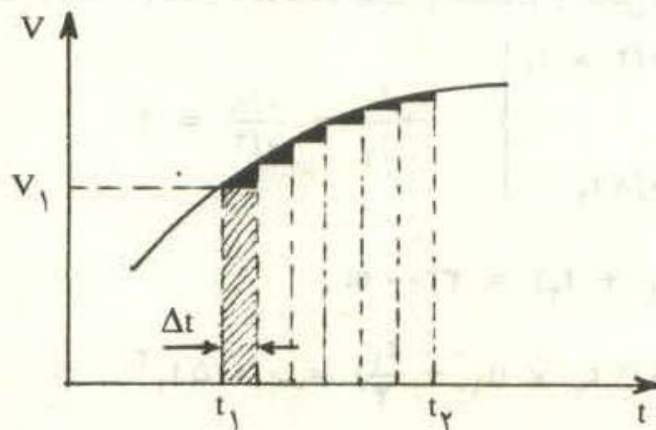


پاسخ مسئله‌ها

۱ - ساده‌ترین راه حل این مسئله استفاده از نمودار سرعت - زمان است. فرض کنید تغییرات سرعت متحرکی که روی یک خط راست حرکت می‌کند، نسبت به زمان مطابق با شکل (۸-۷) باشد. در لحظه t_1 ، سرعت متحرک v_1 است و به تدریج زیادتر می‌شود. اگر از تغییر سرعت در مدت کوتاه Δt چشم‌پوشیم، در این مدت جابه‌جایی متحرک چنین است.

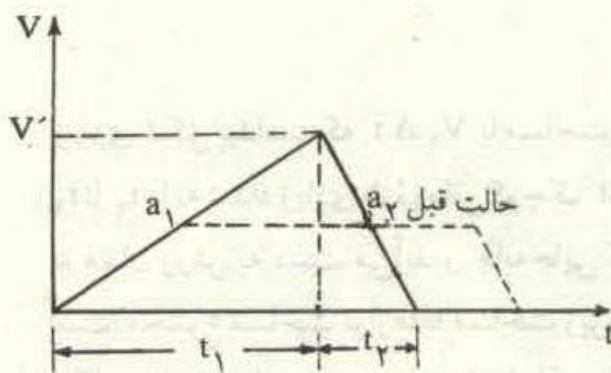
$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta x = v_1 \Delta t$$

از روی شکل پیدا است که $v_1 \Delta t$ با مساحت نوار هاشور خورده برابر است. اگر بازه زمانی t_1 تا t_2 را به تعداد زیادی بازه زمانی کوچک Δt تقسیم کنیم، جابه‌جایی در هر یک از Δt ها به همان روش به دست می‌آید و جابه‌جایی کل برابر با مجموع مساحت نوارهای مشابه است. مجموع مساحت نوارها با مساحت زیر نمودار سرعت - زمان تفاوت کمی دارد که در شکل سیاه شده است. هر چه Δt ها را کوچکتر کنیم، تفاوت مساحت زیر نمودار، با مجموع مساحت نوارها کمتر شده و در حد یکی خواهند شد. بنابراین جابه‌جایی یک متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، با مساحت زیر نمودار سرعت زمان در آن بازه برابر است.

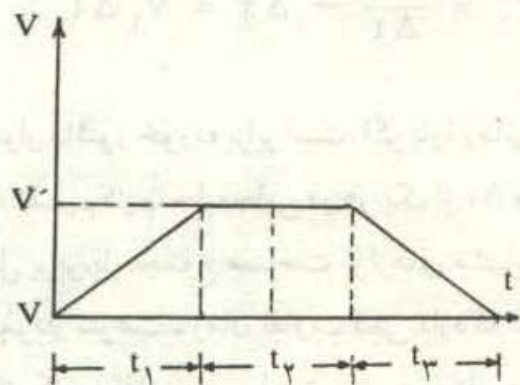


شکل (۸-۷)

فرض کنید قطار مورد نظر به مدت t_1 شتاب گرفته و سرعتش به V می‌رسد، سپس به مدت t_2 با این سرعت به‌طور یکنواخت حرکت می‌کند و پس از آن ترمز کرده و پس از مدت t_3 متوقف می‌شود. نمودار سرعت-زمان حرکت این قطار در شکل (۷-۹) رسم شده است. شیب نمودار در مدت t_1 شتاب تند شونده قطار و شیب نمودار در مدت t_3 ، شتاب کند شونده قطار به علت ترمز است. با توجه به توضیحاتی که داده شد، مساحت زیر نمودار برابر با جابه‌جایی قطار است که در این حالت یا مسافت طی شده برابر است. در این صورت مدت زمانی که قطار فاصله $3/2$ km را که برابر با مساحت ذوزنقه است، پیموده برابر با $t = t_1 + t_2 + t_3$ است. اگر بخواهیم مدت زمان t کمترین مقدار باشد، باید ذوزنقه به مثلثی با همان مساحت تبدیل شود، یعنی قاعده کوچک آن صفر شود.



شکل (۷-۱۰)



شکل (۷-۹)

این حالت در شکل (۷-۱۰) نشان داده شده است. با استفاده از شکل (۷-۱۰) داریم:

$$\left. \begin{aligned} V' &= a_1 t_1 = 0/2 \times t_1 \\ V' &= a_2 t_2 = 0/8 t_2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{0/8}{0/2} = 4$$

$$S = \frac{1}{2} V' \times (t_1 + t_2) = 3200 \text{ m}$$

$$3200 = \frac{1}{2} \times 0/2 t_1 \times \left(t_1 + \frac{t_1}{4}\right) = 0/125 t_1^2$$

$$t_1 = 160 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{t_1}{4} = \frac{160}{4} = 40 \text{ s}$$

$$t = t_1 + t_2 = 160 + 40 = 200 \text{ s}$$

۲- در دمای $T_0 = 273 \text{ K}$ ، چگالی جیوه و ارتفاع آن در لولهٔ هواسنج را ρ_0 و h_0 فرض می‌کنیم. در دمای $T = 290 \text{ K}$ چگالی جیوه را ρ و ارتفاع آن را h فرض می‌کنیم. اگر لولهٔ شیشه‌ای هواسنج در اثر تغییر دما منبسط نمی‌شود، چون فشار هوا ثابت است، رابطهٔ زیر برقرار بود.

$$\rho_0 g h_0 = \rho g h \quad (1-7)$$

ولی لولهٔ شیشه‌ای نیز به علت تغییر دما منبسط شده است و در نتیجه درجه‌های خط‌کشی شده روی آن بزرگتر شده است. بنابراین h که روی درجه‌های شیشه خوانده شده است، از مقدار واقعی کمتر است.

اگر واحد درجه‌بندی روی شیشه l_0 (مثلاً 1 cm) باشد، در دمای T ، این واحد چنین است.

$$l = l_0 (1 + \lambda \Delta T) \quad (2-7)$$

از رابطهٔ (۲-۷) پیداست که ارتفاع ستون جیوه با ضریب $(1 + \lambda \Delta T)$ کمتر خوانده شده است. اگر در دمای T ارتفاع ظاهری ستون جیوه را h' و ارتفاع واقعی آن را h بنامیم داریم:

$$h = h' (1 + \lambda \Delta T) \quad (3-7)$$

با استفاده از رابطه‌های (۱-۷) و (۳-۷) داریم:

$$\rho_0 g h_0 = \rho g h' (1 + \lambda \Delta T)$$

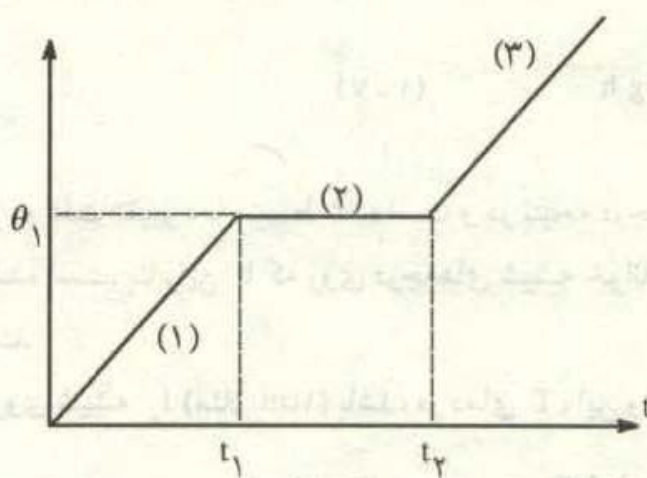
$$\rho_0 h_0 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \Delta T} h' (1 + \lambda \Delta T)$$

$$76 = \frac{1}{1 + 17\alpha} \times 76/22 (1 + 17 \times 9 \times 10^{-6})$$

$$76 + 1292\alpha = 76/22 + 11/7 \times 10^{-3}$$

$$\alpha = 17 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

۳- نمودار تغییرات دمای جسم نسبت به زمان در شکل (۷-۱۱) نشان داده شده است. الف - در شاخه (۱) نمودار، دمای جسم با گرفتن انرژی زیاد شده است. این کار تا رسیدن جسم به دمای $\theta_1 = 120^\circ\text{C}$ ادامه یافته است. در شاخه (۲) نمودار، جسم با گرفتن انرژی گرمایی، تغییر دما نداده است، بلکه انرژی گرمایی صرف تغییر حالت جسم از جامد به مایع شده است. در شاخه (۳) نمودار، دمای جسم با گرفتن انرژی بالا رفته است. جسم در این قسمت به صورت مایع است.



شکل (۷-۱۱)

ب- گرمای ویژه جسم را در حالت جامد C_s و در حالت مایع C_l و گرمای نهان ذوب را L و توان منبع گرما را P می‌گیریم. در فاصله زمانی ۰ تا ۱۶ دقیقه داریم:

$$(16 \times 60) P = m C_s \Delta \theta_1 = m C_s (120 - 20) = 100 m C_s \quad (4-7)$$

در فاصله ۱۶ دقیقه تا ۳۲ دقیقه داریم:

$$(16 \times 60) P = m L = 80 m \quad (5-7)$$

در فاصله زمانی ۳۲ دقیقه تا ۴۰ دقیقه داریم:

$$(8 \times 60) P = m C_l \Delta \theta_2 = m C_l (200 - 120) = 80 m C_l \quad (6-7)$$

از تقسیم دو طرف رابطه (۷-۴) بر دو طرف رابطه (۷-۵) داریم:

$$\frac{960 P}{960 P} = \frac{100 m C_s}{80 m} \rightarrow C_s = \frac{80}{100} = 0.8 \text{ J/g}^\circ\text{C}$$

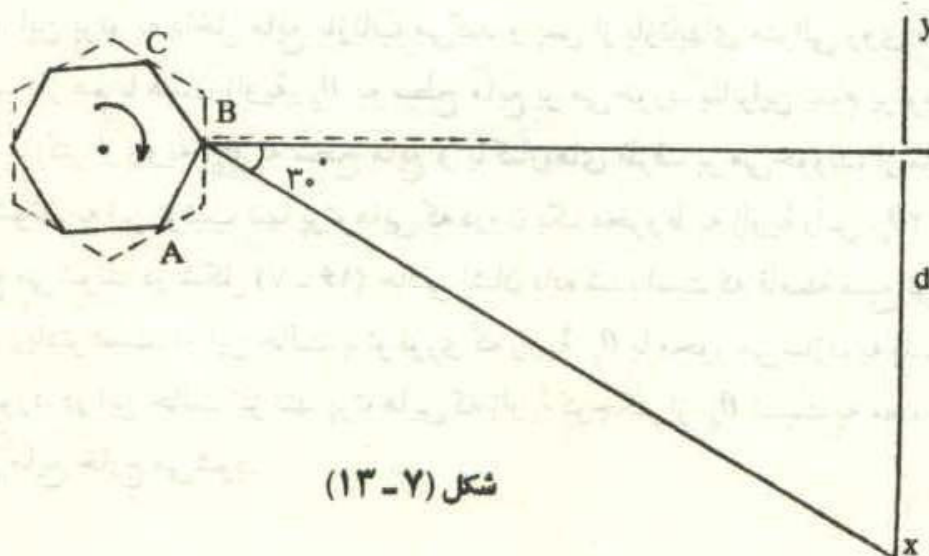
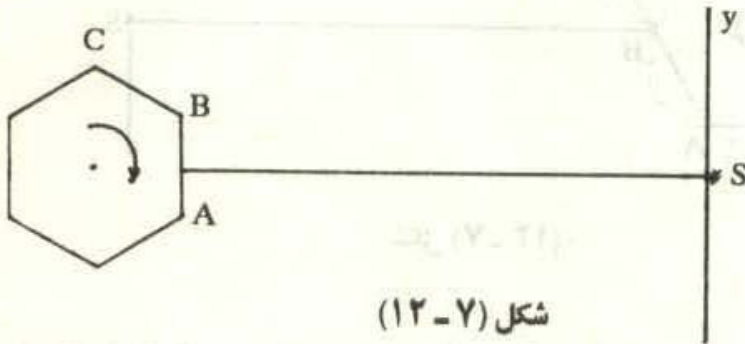
از تقسیم دو طرف رابطه (۶-۷) بر دو طرف رابطه (۵-۷) داریم:

$$\frac{480 \text{ p}}{960 \text{ p}} = \frac{80 \text{ m } C_1}{80 \text{ m}} \rightarrow C_1 = 0.5 \text{ J/g } ^\circ\text{C}$$

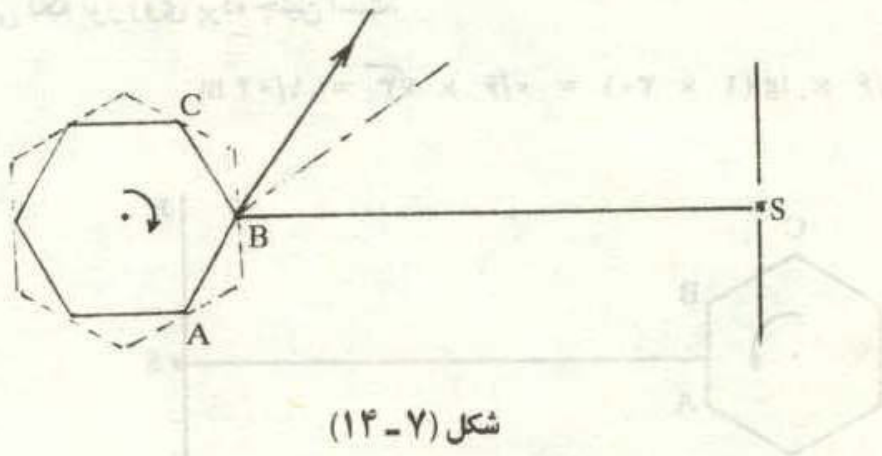
۴- هنگامی که منشور مطابق شکل (۷-۱۲) شروع به گردش می‌کند. محل برخورد نور به وجه A B از وسط صفحه به کناره B نزدیک می‌شود. در این مدت خط عمود بر سطح آینه و در نتیجه نور باز تابیده نیز می‌چرخد و لکه نورانی روی پرده به طرف x روی آن جابه‌جا می‌شود. هنگامی که منشور به اندازه‌ای چرخیده است که نور به کناره B از وجه A B می‌خورد، خط عمود بر صفحه آینه به اندازه 30° نسبت به شروع چرخش، گشته است (به شکل (۷-۱۳) نگاه کنید) در نتیجه نور باز تابیده به اندازه دو برابر، یعنی 60° می‌چرخد و لکه نورانی روی پرده جابه‌جا می‌شود.

جابه‌جایی لکه نور روی پرده چنین است:

$$d_x = 0.6 \times \text{tg}(2 \times 30) = 0.6 \times \sqrt{3} = 1.04 \text{ m}$$

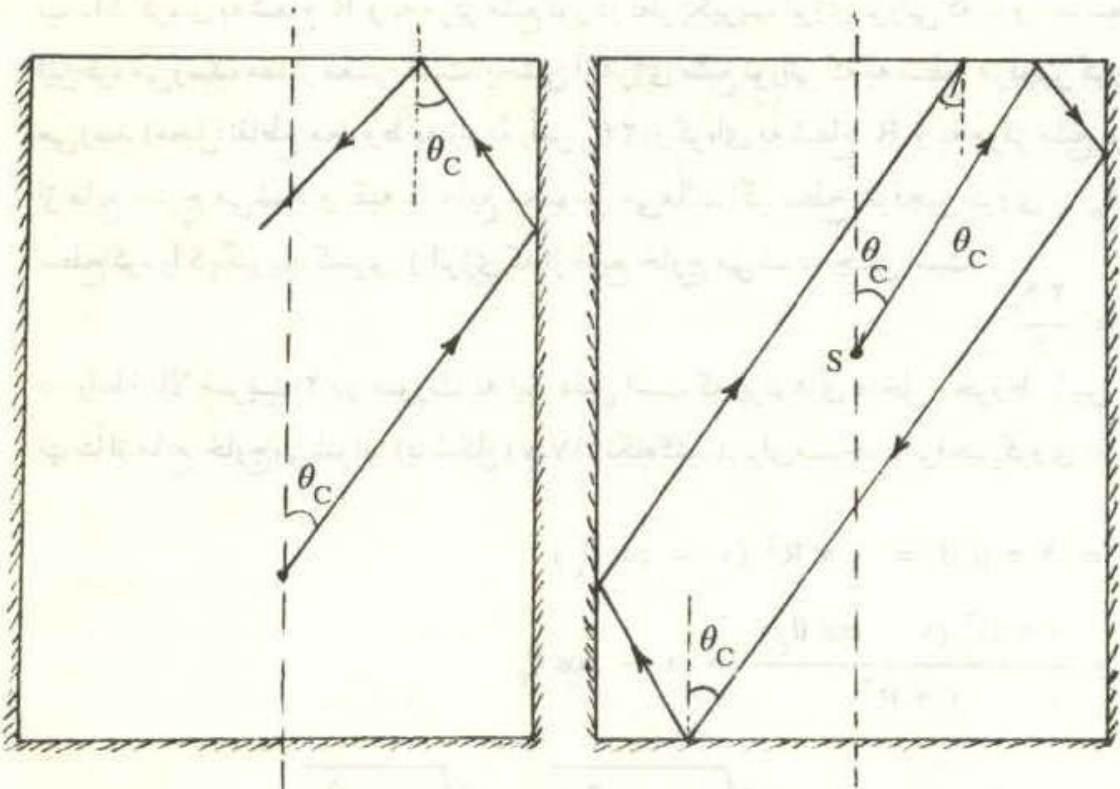


اگر آینه مقدار کمی به چرخد به طوری که باریکه نور به کناره B از وجه BC برخورد کند، خط عمود بر آینه نسبت به شروع چرخش، به اندازه 30° نسبت به شروع چرخش ولی در جهت مخالف گشته است. (به شکل (۷-۱۴) نگاه کنید). در نتیجه نور بازتابیده به اندازه زاویه 60° در جهت مخالف می چرخد و لکه نورانی در طرف Y روی پرده جابه جا می شود. در این حالت حداکثر جابه جایی روی پرده و در طرف Y وجود دارد. و مقدار آن همان $d_y = 1/04 \text{ m}$ است. با چرخش آینه، زاویه تابش کم شده و لکه نورانی به طرف وسط پرده آمده و سپس در طرف دیگر پرده جابه جا می شود. بنابراین لکه نورانی روی پرده از یک طرف و به فاصله $1/04 \text{ m}$ از روزنه به تدریج به طرف دیگر آن و تا $1/04 \text{ m}$ جابه جا می شود و ناگهان به نقطه اول برمی گردد. اگر منشور به اندازه کافی سریع به چرخد، یک خط نورانی ثابت به طول $2/08 \text{ m}$ روی پرده مشاهده می شود.



شکل (۷-۱۴)

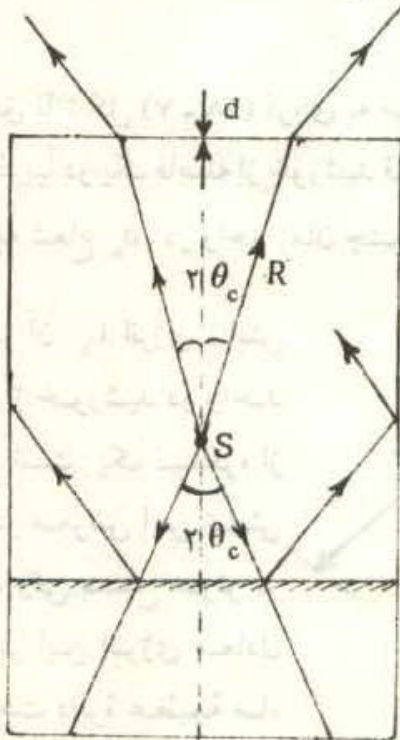
۵- در شکل (۷-۱۵) یک پرتو نور که با زاویه حد θ_c به سطح مایع بر می خورد نشان داده شده است. این پرتو به داخل مایع بازتاب می کند و پس از بازتابهای متوالی روی دیواره های ظرف، باز هم با همان زاویه θ_c به سطح مایع بر می خورد. بنابراین تمام پرتوهایی که با زاویه بزرگتر از زاویه θ_c به سطح مایع و یا کناره های ظرف بر می خورند، از مایع خارج نمی شوند. به این ترتیب تنها پرتوهایی که درون یک مخروط به زاویه رأس $2\theta_c$ قرار دارند خارج می شوند. در شکل (۷-۱۶) حالتی نشان داده شده است که فاصله منبع نور از سطح مایع، زیادتر است. در این حالت پرتو نوری که زاویه θ_c با محور می سازد، به بدنه ظرف بر می خورد. در این حالت نیز تنها پرتوهایی که زاویه کوچکتر از θ_c نسبت به محور دارند، از سطح مایع خارج می شود.



شکل (۷-۱۶)

شکل (۷-۱۵)

در شکل (۷-۱۷) پرتوهایی که از مایع خارج می‌شوند، نشان داده شده است.



شکل (۷-۱۷)

الف - منبع نور در هر جای از محور استوانه باشد، تمام پرتوهایی که درون یک مخروط باشند از سطح مایع خارج می‌شوند و چون زاویه رأس این مخروط همواره $2\theta_c$ است، کسری از انرژی منبع نورانی که از سطح مایع خارج می‌شود، به فاصله منبع نور از سطح مایع بستگی ندارد.

ب- اگر کره‌ای به شعاع R و به مرکز منبع نور در نظر بگیریم، انرژی نورانی که به واحد سطح این کره می‌رسد، مقدار معینی است. بخشی از انرژی منبع نورانی که به سطح عرقچین کروی می‌رسد (محل تقاطع مخروط به زاویه رأس θ_c و کره‌ای به شعاع R و به مرکز منبع نور) از مایع خارج می‌شود و بقیه در مایع محبوس می‌ماند. اگر سطح عرقچین کروی را S_0 و سطح کره را S بگیریم، کسری از انرژی که از مایع خارج می‌شود، چنین است.

$$\eta = \frac{S_0}{S}$$

در رابطه بالا ضریب η در صورت به این دلیل است که پرتوهای داخل مخروط پایین نیز نهایتاً از مایع خارج می‌شوند. (به شکل (۷-۱۷) نگاه کنید). برای مساحت عرقچین کروی داریم:

$$S_0 = 2\pi R d = 2\pi R^2 (1 - \cos \theta_c)$$

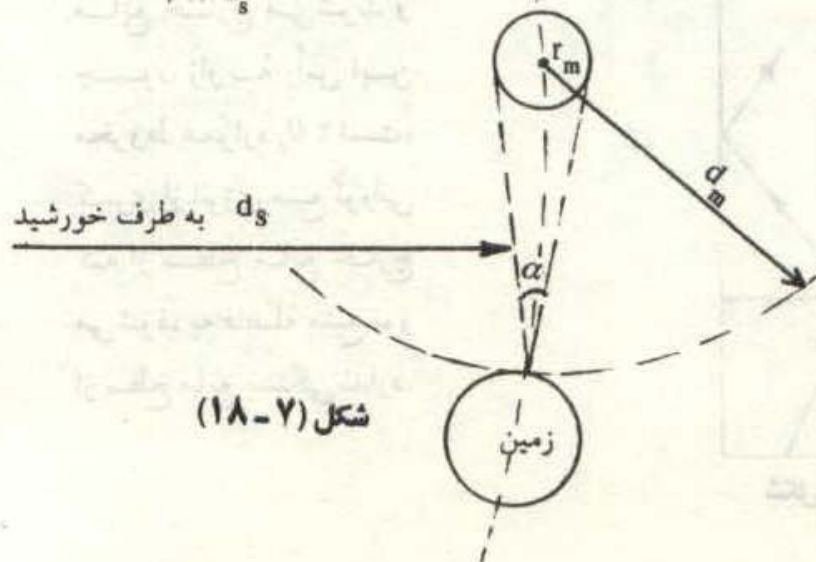
$$\eta = \frac{4\pi R^2 (1 - \cos \theta_c)}{4\pi R^2} = 1 - \cos \theta_c$$

$$\sin \theta_c = \frac{1}{n} \rightarrow \cos \theta_c = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_c} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}$$

$$\eta = 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}$$

۶- مطابق با شکل (۷-۱۸) کره‌ای به مرکز خورشید به نحوی رسم می‌کنیم که از زمین و ماه که تقریباً در یک فاصله از خورشید قرار دارند، بگذرد. انرژی رسیده به هر واحد سطح از این کره به شعاع d_s ، در واحد زمان چنین است.

$$f_s = \frac{L_s}{4\pi d_s^2}$$



شکل (۷-۱۸)

که در آن L_s انرژی تابش شده از خورشید در واحد زمان است. یک نیمکره از ماه در معرض این تابش است ولی سطح موثر در برابر این انرژی معادل مساحت دایره عظیمه ماه

یعنی πr_m^2 دست که r_m شعاع ماه است. بنابراین انرژی دریافتی توسط یک نیمکره ماه چنین است.

$$L_m = \pi r_m^2 f_s$$

این انرژی از سطح نیمکره ماه باز می‌تابد. اگر ضریب بازتاب ماه η باشد، برای روشنایی ظاهری ماه داریم:

$$f_m = \frac{\eta L_m}{2\pi d_m^2} = \frac{\eta \pi r_m^2 f_s}{2\pi d_m^2}$$

$$\frac{f_m}{f_s} = \frac{\eta}{\Lambda} \left(\frac{r_m}{d_m} \right)^2$$

از شکل پیدا است که $\frac{r_m}{d_m}$ همان بزرگی زاویه‌ای ماه از زمین (برحسب رادیان) است.

$$\alpha = 0.5^\circ = \Lambda/\sqrt{\Lambda} \times 10^{-3} \text{ Rad}$$

$$\eta = \frac{f_m}{f_s} \times \frac{\Lambda}{\alpha^2} = 2 \times 10^{-6} \times \frac{\Lambda}{\Lambda/\sqrt{\Lambda} \times 10^{-6}} = 0.21$$

۷- الف - با توجه به تعریف شدت جریان داریم:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \rightarrow \Delta Q = I \Delta t$$

ب - با افزایش بار صفحه‌های خازن، اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها افزایش می‌یابد. داریم:

$$V = \frac{Q}{C} \rightarrow \Delta V = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{I \Delta t}{C} = \frac{I \Delta t}{\epsilon_0 A} d$$

$$E = \frac{V}{d} \rightarrow \Delta E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{I \Delta t}{\epsilon_0 A}$$

ج - از رابطه بالا داریم:

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{I}{\epsilon_0 A}$$

۸ - مدار مورد نظر قبل از بستن کلید K در شکل (۷-۱۹) نشان داده شده است. دو خازن

C_1 به طور متوالی به هم بسته شده و ظرفیت معادل آن چنین است.

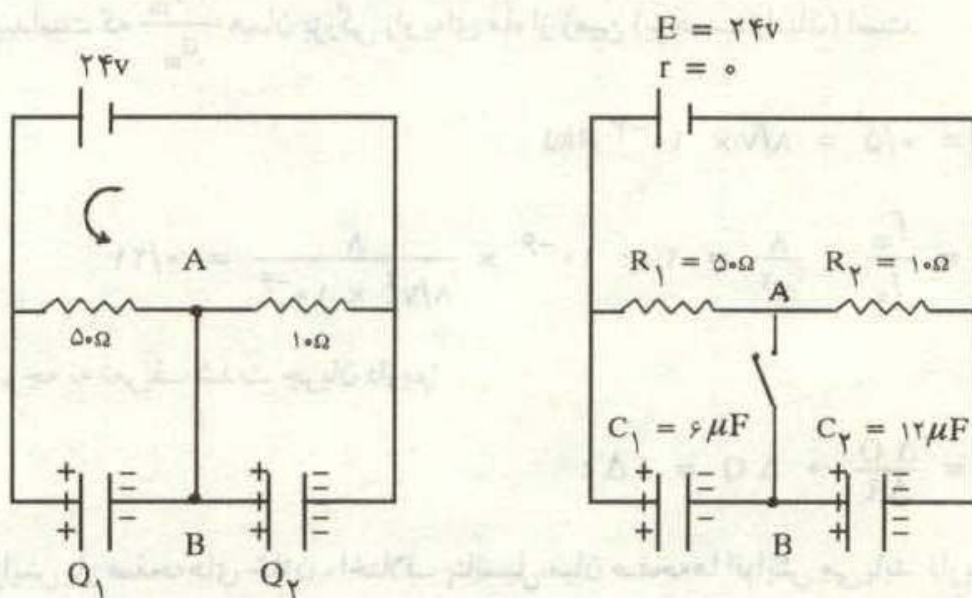
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4 \mu F$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن معادل برابر با $24 V$ است. پس بار خازن معادل و در نتیجه بار هر کدام از خازنها چنین است.

$$Q = CV = 4 \times 10^{-6} \times 24 = 96 \times 10^{-6} \text{ Coul}$$

مدار پس از بستن کلید K در شکل (۷-۲۰) نشان داده شده است.



شکل (۲۰-۷)

شکل (۱۹-۷)

$$E = I(R_1 + R_2)$$

$$I = \frac{24}{50 + 10} = 0.4 A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 و خازن C_1 برابر بوده و داریم:

$$V_{R_1} = V_{C_1} = IR_1 = 0.4 \times 50 = 20 V$$

$$Q_1 = C_1 V_{C_1} = 6 \times 10^{-6} \times 20 = 120 \times 10^{-6} \text{ Coul}$$

جریان مدار چنین است.

دو سر مقاومت R_7 و خازن C_7 نیز اختلاف پتانسیل برابر دارند و داریم:

$$V_{R_7} = V_{C_7} = IR_7 = 0/4 \times 10 = 4 \text{ V}$$

$$Q_7 = C_7 V_{C_7} = 12 \times 10^{-6} \times 4 = 48 \times 10^{-6} \text{ C}$$

مجموع بار الکتریکی روی دو صفحه خازن که در دو طرف نقطه B قرار دارند، قبل از بستن کلید چنین است.

$$Q_1 = -96 \times 10^{-6} + 96 \times 10^{-6} = 0$$

پس از بستن کلید، مجموع بار روی این دو صفحه چنین است.

$$Q_7 = -120 \times 10^{-6} + 48 \times 10^{-6} = -72 \times 10^{-6} \text{ C}$$

بنابراین -72×10^{-6} کولن بار الکتریکی از راه کلید به طرف نقطه B آمده است. چون بنابه قرارداد، جهت جریان جهت حرکت بار مثبت است، پس جهت جریان از B به طرف A می‌باشد. ۹- الف - قبل از بستن کلید جریان الکتریکی مدار صفر است. پس از بستن کلید جریان الکتریکی در مدار به وجود می‌آید و این جریان در سیم پیچ میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. چون میدان مغناطیسی و در نتیجه شار مغناطیسی که از سیم پیچ می‌گذرد، تغییر کرده است، پس در سیم پیچ نیروی محرکه القایی به وجود می‌آید.

ب - نیروی محرکه القا شده در سیم پیچ از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$E = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \quad (7-7)$$

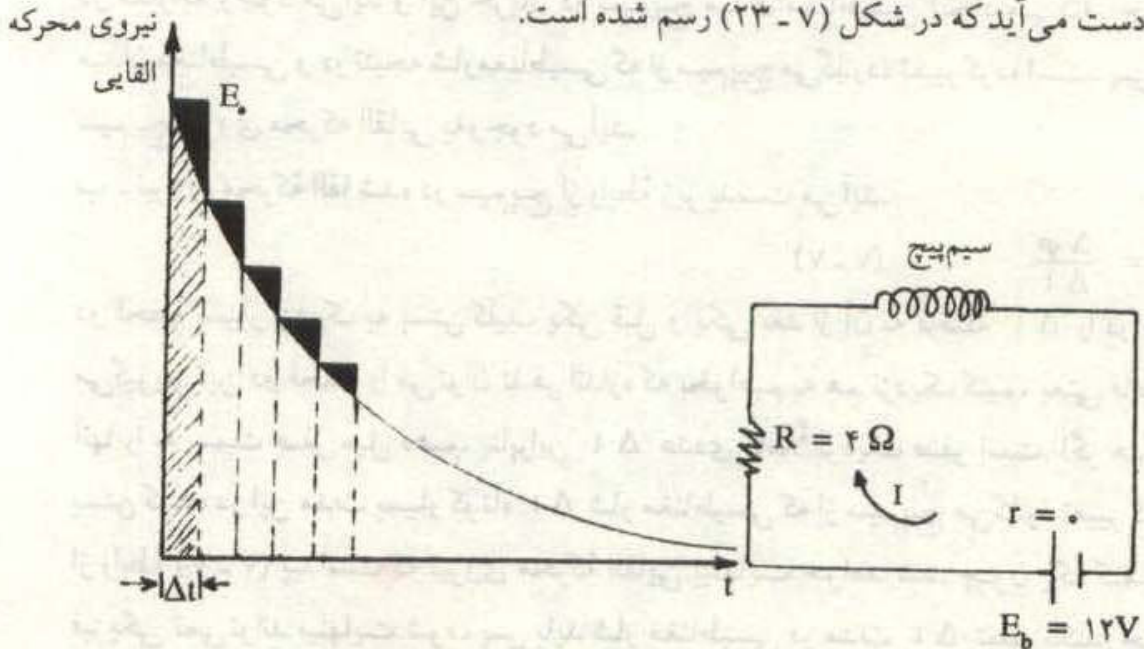
دو لحظه بسیار نزدیک به بستن کلید، یکی قبل و یکی بعد از آن به فاصله Δt را در نظر می‌گیریم. این دو لحظه را می‌توان تا هر اندازه که بخواهیم به هم نزدیک کنیم، یعنی فاصله آنها را به سمت صفر میل دهیم. بنابراین Δt عددی کاملاً نزدیک صفر است. اگر هنگام بستن کلید، در این مدت بسیار کوتاه Δt شار مغناطیسی که از سیم پیچ می‌گذرد تغییر کند، از رابطه (7-7) پیداست که نیروی محرکه القایی بینهایت خواهد شد. چون یک کمیت فیزیکی نمی‌تواند بینهایت شود، پس باید شار مغناطیسی در مدت Δt تغییر نکند. چون قبل از بستن کلید شار مغناطیسی صفر بوده، بلافاصله پس از آن نیز باید $\varphi = 0$ باشد. چون φ با I متناسب است، پس در لحظه بستن کلید I نیز صفر خواهد بود. با توجه به شکل (7-21) داریم:

$$E_b = RI + E \quad I = 0 \rightarrow E_b = E_0 = 12V$$

(t=0)

ج - از رابطه (۷-۷) داریم: $\Delta \varphi = E \Delta t$ (۸-۷)

در مدت کوتاه Δt پس از بستن کلید با توجه به رابطه (۸-۷) شار مغناطیسی به اندازه $E \Delta t$ تغییر می‌کند. این مقدار با مساحت ستون هاشور خورده در شکل (۷-۲۲) برابر است. چون در ابتدا شار مغناطیسی صفر بود، پس با گذشت زمان کوتاه Δt ، شار مغناطیسی همان $E \Delta t$ خواهد بود. با گذشت Δt های متوالی، افزایش شارهایی که با مساحت ستونهایی به پهنای Δt برابر است، خواهیم داشت. پس در هر لحظه شاری که از سیم پیچ می‌گذرد، با مجموع مساحت ستونهای متوالی تا آن لحظه برابر است. این مساحت از مساحت زیر منحنی کمی بیشتر است (مساحت قسمت سیاه شده) ولی هرچه Δt ها کوچکتر شود، این تفاوت کمتر خواهد شد و در حد که Δt به سمت صفر میل کند، این تفاوت از میان می‌رود و شار عبوری از سیم پیچ در هر لحظه، با مساحت زیر منحنی شکل (۷-۲۲) تا آن لحظه برابر خواهد بود. اگر این مساحت را در هر لحظه حساب کنیم و در رابطه $\varphi = 14 I$ قرار دهیم، نمودار تغییرات جریان I بر حسب زمان به دست می‌آید که در شکل (۷-۲۳) رسم شده است.



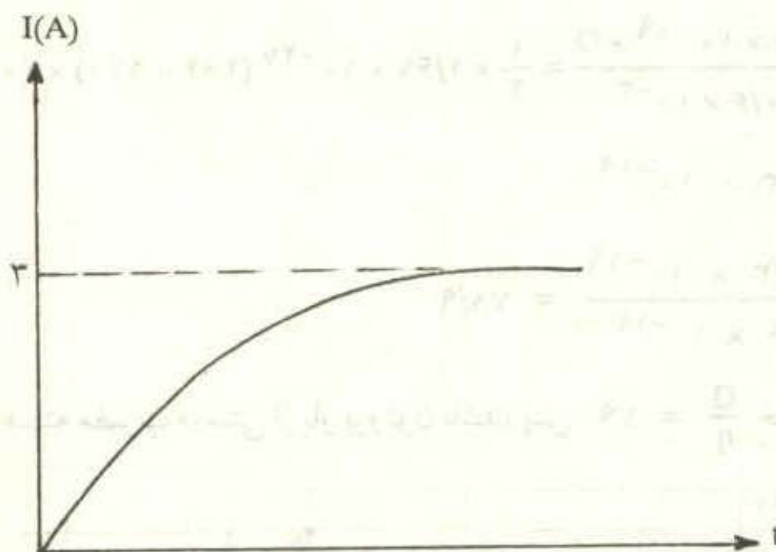
شکل (۷-۲۲)

شکل (۷-۲۱)

د - از شکل (۲۲ - ۷) پیداست که پس از زمان طولانی از بستن کلید، شار مغناطیسی چندان تغییر نمی‌کند (برمساحت زیر منحنی چندان اضافه نمی‌شود) و به همین علت نیروی محرکه القایی صفر خواهد شد. در این حالت با استفاده از شکل (۲۱ - ۷) داریم:

$$E_b = RI - \circ$$

$$I = \frac{E_b}{R} = \frac{12}{4} = 3 \text{ A}$$



شکل (۲۳ - ۷)

۱۰ - هنگامی که پروتون از هسته دور است، می‌توان از انرژی پتانسیل آن چشم پوشید و تنها برای آن انرژی جنبشی در نظر گرفت. از شکل (۲۴ - ۷)، یعنی مسیر پروتون پیداست که در فاصله‌های دور پروتون در فاصله زمانی Δt ، فاصله $\Delta l_1 = 1/1 \text{ mm}$ را طی کرده است. در این حالت سرعت پروتون چنین است.

$$v_1 = \frac{\Delta l_1}{\Delta t} = \frac{1/1 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-6}} = 220 \text{ m/s}$$

هنگامی که پروتون به هسته نزدیک می‌شود، سرعت و در نتیجه انرژی جنبشی اش کمتر شده و در عوض انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد. در نقاط نزدیک به هسته، پروتون در فاصله زمانی Δt ، فاصله $\Delta l_2 = 0/55 \text{ mm}$ را پیموده است. سرعت در این حالت چنین است.

$$v_2 = \frac{\Delta l_2}{\Delta t} = \frac{0/55 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-6}} = 110 \text{ m/s}$$

با توجه به بقای انرژی مکانیکی داریم:

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + E_p$$

$$K \frac{qQ}{r} = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2)$$

در نزدیکترین حالت پروتون به هسته، فاصله پروتون از هسته $r = 0.6 \text{ mm}$ است. پس

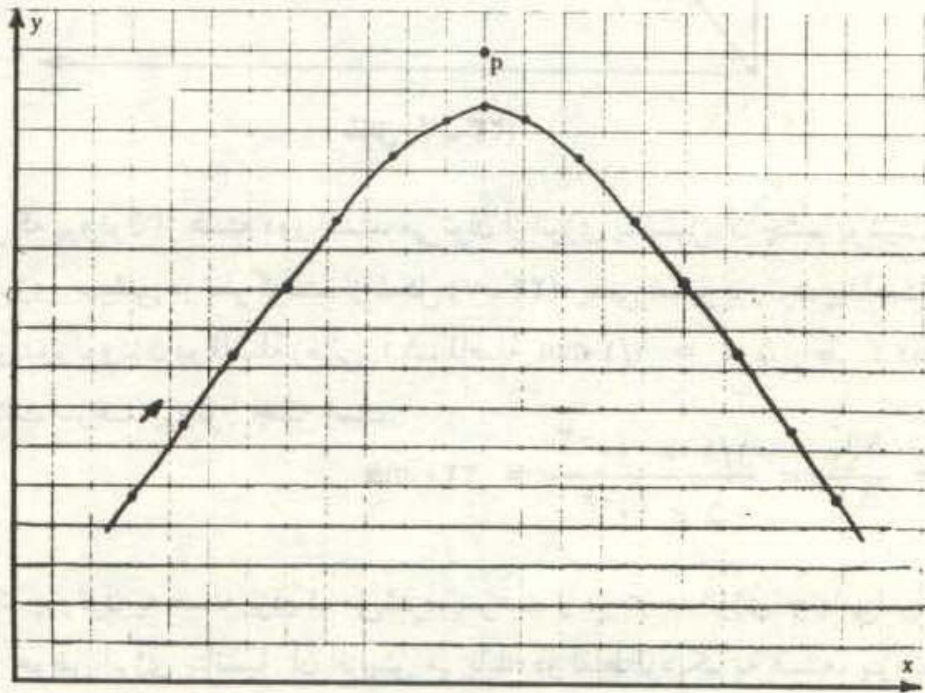
داریم:

$$9 \times 10^9 \frac{1/6 \times 10^{-19} \times Q}{0.6 \times 10^{-3}} = \frac{1}{2} \times 1/67 \times 10^{-27} (484 - 121) \times 10^2$$

$$Q = 126/3 \times 10^{-19}$$

$$\frac{Q}{q} = \frac{126/3 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 78/9$$

چون باید بار هسته مضرب درستی از بار پروتون باشد، پس $\frac{Q}{q} = 79$ خواهد بود.



شکل (۷-۲۴)