

روشن از پرتوی رویت نظری نیست که نیست منت خاک درت بر بصری نیست که نیست
حافظ شیرازی

آزمون تئوری پنجم

سه‌شنبه پنجم دی‌ماه ۱۳۹۱ - زمان: ۳ ساعت

پرسش نخست: مقایسه‌ی رشته‌ای

می‌گوییم رشته‌ی S زیررشته‌ی رشته‌ی T است هرگاه S با حذف تعدادی (شاید هیچی) از کاراکترهای T و حفظ ترتیب بقیه‌ی کاراکترها به دست آمده باشد.
می‌گوییم رشته‌ی S از رشته‌ی T کوچک‌تر است هرگاه S در ترتیب لغت‌نامه‌ای زودتر از T ظاهر شود. (توجه کنید که اگر S یک پیش‌وند T باشد، آنگاه $S < T$)
به شما یک رشته‌ی A به طول n داده شده است. الگوریتمی خطی (بر حسب n) ارائه دهید که بزرگ‌ترین زیررشته‌ی A را بیابد.^۱

پرسش دوم: المپیادی پول‌دار

یک دسته‌ی ۵۱ تایی سکه‌ی طلا و یک دسته‌ی ۵۰ تایی سکه‌ی نقره داریم که هر کدام به ترتیب وزن مرتب شده‌اند. هم‌چنین می‌دانیم که وزن هیچ دو سکه‌ای برابر نیست.
می‌خواهیم سکه‌ی میانه (سکه‌ای که از نظر وزن ۵۱ام است) را بیابیم. روشی ارائه دهید که با ۷ مقایسه یا کم‌تر این کار را انجام دهد.
هر مقایسه به این شکل است که یک سکه را در یک کفه‌ی یک ترازوی دوکفه‌ای و سکه‌ای دیگر را در کفه‌ای دیگر قرار می‌دهیم تا ببینیم کدام سنگین‌تر است.^۲

پرسش سوم: سؤال ریاضوی

S مجموعه‌ای با n عضو است و F خانواده‌ای از زیرمجموعه‌های (نه لزومن متمایز) S با 2^{n-1} عضو است. فرض کنید اشتراک هر سه تا از مجموعه‌های عضو F ناتهی باشد، ثابت کنید اشتراک همه‌ی مجموعه‌های عضو F ناتهی است.^۳

I've got a ball, red in color, white and blue
I kick it down, 't goes towards the sky through
It goes up, yet gets farther than you knew

I hadn't have this ball
I did my homeworks, all
Papa gave me a present for fête
The ball which I spin with tête!^۴

۱ معروف

۲ ترنمنت شهرها ۱۹۹۲

۳ المپیاد ریاضی ایران ۱۳۸۷

۴ چون قافیه تنگ آید، شاعر به فرنگ آید!