 1 \leq 0 \quad (x-1)(x+1) \leq 0$$

	-1	x	
$(x+1)$	-	0	+
$(x-1)$	-	-	0
$P(x)$	+	0	-

$$1-x \geq 0$$

$$x^2 + 2x - 1$$

$$1-x \geq 0$$

$$(x-1)(x+1)$$

	-1	1	
$1-x$	+	+	0
$x-1$	-	-	0
$x+1$	-	0	+
$R(x)$	+	-	-

$$|x+1|(\sqrt{a}-x) \geq 0$$

$$x-1$$

$$|x+1|(\sqrt{a}-x)(\sqrt{a}+x) \geq 0$$

$$(x-1)(x+1)$$

$$-1 < x < -1$$

$$1 < x < \sqrt{a}$$

	$-\sqrt{a}$	-1	1	$\sqrt{a}$
$\sqrt{a}+x$	-	0	+	+
$ x+1 $	+	+	0	+
$x+1$	-	-	0	+
$x-1$	-	-	-	0
$\sqrt{a}-x$	+	+	+	+
$P(x)$	-	0	+	0

$$\sqrt{a}$$

$$\begin{cases} x-y=3 & r=1 \Rightarrow x=F \\ x+y=1 & F-y=3 \Rightarrow y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=1 & F-y=1 \Rightarrow y=-1 \\ x+y=3 \end{cases}$$

$$(x-y)(x+y) = x^2 - y^2 = 1 - 1 = 0 \quad \checkmark \quad \Rightarrow r=1 \Rightarrow 1=F \quad \times$$

$a \times b = 11$ $c = 10 - y = 3$ $c = 10 - 3 = 7$ $c = 10 - 7 = 3$

$$a \times b = 11$$

$$c = 10 - y = 3$$

$$c = 10 - 3 = 7$$

$$c = 10 - 7 = 3$$

$$r \times y$$

$$y \times r$$

$$r \times 1$$

و $x-y=1$ و $x+y=3$ $r \times y$ $y \times r$ $r \times 1$

$$F \times 1 = 1 - 1 = 0$$

$$1 \times y = 7 - 3 = 4$$

$$(F \times 1) \times (1 \times y)$$

$$(F \times 1) \times (F \times 1) \times (-F \times -1) \times (-F \times 1) \times (-1 \times y) \times (1 \times -y) \times (1 \times y) \times (-1 \times -y)$$

$$|a-b|$$

و $x-y=1$ و $x+y=3$ $r \times y$ $y \times r$ $r \times 1$

$$\left(\frac{1}{x}\right)^r \times \left(\frac{1}{y}\right)^r$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)^r \times \left(\frac{1}{y}\right)^r$$

$$\left(\left(\frac{1}{x}\right)^r\right)^r \times \left(\left(\frac{1}{y}\right)^r\right)^r$$

$$\left(\left(\frac{1}{x}\right)^r\right)^r \times \left(\left(\frac{1}{y}\right)^r\right)^r$$

و $x-y=1$ و $x+y=3$ $r \times y$ $y \times r$ $r \times 1$

$$1 - |r \times 1| = -11$$

$$- |r \times 1| = -12$$

$$|r \times 1| = 13$$

$$r \times 1 = 13 \Rightarrow r = 13$$

$$-r \times 1 = 13$$

$$-r \times 1 = 13 \Rightarrow r = -13$$

$$12\% = \frac{12}{100} = 0.12$$

$$(1, 2) = 2 \Rightarrow n = 2 \quad (1, 2) = 2 \times 10^2$$

$$(a > b) \quad \text{مثلاً } x = \frac{a+b}{2} \quad (5) \quad |x-a| = |x-b| \quad \text{نکته: } x \text{ میانه } a \text{ و } b \text{ است}$$

$$\left| \frac{a+b}{2} - a \right| = \left| \frac{a+b-2a}{2} \right| = \left| \frac{b-a}{2} \right| = \left| \frac{a-b}{2} \right| = \frac{a-b}{2} = \frac{a-b}{2} = 0$$

$$\left| \frac{a+b}{2} - b \right| = \left| \frac{a-b}{2} \right| = \frac{a-b}{2} = \frac{a-b}{2} = 0$$

$$7. \quad \text{فرض کنید } x \text{ و } y \text{ دو عدد حقیقی باشند. اگر } \frac{x}{13} = \frac{y}{17} \text{ باشد، آنگاه } \frac{x}{y} = \frac{13}{17} \text{ است.}$$

$$\frac{x}{13} = \frac{y}{17}$$

$$1393 = 7$$

$$\frac{x}{y} = \frac{13}{17}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{13}{17}$$

$$1. \quad \text{فرض کنید } x \text{ و } y \text{ دو عدد حقیقی باشند. اگر } \frac{x}{13} = \frac{y}{17} \text{ باشد، آنگاه } \frac{x}{y} = \frac{13}{17} \text{ است.}$$

$$\frac{x}{13} = \frac{y}{17} \Rightarrow x = \frac{13}{17} y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{13}{17} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{13}{17} \times \frac{17}{17} = \frac{13}{17}$$

$$\frac{x^n}{y^n} = \frac{13^n}{17^n} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{13}{17}$$

$$\text{a)} \quad \omega^{\mu} < r \quad \omega^{\nu} < r \quad 1r\omega < 1r\omega$$

$$\text{b)} \quad 1r\omega^{\mu} > 1r\omega^{\nu} \quad r^{\nu\nu} > (r)^{\mu} \quad r^{\nu\nu} > r^{\mu}$$

$$\text{c)} \quad r^{\mu} > \omega^{\mu} \quad r^{\mu} > \omega^{\mu} \quad r^{\mu} > \omega^{\mu} \quad r^{\mu} > \omega^{\mu}$$

$$\text{d)} \quad r^{\mu+1} \times r^{1-\mu} = r^{\mu} \quad r^{\mu+1} \times r^{1-\mu} = r^{\mu} \quad r^{\mu+1} \times r^{1-\mu} = r^{\mu}$$

$$r^{\mu+1} \times r^{1-\mu} = r^{\mu} \Rightarrow r^{\mu} = r^{\mu} \Rightarrow \mu = \frac{r}{r}$$

$$\text{e)} \quad r^{\mu+1} - \omega^{\mu} r^{\mu} + 1 = 0 \quad r^{\mu+1} - \omega^{\mu} r^{\mu} + 1 = 0$$

$$r^{\mu} - \omega^{\mu} r^{\mu} + 1 = 0 \Rightarrow (r^{\mu} - 1)(r^{\mu} - 1) = 0$$

$$r^{\mu} - 1 = 0 \Rightarrow r = 1 \Rightarrow \mu = 0$$

$$r^{\mu} - 1 = 0 \Rightarrow r^{\mu} = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{r} \Rightarrow \mu = -r$$

$$\text{f)} \quad \frac{\omega^{\mu+1} - \omega^{\mu}}{\omega^{\mu-1}} = 1r\omega - 1 \Rightarrow \frac{\omega^{\mu}(\omega - 1)}{\omega^{\mu-1}} = 1r\omega - 1$$

$$\frac{\omega^{\mu}}{\omega^{\mu-1}} = 1r\omega - 1 \Rightarrow \omega = \omega^{\mu+1} = 1r\omega - 1 \Rightarrow \omega^{\mu+1} = 1$$

$$1^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{1^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[n]{\frac{1^m}{1^n}} = \sqrt[n]{\frac{1}{1}} = \sqrt[n]{1} = 1 \Rightarrow m=1^m \quad n=1^n$$

$$\Rightarrow m+n=1^1$$

$$y = x^{\frac{m}{n}} + 1, \quad x = 1 - y^{\frac{n}{m}} \quad ||$$

$$y-1 = x^{\frac{m}{n}} \quad x-1 = y^{\frac{n}{m}} \Rightarrow \frac{y-1}{x-1} = \frac{x^{\frac{m}{n}}}{y^{\frac{n}{m}}}$$

$$y-1 = (x-1)(x-1) \Rightarrow y-1 = (x-1)(x-1) \Rightarrow y-1 = x - x^2 + 1$$

$$\Rightarrow y = x - x^2 + 1$$

$$\frac{dy}{dx} < 0 \Rightarrow$$

$$\text{Lima } x \text{ Gen } a, b$$

$$\text{Lima } x \text{ Gen } a, b$$

$$\text{Lima } x \text{ Gen } a, b$$

$$\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{a}{b} \quad ||$$

$$b = \sqrt{a} - \sqrt{c}$$

$$b = \sqrt{a} + \sqrt{c}$$

$$b = \sqrt{a} - \sqrt{c} + 1$$

$$b = \sqrt{a} + \sqrt{c}$$

$$\sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}}$$

$$\sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}}$$

$$\sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}}$$

$$\sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}}$$

$$\sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}}$$

$$\sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}} \Rightarrow \sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[1^{\frac{m}{n}}]{1^{\frac{m}{n}}}$$

$$\left(\frac{1^{\frac{m}{n}}}{1^{\frac{m}{n}}}\right) = \left(\frac{1^{\frac{m}{n}}}{1^{\frac{m}{n}}}\right) \Rightarrow \frac{1^{\frac{m}{n}}}{1^{\frac{m}{n}}} = \left(\frac{1^{\frac{m}{n}}}{1^{\frac{m}{n}}}\right) \Rightarrow \frac{1^{\frac{m}{n}}}{1^{\frac{m}{n}}} = \left(\frac{1^{\frac{m}{n}}}{1^{\frac{m}{n}}}\right)$$

$$\frac{1^{\frac{m}{n}}}{1^{\frac{m}{n}}} = 1^{\frac{m}{n}} \quad 1^{\frac{m}{n}} = 1^{\frac{m}{n}}$$

$$(a) \frac{1}{\sqrt[n]{r+1}} \times \frac{\sqrt[n]{r-1}}{\sqrt[n]{r-1}} = \frac{\sqrt[n]{r-1}}{\sqrt[n]{r-1}} = \sqrt[n]{r-1}$$

$$u = \frac{1}{\sqrt[n]{ra} + \sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a} + \sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[n]{a} + \sqrt{a}}$$

$$\frac{r}{rA \times 10^{-r}} = \frac{r \times 10^r}{10^r} = r_0 = \frac{r}{r \times 10^r} \text{ (or)} \frac{\frac{rA}{1.0} \times 10^r}{\frac{rF}{1.0} \times 10^r}$$

$$\text{Also } \sqrt{ab} = \sqrt{ab} = \sqrt{ba} \\ -b\sqrt{-a} - a\sqrt{-b} \quad b\sqrt{-a} + a\sqrt{-b} \quad -ab > 0 \Rightarrow -a > 0$$

$$\text{Also } \sqrt{a^r} + \sqrt{b^r} \text{ dual to } \sqrt{a^r b^r} = ab, \quad a\sqrt{a^r} = a^{\frac{r+1}{2}}$$

$$a\sqrt{a^r} = a|a| = -a \times a \Rightarrow a \leq 0 \quad \sqrt{a^r} + \sqrt{b^r} = b + |a| = b - a$$

$$\sqrt{a^r b^r} = a|b| = ab \Rightarrow b \geq 0$$

$$\sum (x+1)(x-1)(x+1) \text{ where } x=1, 2, \dots, 19$$

$$(x+1)(x-1)(x+1) = (x+1)^2(x-1) = 19^2 - 19 = 19 \times 18 = 342$$

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - 2ab + b^2}$$

$$? \text{ und } P_N \quad n+y \quad \text{mit} \quad y(y-n)=P_9 \quad n(n+P_9)=P_0$$

$$n+P_N y = P_0$$

$$y - ny = P_9$$

$$n+P_N y + y = P_9$$

$$n+y = \pm 1$$

$$\text{und die } 1000 \dots F_{n+1} \dots F_n \text{ sind}$$

$$10 \dots 10$$

$$10^{n+1} + F \cdot 10^{n+1} + F = 10^{n+1} + F \cdot 10^{n+1} + F = (10 + F) \cdot 10^{n+1}$$

$$10^{n+1} + F \cdot 10^{n+1} + 1$$

$$\text{und die } 1000 \dots F_{n+1} \dots F_n \text{ sind}$$

$$10 \dots 10$$

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)} \quad \text{Lokales } \frac{1}{n} = \frac{1}{n(n+1)}$$

$$n + \frac{1}{n} + 1 = 10 \Rightarrow n + \frac{1}{n} = 9 \Rightarrow n + \frac{1}{n} + 1 = 10$$

$$A = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{1}{A} = n + \frac{1}{n} + 1 = \sqrt{9+1} = 10 \Rightarrow A = \frac{1}{10}$$

$$\begin{matrix} r & r & r \\ a & b & c \end{matrix} \quad \begin{matrix} r & r \\ r & bc \end{matrix} = (r)$$

$$\begin{matrix} r & r & r \\ abc & r & abc \\ b & c \\ ac & ab \end{matrix}$$

Wie Sie ist $a+b+c = ab+ac+bc$, $a, b, c \in R \setminus \{0\}$

$$\begin{matrix} r & r & r \\ a & b & c \\ r & r & r \\ abc & r & abc \\ r & ab & r \\ r & ac & r \\ r & bc & r \end{matrix} = 0$$

• liegt in R

$$a + (a-c) + (b-c) = 0 \Rightarrow a=b \quad a=c \quad b=c$$

$$a=b=c$$

$$\begin{matrix} r & r & r \\ a & b & c \\ r & r & r \\ bc & ac & ab \end{matrix} = 1+1+1 = r$$

$$\begin{matrix} r & r & r \\ x & y & z \\ r & r & r \\ x & y & z \end{matrix}$$

• ist das Ergebnis in R

$$\begin{matrix} r & r & r \\ x & y & z \\ r & r & r \\ x & y & z \\ r & r & r \\ x & y & z \end{matrix} = 0$$

$$\begin{matrix} r & r & r \\ x & y & z \\ r & r & r \\ x & y & z \\ r & r & r \\ x & y & z \end{matrix} = 0 \quad x=y \quad x=z \quad x=t$$

man sieht, dass $r \cdot x = m \cdot x + r = (r+1)(m \cdot x) + r$

$$r \cdot x = r \cdot x + r \cdot m + r + r = r \cdot x + r \cdot (m+1) + r$$

$$-m \in r+1 \Rightarrow m = -r-1 = -(-r)-1 = r-1 = r$$

$$r = 1$$

$$- \begin{pmatrix} r & r & r & r & r & r \\ -1 & +r & -r^2 & +r^3 & -r^4 & +r^5 & \dots & -r^{99} & +1 \end{pmatrix} = - \left(\overset{1}{\cancel{(r-1)}}(r+1) + (\cancel{r-p})(r+p) \right)$$

Unit Cost (SAC) $\frac{F_A}{Y} + \frac{VF}{X}$

$$\text{Sol)} \quad a + {}^r P_1 a + a + {}^r P_1 = a(a + {}^r P_1) + (a + {}^r P_1) = (a + {}^r P_1)(a + 1)$$

$$c) \quad x^p - yx^r + 1^k x - 1 = (x-1) - yx(x-r) = (x-1)(1 - yx - yx^2)$$

$$= (x-r)^r (x-r)(x+F) = (x-r)(x-F)(x-1)$$

$$2) (n-3)(n+1)(n-1)(n+3) + 16 = (n^2-1)(n^2-9) + 16 = n^4 - 10n^2 + 9$$

$$= n^r - \log n^r + P(n) = (n - \log n)^r$$

$$c) \quad x^r + rx^r + x + r = x^r(x+r) + (x+r) = (x+r)(x^r+1)$$

$$? \quad (a-b)^r + (b-c)^r + (c-a)^r \text{ (Solve this)} \quad \text{Let } (a-b)(b-c)(c-a) = 1 \quad \text{M1} \quad \text{M2}$$

$$(a-b)^r + (b-c)^r + (c-a)^r = r(a-b)(b-c)(c-a) = r$$

$$a+b+c=0$$

$$b = rac$$

$$\text{Solve this: } (a+b+c)(a-b+c) \text{ (Solve this)} \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \quad \text{M1} \quad \text{M2}$$

$$a^2 + ab - b^2 + bc + ac - bc + c^2 = a^2 - b^2 + c^2 + rac = a^2 - rac + c^2 + rac$$

$$? \quad \text{Let } x = \sqrt{r-1} + \sqrt{r+1} \quad \text{M1} \quad \text{M2}$$

$$(x-1)(x+1) = r \quad \left(\sqrt{r-1} + \sqrt{r+1} \right) \left(\sqrt{r-1} - \sqrt{r+1} \right) = rx = r \sqrt{r}$$

$$x^2 + y^2 - 1 = (x+y-1)(x+y+1 - xy + x+y)$$

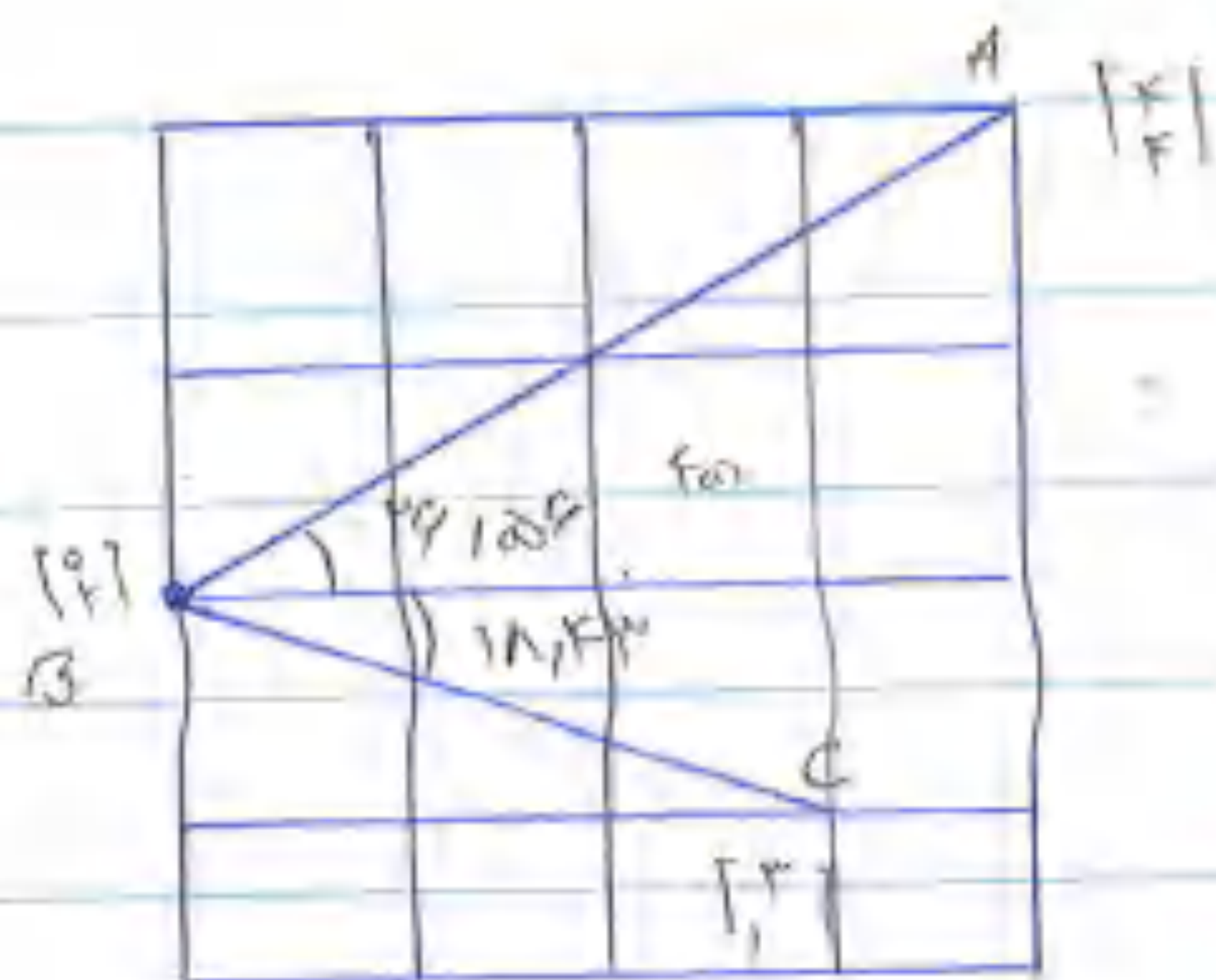
or solve this

۳۹ - نقطه‌ای با مختصات (x, y) در صفحه مختصات قرار دارد و از دو نقطه $A(1, -1)$ و $B(0, 2)$ به گونه‌ای که $AC = BC$ باشد، x را بیابید.

$$AC = \sqrt{(x-1)^2 + (-1-y)^2} \quad BC = \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} \quad C(x, y) \text{ - نقطه دلخواه}$$

$$AC = BC \quad x^2 - 5x + 9 + 1 = x^2 - 10x + 10 + y^2 \quad -5x + 10 = -10x + 19$$

$$10x - 5x = 19 - 10 \quad 5x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{5}$$



مختصات نقطه $C(x, y) = (9/5, 1)$

$$m = \frac{y-2}{x-0} = \frac{1-2}{9/5-0} = \frac{-1}{9/5} = -\frac{5}{9}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \alpha$$

$$m = \frac{y-1}{x-1} = \frac{1-1}{9/5-1} = \frac{0}{4/5} = 0$$

$$\tan \gamma = \frac{1}{4} \Rightarrow \gamma$$

$$AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \Rightarrow AB = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow BC = \sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow AC = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \quad BC = AC \quad \text{(نقطه دلخواه)} \\ A = 90^\circ$$

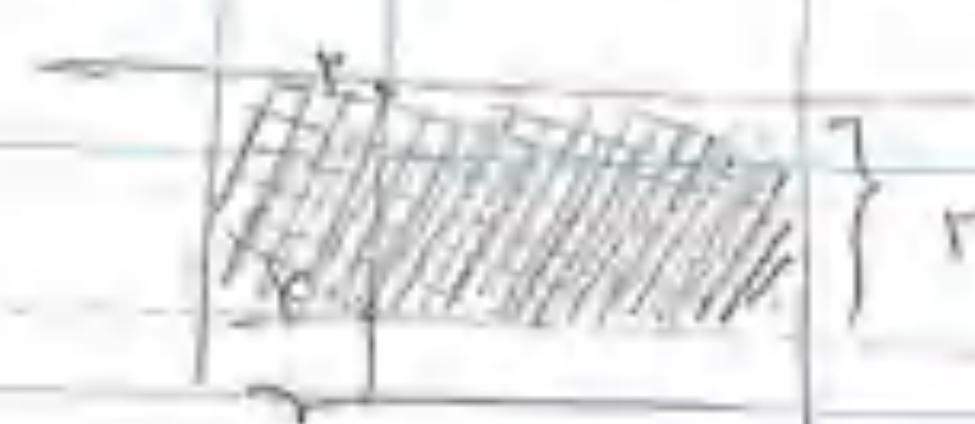
$$\Rightarrow \hat{A} = 90^\circ \quad B = C = 45^\circ$$

۴۱ - سطح مجموعه نقاطی که در این مجموعه است، به دست آوریم.

$$\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, -1 < x < 1, -1 < y < 1\}$$

$$(0, -1), (1, -1), (1, 0)$$

$$S = 1 \times 1 = 1$$



۴۲ - معادله خطی که از دو نقطه می‌گذرد:

$$(-1, 0) \text{ و } (0, 1) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 0}{0 - (-1)} = \frac{1}{1} = 1$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y = 1(x + 1) \Rightarrow y = x + 1$$

$$m = 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{1} \quad (0, 1) \quad y - 1 = -\frac{1}{1}(x - 0)$$

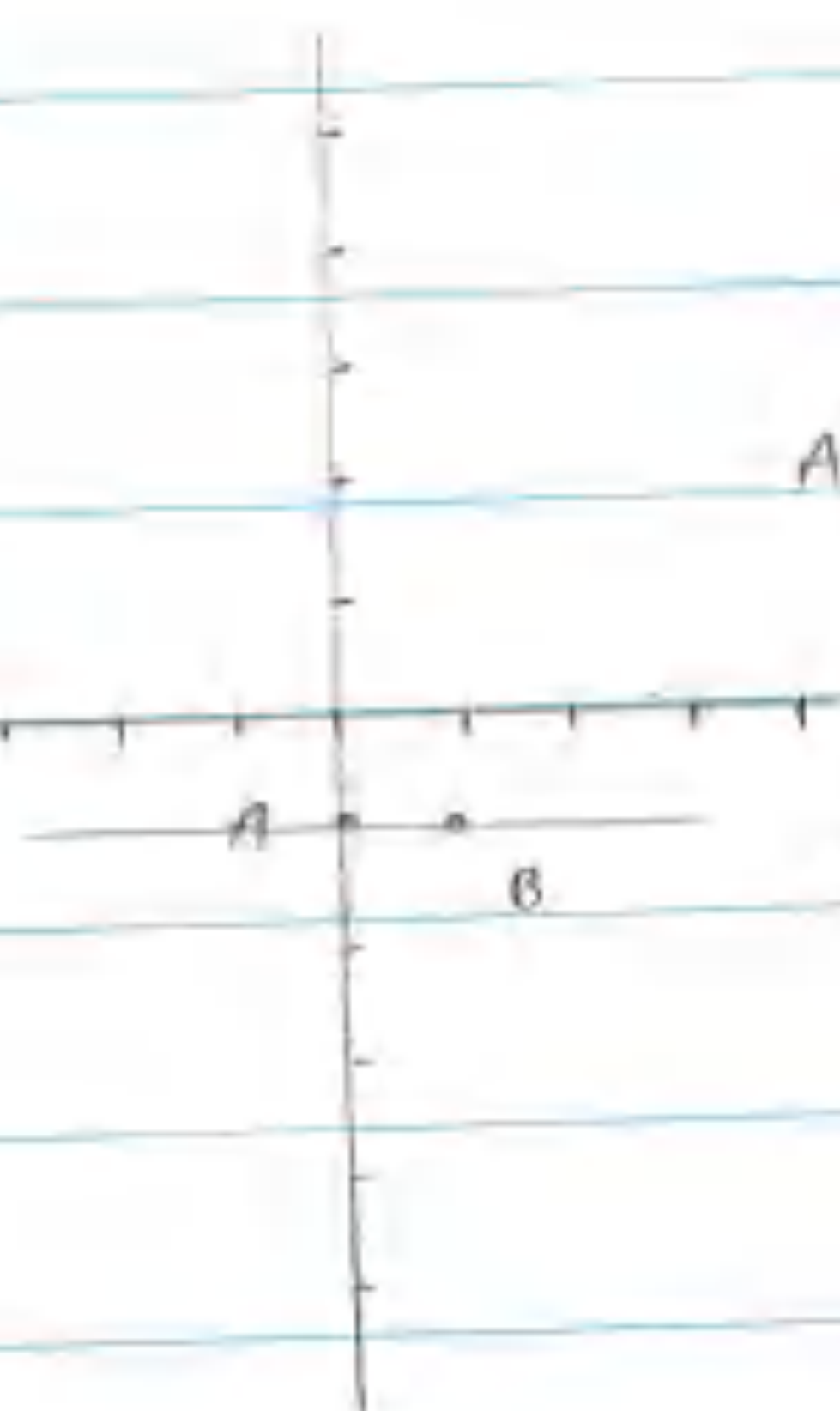
$$\Rightarrow \text{دستگاه معادلات} \quad y - 1 = -\frac{1}{1}x \Rightarrow y = -\frac{1}{1}x + 1$$

$$m = -\frac{1}{1} \quad \left(\frac{1}{2}, 0\right) \Rightarrow y = -\frac{1}{1}\left(x - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = -\frac{1}{1}x + \frac{1}{2}$$

۴۳ - معادله خطی که از دو نقطه می‌گذرد: $3x + 4y = 12$

$$3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

$$-3x + 4y = 12 \Rightarrow y = 3$$



$$xy + x - y - 2 = 0 \quad \text{محل تقاطع} \quad FF$$

$$A(0, -1) \quad x=0 \quad -y-2=0 \Rightarrow y=-2$$

$$x=1 \quad y+1-y-2=-y-1=0$$

$$B(1, -1) \quad y+1=0 \Rightarrow y=-1$$

۲ - معادله خط هاست در صورتی

$$(0, \infty) \cup (1, \infty) \quad m = \frac{\infty - 0}{0 - 1} = \frac{\infty}{-1} = -\infty$$

$$y = -\frac{\infty}{1} (x - 1) \Rightarrow y = -\frac{\infty}{1} x + \infty$$

$$m'' = \frac{1}{\infty} \quad (-2, \infty) \quad y = \frac{1}{\infty} (x + 2) \Rightarrow y = \frac{1}{\infty} x + \frac{2}{\infty}$$

$$y = \frac{17}{\infty} \quad x=0 \Rightarrow y = \frac{17}{\infty}$$

$$\Lambda \begin{cases} \Lambda y = -\infty x + F_0 \end{cases}$$

$$7Fy = -F_0 x + 17F_0$$

$$\Lambda^9 y = F_0$$

$$\omega \begin{cases} \omega y = \Lambda x + 17 \end{cases} \Rightarrow$$

$$17\omega y = F_0 x + \Lambda_0$$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow y = \frac{F_0}{\Lambda^9}$$