

$$AB = BC \Rightarrow \frac{AB}{2} = \frac{BC}{2} \Rightarrow AN = MC$$

$$AN = MC$$

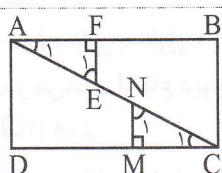
$$\hat{C} = \hat{A} = 60^\circ$$

ضلع مشترک

ض زض

$$\Delta AMC = \Delta ANC \xrightarrow{\text{تناظر اجزا}} AM = NC$$

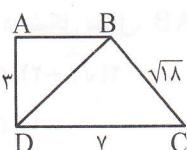
-۱۴



$$\begin{aligned} & \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ & AB \parallel DC \text{ و } AC \text{ مورب} \quad \left. \begin{array}{l} \overline{AE} = \overline{NC} \\ \text{طبق فرض} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه تند}} \Delta AEF = \Delta MNC \end{aligned} \quad -15$$

($\hat{N}_1 = \hat{E}_1$, $\hat{F} = \hat{M}$, $\overline{AF} = \overline{MC}$, $\overline{FE} = \overline{MN}$)

پرسش های چهارگزینه ای



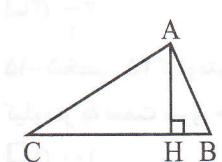
۱- در ذوزنقه قائم الزاویه ABCD اندازه BD کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۲- مساحت مستطیلی که قطرش ۱۲cm و زاویه بین دو قطر آن 60° درجه است برابر است با:

$$42\sqrt{3} \quad (۴) \quad 36\sqrt{3} \quad (۳) \quad 30\sqrt{3} \quad (۲) \quad 24\sqrt{3} \quad (۱)$$

۳- در یک مثلث قائم الزاویه اختلاف (تفاضل) دو زاویه تند برابر 60° میباشد، اگر وتر مثلث ۱۲cm باشد، اندازه ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟

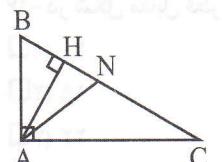


۴ (۱) $3\sqrt{2}$ ۴ (۲) $2\sqrt{2}$ ۴ (۳) 3 ۴ (۴) 4

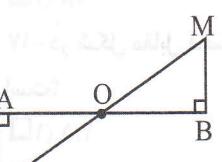
۴- در شکل مقابل $CH = 12$ و $BH = 4$ میباشد، اندازه ضلع AB کدام است؟

۹ (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴)

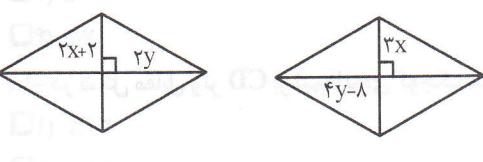
۵- در شکل روبرو AH ارتفاع و AN نیمساز وارد بر وتر است و نسبت زاویه های تند آن ۱ به ۴ میباشد، زاویه بین AH و AN کدام است؟

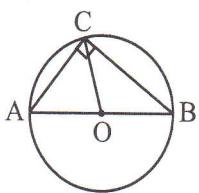
۲۰° (۱) ۲۷° (۲) ۵۴° (۳) ۴۰° (۴)

۶- در شکل مقابل نقطه O وسط MN است. دو مثلث AON و MOB به کدام حالت با هم برابرند؟

(۱) (ض زض) (۲) وتر و یک زاویه تند (۳) وتر و یک ضلع (۴) (ز ض ز)

۷- در شکل مقابل دو لوزی هم نهشت هستند. محیط این لوزی ها چقدر است؟

۶۰ (۱) ۳۶ (۲) ۴۰ (۳) ۵۲ (۴)



- ۸- محیط یک لوزی ۹۶ سانتیمتر و مجموع قطرهای آن ۵۲ سانتیمتر است. مساحت لوزی کدام است؟

۱۰۰) ۴

۹۵) ۳

۹۰) ۲

۸۰) ۱

- ۹- در شکل مقابل $\hat{B} = 30^\circ$ و $r = 1$ می‌باشد، طول BC برابر است با:

۲۲) $\sqrt{2}$ ۳۴) $\sqrt{3}$ ۸) $\sqrt{2}$ ۹) $\sqrt{3}$

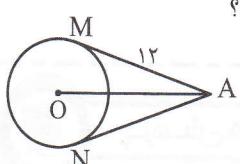
- ۱۰- نزدیکی به طول X به دیواری تکیه دارد. طول سایه‌ی آن روی زمین ۳ متر است. اگر نزدیکی یک متر لیز بخورد، سایه‌ی آن ۵ متر می‌شود، ارتفاع دیوار برابر است با:

۱۰) ۴

۹) ۳

۹/۵) ۲

۸) ۱



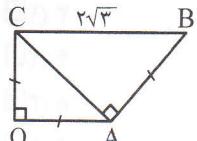
- ۱۱- در شکل مقابل از نقطه‌ی A دو مماس بر دایره رسم شده است و $\hat{A} = 60^\circ$ اندازه‌ی OA کدام است؟

۱۴) ۲

۴ $\sqrt{6}$) ۴۷) $\sqrt{48}$

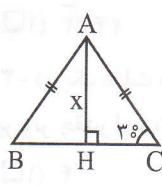
۱۵) ۳

- ۱۲- در شکل مقابل، اگر $OC = OA = AB$ می‌باشد، آنگاه مساحت چهارضلعی OABC کدام است؟

۲+ $\sqrt{8}$) ۲۴ $\sqrt{2}$ +۸) ۴۱) $2(\sqrt{2}+2)$

۱۲) ۳

- ۱۳- در مربعی به ضلع ۴ سانتیمتر فاصله‌ی وسط یک ضلع از قطر مربع چند سانتیمتر است؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{3}$ 

- ۱۴- در شکل مقابل $BC = 6\sqrt{3}$ ، مقدار X برابر است با:

۴) ۲

۱) $\frac{1}{3}$

۳) ۴

۲) $\frac{1}{2}$

- ۱۵- شخصی ۲۵ کیلومتر به سمت جنوب سپس ۱۵ کیلومتر به سمت غرب و بعد از آن ۱۹ کیلومتر به سمت شمال و از آنجا ۷ کیلومتر به سمت شرق حرکت کرده است. اگر اون او از نقطه‌ی شروع چند کیلومتر فاصله دارد؟

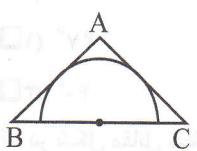
۴۱) ۴

۶۶) ۳

۱۰) ۲

۱۰۰) ۱

- ۱۶- در شکل مقابل قطر نیم‌دایره ۱۰ می‌باشد، با توجه به متساوی‌الساقین بودن $\triangle ABC$ و $\hat{A} = 120^\circ$ اندازه‌ی BC کدام است؟



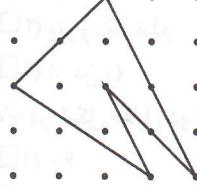
۲۰) ۱

۱۵) ۲

۲۲) ۳

۱۸) ۴

- ۱۷- در شکل مقابل فاصله‌ی افقی و عمودی هر نقطه‌ی کناری خود یک واحد است. مساحت چندضلعی مقابل چقدر است؟



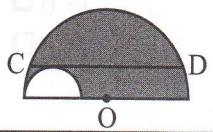
۴/۵) ۱

۶) ۲

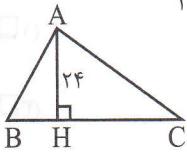
۵) ۳

۷/۵) ۴

- ۱۸- در شکل مقابل وتر CD بر نیم‌دایره کوچک مماس است و $CD = 12$ ، مساحت ناحیه‌ی رنگی برابر است با:

۱۶ π) ۲۲۴ π) ۴۳۶ π) ۱۱۸ π) ۳

۱۹- اندازه‌ی ارتفاع شکل مقابل 24 cm و نسبت دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر روی آن پدید آورده $\frac{9}{16}$ است.



طول وتر کدام است؟

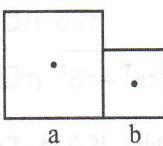
۴۵ (۲)

۴۰ (۱)

۵۵ (۴)

۵۰ (۳)

۲۰- دو مربع در شکل مقابل به ضلع‌های a و b هستند. کوتاه‌ترین فاصله بین مراکز آنها برابر است با:



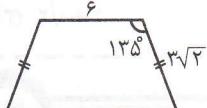
$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} \quad (۲) \quad \square$$

$$\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \quad (۴) \quad \square$$

$$\frac{a+b}{2} \quad (۱) \quad \square$$

$$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2} \quad (۳) \quad \square$$

۲۱- مساحت ذوزنقه‌ی مقابل چقدر است؟



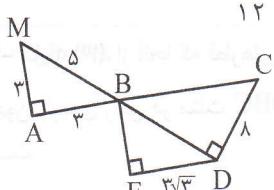
۲۴ (۲)

$18\sqrt{2}$ (۱)

۲۷ (۴)

۳۰ (۳)

۲۲- در دایره‌ای به شعاع R یک لوزی رسم کردایم به گونه‌ای که دو ضلع آن شعاع دایره و دو ضلع دیگرش وترهای دایره باشند، مساحت این لوزی کدام است؟



$$\frac{\pi R^2}{12} \quad (۴) \quad \square$$

$$\frac{R^2\sqrt{3}}{2} \quad (۳) \quad \square$$

$$\frac{\pi R^2}{6} \quad (۲) \quad \square$$

$$R^2\sqrt{3} \quad (۱) \quad \square$$

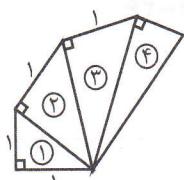
۲۳- در شکل مقابل طول پاره خط AC برابر است با:

۱۴ (۱)

۶ (۲)

۱۲ (۳)

$4+\sqrt{10}$ (۴)



۲۴- در شکل مقابل طول وتر مثلث n ام کدام است؟

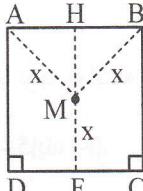
$n+1$ (۲)

n (۱)

$\sqrt{n+1}$ (۴)

\sqrt{n} (۳)

۲۵- شکل مقابل یک مربع به ضلع 10 cm می‌باشد، همچنین نقاط H و F وسطهای دو ضلع AB و CD هستند، مقدار x برابر است با:



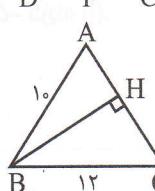
۵/۷۵ (۲)

۶/۲۵ (۱)

۶/۷۵ (۴)

۵/۲۵ (۳)

۲۶- مثلث ABC متساوی الساقین است ($AB = AC$). اندازه‌ی ارتفاع BH کدام است؟



۴/۸ (۱)

۹/۶ (۲)

۷/۲ (۳)

۳/۶ (۴)

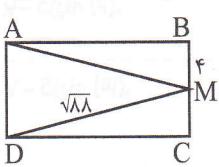
۲۷- در مستطیل مقابل $2AM = 3MC$ است. اندازه‌ی MC کدام است؟

$3\sqrt{2}$ (۲)

$4\sqrt{2}$ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۴)

$8\sqrt{2}$ (۳)



- ۲۸- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع $x, x^2, 2x$ طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟ (۲x وتر است)

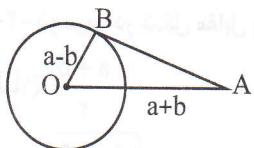
$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

(۱) (۱)

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

(۴) (۳)

- ۲۹- در شکل زیر O مرکز دایره و AB در نقطه‌ی B بر دایره مماس است. اندازه‌ی AB کدام است؟

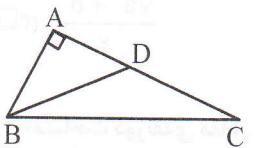


$$2\sqrt{ab} \quad (2)$$

(۱) (۱)

$$4ab \quad (1)$$

$$\sqrt{2a^2 + 2b^2} \quad (3)$$



- ۳۰- در شکل مقابل $\hat{C} = 15^\circ$ و $BD = CD = 2$ است. اندازه‌ی AC کدام است؟

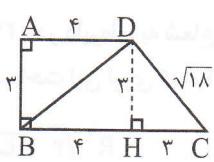
$$2\sqrt{3} \quad (2)$$

(۱) (۱)

$$4\sqrt{3} \quad (4)$$

(۳) (۳)

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای



$$(\sqrt{18})^2 = 3^2 + (HC)^2 \Rightarrow (HC)^2 = 18 - 9 = 9 \Rightarrow HC = 3 \quad (1) \text{ گزینه (۱).}$$

$$(BD)^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BD = 5 \quad (3) \text{ گزینه (۳).}$$

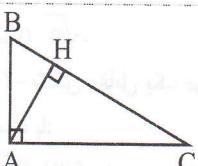
- ۳۱- گزینه (۳). از آنجا که قطرهای مستطیل با هم برابرند و یکدیگر را نصف می‌کنند، پس حتماً $OC = OB$ و $\angle OCB = \angle OBC = 60^\circ$ است مثلث متساوی‌الاضلاع بوده و اندازه‌ی هر سه ضلع ۶ سانتی‌متر است.



$$\text{در } \triangle ABC: (AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \Rightarrow 12^2 = (AB)^2 + 6^2 \Rightarrow (AB)^2 = 144 - 36$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{144} = \sqrt{2 \times 36} \Rightarrow AB = 6\sqrt{3}$$

$$\text{عرض} \times \text{طول} = 6\sqrt{3} \times 6 = 36\sqrt{3} \quad \text{مساحت مستطیل}$$



$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$$

$$\hat{B} - \hat{C} = 6^\circ$$

$$\oplus 2\hat{B} = 150^\circ \Rightarrow \hat{B} = 75^\circ \Rightarrow \hat{C} = 15^\circ$$

با توجه به اینکه ضلع مقابل به زاویه‌ی 15° در مثلث قائم‌الزاویه ربع وتر است در نتیجه $AH = 12 \div 4 = 3$

$$(AB)^2 = BH \times BC \Rightarrow (AB)^2 = 4 \times (4 + 12) = 4 \times 16 = 64 \Rightarrow AB = \sqrt{64} = 8 \quad (4) \text{ گزینه (۴).}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 18^\circ \\ \hline 4 & 72^\circ \\ \hline 5 & 9^\circ \\ \hline \end{array} \times 18 \quad (1) \text{ گزینه (۱).}$$

$$\text{زاویه‌ی بین ارتفاع و نیمساز مثلث قائم‌الزاویه} = \frac{72^\circ - 18^\circ}{2} = \frac{54^\circ}{2} = 27^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OM = ON \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر یک زاویه تند}} \triangle OAN = \triangle OMB \quad (2) \text{ گزینه (۲).}$$

$$3X = 2X + 2 \Rightarrow 3X - 2X = 2 \Rightarrow X = 2 \Rightarrow 3X = 3 \times 2 = 6$$

$$2y = 4y - 8 \Rightarrow 2y - 4y = -8 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow 2y = 2 \times 4 = 8$$

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = \text{محیط لوزی} \Rightarrow 4 \times 10 = 40 = \text{ضلع لوزی}$$

(۳) گزینه (۳).

-۸- گزینه (۱۴). اندازهٔ هر ضلع را a و قطرها را $2x$ و $2y$ فرض می‌کنیم.

$$a = 96 \div 4 = 24 \Rightarrow \text{یک ضلع } x^2 + y^2 = 24^2$$

$$2x + 2y = 52 \Rightarrow x + y = 26$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \Rightarrow 26^2 = 24^2 + 2xy \Rightarrow 676 = 576 + 2xy \Rightarrow 2xy = 100$$

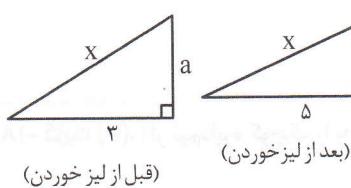
$$\text{لوزی } S = \frac{1}{2} \times (\text{حاصلضرب قطرها}) = \frac{1}{2} \times (2x) \times (2y) = 2xy = 100$$

$$AB = 1+1=2, \hat{A} = 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$$

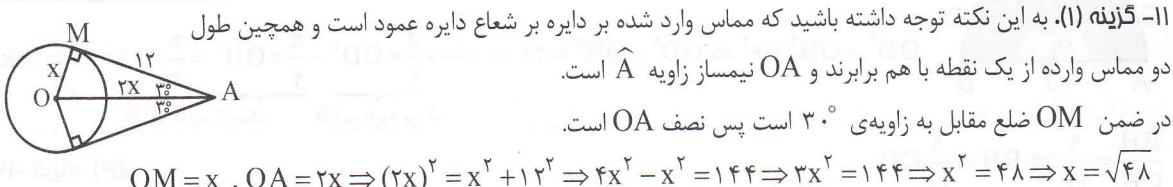
$$BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

-۹- گزینه (۱۵). می‌دانید که ضلع مقابل به زاویهٔ 60° معادل $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است.

-۱۰- گزینه (۱۶). طول نردبان را X و ارتفاع دیوار را a در نظر می‌گیریم. دو حالت در نظر گرفته شده به صورت زیر است:



$$\begin{aligned} x^2 &= a^2 + 2^2 \\ x^2 &= (a-1)^2 + 5^2 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow a^2 + 4 = (a-1)^2 + 25 \\ \Rightarrow a^2 + 4 = a^2 - 2a + 1 + 25 \\ \Rightarrow 2a = 17 \Rightarrow a = 8/5 \end{array} \right.$$



$$OM = x, OA = 2x \Rightarrow (2x)^2 = x^2 + 12^2 \Rightarrow 4x^2 - x^2 = 144 \Rightarrow 3x^2 = 144 \Rightarrow x^2 = 48 \Rightarrow x = \sqrt{48}$$

-۱۱- گزینه (۱). می‌دانید که مماس وارد شده بر دایره بر شعاع دایره عمود است و همچنین طول

دو مماس وارده از یک نقطه با هم برابرند و OA نیمساز زاویه \hat{A} است.

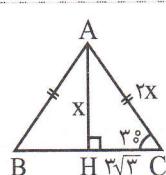
در ضمن OM ضلع مقابل به زاویهٔ 30° است پس نصف OA است.

$$\begin{aligned} \text{در } \triangle OAC: x^2 + x^2 &= (AC)^2 \Rightarrow (AC)^2 = 2x^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2x^2} \\ \text{در } \triangle ABC: (AC)^2 + (AB)^2 &= (BC)^2 \Rightarrow (\sqrt{2x^2})^2 + x^2 = (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow 2x^2 + x^2 = 12 \Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \\ \Rightarrow x = 2 &\Rightarrow AC = \sqrt{2 \times 2^2} = \sqrt{8} \\ S_{OABC} &= S_{OAC} + S_{ABC} = \frac{2 \times 2}{2} + \frac{\sqrt{8} \times 2}{2} = 2 + \sqrt{8} \end{aligned}$$



-۱۲- گزینه (۲). می‌دانید که قطر هر مربع نیمساز زاویه‌های آن نیز هست. پس $\hat{A} = 45^\circ$ ضلع مقابل به زاویهٔ 45°

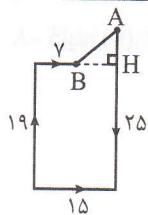
$$MH = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2} \quad \text{معادل } \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ وتر است. بنابراین:}$$



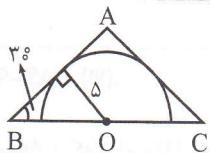
$$HC = 6\sqrt{3} \div 2 = 3\sqrt{3} \quad 30^\circ \text{ نصف وتر است و}$$

$$\triangle AHC: (2x)^2 = x^2 + (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow 4x^2 = x^2 + 27 \Rightarrow 3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

-۱۳- گزینه (۲). نقطه شروع را A و پایان را B فرض می‌کنیم.



$$\left. \begin{array}{l} AH = 25 - 19 = 6 \\ BH = 15 - 7 = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow (AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AB = 10.$$



۱۶- گزینه (۱). AB مماس بر دایره است. پس OH عمود بر AB است.

$$\hat{B} = 3^\circ \Rightarrow OH = \frac{1}{2} \times OB \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} \times OB \Rightarrow OB = 10 \Rightarrow BC = 2.$$

$$S = \frac{2 \times 2}{2} = 2 \quad \text{مثلث چپ بالا}$$

$$S = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \text{مثلث چپ پایین}$$

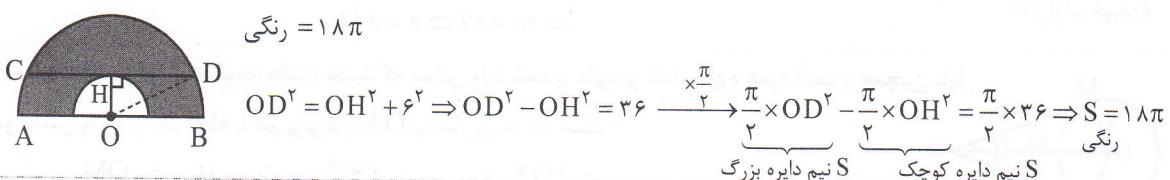
$$S = \frac{2 \times 4}{2} = 4 \quad \text{مثلث راست پایین}$$

$$S = \frac{1 \times 2}{2} = 1 \quad \text{مثلث راست بالا}$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{چند ضلعی}} = S_{\text{مثلث ها}} = 16 - 10 = 6$$

۱۷- گزینه (۲).

۱۸- گزینه (۳). اگر نیم دایره کوچک را به سمت راست انتقال دهیم و با نیم دایره بزرگ هم مرکز کنیم، خواهیم داشت:



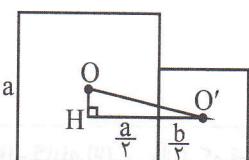
$$\frac{BH}{CH} = \frac{9}{16} \Rightarrow BH = \frac{9}{16} CH$$

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 24^2 = \frac{9}{16} CH \times CH \Rightarrow CH^2 = \frac{24 \times 24 \times 16}{9} = 16 \times 64 \Rightarrow CH = 4 \times 8 = 32$$

$$BH = \frac{9}{16} \times CH = \frac{9}{16} \times 32 = 18 \Rightarrow BC = BH + CH = 18 + 32 = 50.$$

۱۹- گزینه (۳).

۲۰- گزینه (۴). کوتاهترین فاصله بین دو نقطه طول پاره خط مابین آنهاست که در اینجا OO' است.



$$OH = \frac{a-b}{2}, \quad O'H = \frac{a+b}{2}$$

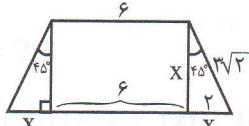
$$(OO')^2 = OH^2 + O'H^2 = \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - \frac{ab}{2} + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + \frac{ab}{2}$$

$$(OO')^2 = 2 \times \left(\frac{a^2}{4}\right) + 2 \times \left(\frac{b^2}{4}\right) = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} = \frac{a^2 + b^2}{2} \Rightarrow OO' = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

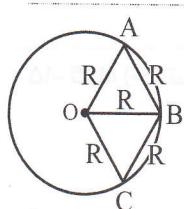
۲۱- گزینه (۴). مثلث‌های کناری به علت داشتن دو زاویه‌ی 45° درجه متشابه متساوی هستند.

$$(3\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow 9 \times 2 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

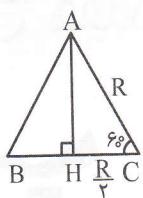
$$3+6+3=12 \Rightarrow S = \frac{(6+12) \times 3}{2} = \frac{18 \times 3}{2} = 27 \quad \text{قاعده بزرگ}$$



۲۲- گزینه (۳). مساحت مثلث نصف مساحت لوزی است اگریون کافی است مساحت $\triangle OAB$ که یک مثلث متساوی الاضلاع است به دست آوریم.



مساحت مثلث نصف مساحت لوزی است اگریون کافی است مساحت $\triangle OAB$



$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times R = R \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{OAB} = \frac{R \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times R}{2} = R^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

لوزی $S = 2 \times R^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = R^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Delta^2 = \delta^2 + AB^2 \Rightarrow AB^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow AB = 4$$

گزینه (۱).

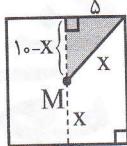
$$BD^2 = \delta^2 + (\sqrt{3})^2 = 9 + 27 = 36 \Rightarrow BD = 6$$

$$BC^2 = BD^2 + DC^2 \Rightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10 \Rightarrow AC = AB + BC = 4 + 10 = 14$$

$$x^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2} \quad \text{اولین وتر} \quad y^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3 \Rightarrow y = \sqrt{3} \quad \text{دومین وتر} \quad \text{گزینه (۲).}$$

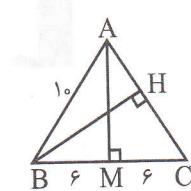
$$Z^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4 \Rightarrow z = \sqrt{4} = 2 \quad \text{سومین وتر} \quad n^2 = \sqrt{n+1}$$

گزینه (۳).



$$x^2 = \delta^2 + (10 - x)^2$$

$$x^2 = 125 + 100 - 20x + x^2 \Rightarrow 20x = 125 \Rightarrow x = \frac{125}{20} = 6.25$$



$$BM = MC$$

گزینه (۴). در مثلث متساوی الساقین ارتفاع، میانه و نیم‌ساز هم هست.

$$AM^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow AM = 8$$

$$S_{ABC} = \frac{AM \times BC}{2} = \frac{BH \times AC}{2} \Rightarrow \frac{8 \times 10}{2} = \frac{BH \times 10}{2} \Rightarrow BH = \frac{8 \times 10}{2} = 40$$

$$\text{فرض: } MC = x \Rightarrow AM = 3MC \Rightarrow AM = \frac{3}{2}MC \Rightarrow AM = \frac{3}{2}x$$

گزینه (۱).

$$\text{در } \triangle DMC: DC^2 + MC^2 = MD^2 \Leftrightarrow DC^2 + x^2 = (\sqrt{144})^2 \Rightarrow DC^2 = 144 - x^2 \xrightarrow{AB=DC} AB^2 = 144 - x^2$$

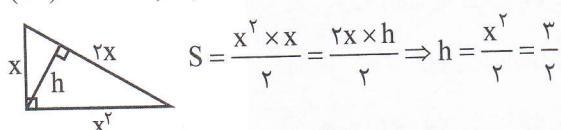
$$\triangle ABM: AB^2 + BM^2 = AM^2 \Rightarrow 144 - x^2 + 4^2 = AM^2 \Rightarrow AM^2 = 144 - x^2$$

$$\left. \begin{array}{l} AM^2 = 144 - x^2 \\ AM = \frac{3}{2}x \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}x \right)^2 = 144 - x^2 \Rightarrow \frac{9}{4}x^2 + x^2 = 144 \Rightarrow \frac{13}{4}x^2 = 144$$

$$\Rightarrow x^2 = 144 \times \frac{4}{13} = 32 \Rightarrow x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \Rightarrow MC = 4\sqrt{2}$$

$$(x^2) + x^2 = (2x)^2 \Rightarrow x^2 + x^2 = 4x^2 \Rightarrow x^2 = 4x^2 - x^2 \Rightarrow x^2 = 3x^2 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

گزینه (۲).



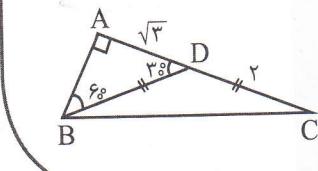
$$S = \frac{x^2 \times x}{2} = \frac{2x \times h}{2} \Rightarrow h = \frac{x^2}{2} = \frac{3}{2}$$

گزینه (۳). خط مماس در نقطه‌ی تماس بر شعاع دایره عمود است پس $\hat{B} = 90^\circ$

$$AB^2 = OB^2 + OA^2 \Rightarrow AB^2 = (a-b)^2 + (a+b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab + a^2 + b^2 + 2ab$$

$$AB^2 = 2a^2 + 2b^2 \Rightarrow AB = \sqrt{2a^2 + 2b^2}$$

گزینه (۴). مثلث BDC طبق فرض مسئله متساوی الساقین است بنابراین $\hat{B} = \hat{C} = 15^\circ$ و زاویه‌ی D در مثلث ABD زاویه خارجی محاسبه شده و برابر 30° درجه است.



$$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 2 + \sqrt{3}$$