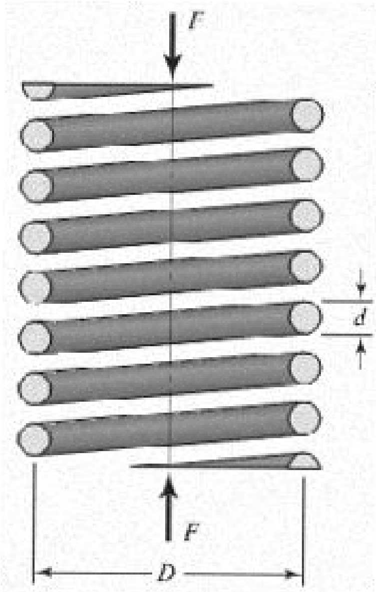
فصل هشتم: فنرهای مکانیکی Mechanical Springs

فنرهای مکانیکی برای اعمال نیرو، ایجاد انعطاف، و ذخیره یا جذب انرژی در ماشین‌آلات بکار می‌روند.

فنرهای سیمی خود شامل فنرهای مارپیچ با سیم گرد یا مربعی بوده و برای مقاومت در برابر بارهای کششی، فشاری یا پیچشی کاربرد دارند.

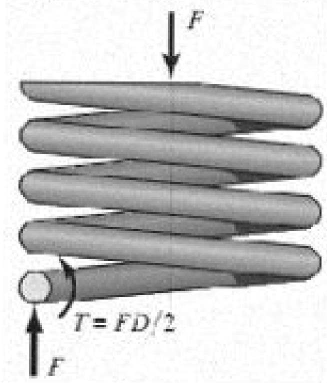


xxxxxx xxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxxxx

تنشها در فنرهای مارپیچ

شکل مقابل یک فنر مارپیچ فشاری با سیم گرد را نشان می‌دهد که توسط نیروی F بارگذاری شده است.

xxxxxx xxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxxxx



اگر مطابق شکل فنر را در یک نقطه برش بزنیم در محل برش یک نیروی مستقیم F و یک گشتاور پیچشی T خواهیم داشت.

با استفاده از اصل برهم نهی تنش برشی ماکزیمم در فنر با معادله زیر محاسبه می‌گردد:

(۸-۱)

که در آن:

$$T=\frac{FD}{2}, \qquad r=\frac{d}{2}, \qquad J=\frac{\pi d^4}{32}, \qquad A=\frac{\pi d^2}{4} \qquad (۸-۲)$$

xxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxx xxxxxx xxxxxxx xxxxxx xxxxxx xxxxxx

با جاگذاری از معادله (۸-۲) در معادله (۸-۱) خواهیم داشت:

(۸-۳)

که در آن τ تنش برشی ماکزیمم در سطح مقطع بریده شده است.

حال اندیس فنر را بصورت $C=D/d$ تعریف می‌کنیم. در اینصورت بدست می‌آید:

(۸-۴)

برای اکثر فنرها اندیس C حدوداً بین ۶ تا ۱۲ است.

×××

با تعریف $K_s=1+0.5/C$ خواهیم داشت:

(۸-۵)

K_s ضریب افزایش تنش برشی نامیده می‌شود.

تنش برشی ماکزیمم که با رابطه بالا بدست آمد در تار داخلی فنر اتفاق می‌افتد.

برای طراحی استاتیک فنر باید داشته باشیم: $\tau = \frac{S_{sy}}{n}$

×××

بارگذاری خستگی در فنرهای مارپیچ

فنرها اکثراً در معرض بارگذاری خستگی قرار دارند. برای فنرها هم مانند قبل داریم:

$$F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2} \ , \ F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2}$$ (۸-۶)

بنابراین مؤلفه‌های تنش برابرند با:

(۸-۷)

و معادلات طراحی عبارتند از:

$$\tau_a = \frac{S_{se}}{n} \quad , \quad \tau_{max} = \tau_a + \tau_m = \frac{S_{sy}}{n}$$ (۸-۸)

×××

ثابت سفتی فنرهای مارپیچ

رابطه نیرو- تغییر شکل برای فنرها با استفاده از قضیه کاستیگلیانو بدست می‌آید.

انرژی کرنشی کل برای یک فنر مارپیچ از یک مؤلفه پیچشی و یک مؤلفه برشی تشکیل شده است:

$$U=\frac{T^2 l}{2GJ}+\frac{F^2 l}{2AG} \qquad (۸-۹)$$

با جاگذاری از معادله (۸-۲) و $l=\pi DN$ در معادله بالا خواهیم داشت:

(۸-۱۰)

××

حال با استفاده از قضیه کاستیگلیانو داریم:

(۸-۱۱)

چون $C=D/d$ است معادله بالا را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$y=\frac{8FD^3N}{d^4G}\left(1+\frac{1}{2C^2}\right)\simeq\frac{8FD^3N}{d^4G} \qquad (۸-۱۲)$$

بنابراین ثابت سفتی فنر برابر است با:

(۸-۱۳)

××

مثال (۸-۱)

فنری فولادی با استحکام نهایی 600MPa و استحکام تسلیم 450MPa در هر سیکل از عمر کاری خود تغییر طول فشاری 15mm و تغییر طول کششی 10mm را تجربه خواهد کرد. اگر مدول الاستیک فولاد 200GPa و مدول برشی آن 80GPa باشد ضریب ایمنی فنر در برابر واماندگی استاتیک و خستگی طبق معیار ترسکا چقدر خواهد بود؟ قطر مفتول فنر 4mm ، قطر میانگین فنر 50mm و تعداد حلقه‌های آن هشت دور است.

حل: برای محاسبه تنش‌ها در فنر باید نیروهای وارد بر فنر را بدست آوریم.

××

به این منظور ابتدا سفتی فنر را تعیین می‌کنیم:

$$k=\frac{d^4G}{8D^3N}=\frac{\left(4\times10^{-3}\right)^4\times80\times10^9}{8\times\left(50\times10^{-3}\right)^3\times8}=2560\ \mathrm{N\,m^{-1}}$$

نیروهای وارد بر فنر عبارتند از:

$F_{min} =$ [illegible]

$F_{max} =$ [illegible]

××

در نتیجه:

$$F_a = \left|\frac{F_{max} - F_{min}}{2}\right| = \frac{25.6-(-38.4)}{2} = 32 \text{ N}$$

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2} = \frac{25.6+(-38.4)}{2} = -6.4 \text{ N}$$

برای احتساب تنش‌های فنر از معادله (۸-۳) بهره می‌گیریم:

$$\tau_a = \frac{8F_a D}{\pi d^3} + \frac{4F_a}{\pi d^2} =$$

$$\tau_m = \frac{8F_m D}{\pi d^3} + \frac{4F_m}{\pi d^2} = \frac{8\times(-6.4)\times 50\times 10^{-3}}{\pi\times\left(4\times 10^{-3}\right)^3} + \frac{4\times(-6.4)}{\pi\times\left(4\times 10^{-3}\right)^2} = -13.24 \text{ MPa}$$

××

معادلات طراحی عبارتند از:

$$\tau_a = \frac{S_{se}}{n} \quad , \quad \tau_{max} = \tau_m + \tau_a = \frac{S_{sy}}{n}$$

اگر از معیار ترسکا استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$S_{sy} = 0.5S_y = 0.5\times 450 = 225 \text{ MPa}$$

$$S_{se} = 0.5S_e = 0.5\times 0.5S_u = 0.5\times 0.5\times 600 = 150 \text{ MPa}$$

بنابراین ضرایب ایمنی برابرند با:

$n_{dynamic} =$ [illegible]

$n_{static} =$ [illegible]

مسائل فصل هشتم

مسأله (۸-۱): اگر در مثال (۸-۱) طول فنر در حالت آزاد 60mm باشد و نیروی خارجی مکرراً فنر را کاملاً فشرده و سپس کاملاً آزاد کند ضریب ایمنی را تعیین کنید.

حل: به عهده دانشجو