

### صفر - پرسش‌هایی برای حل شدن :

۱- ثابت کنید در نمایش داده‌ی  $a$  تقسیم بر  $b$  به طوری که  $a$  و  $b$  نسبت به هم اول باشند، دوره تناوب حداکثر  $b - 1$  طول دارد.

۲- بیست عدد متمایز مثبت کوچکتر از  $۷۰$  داریم. ثابت کنید بین اختلاف‌های دوه‌دوی آن‌ها دست کم  $۴$  عدد برابر وجود دارد.

۳- ثابت کنید عددی وجود دارد که تمام ارقام آن  $۱$  باشد و بر  $۲۰۱۳$  بخش پذیر باشد.

۴-  $n$  عدد صحیح داریم. ثابت کنید می‌توان تعدادی از آن‌ها انتخاب کرد به طوری که مجموع آن‌ها بر  $n$  بخش پذیر باشد.

۵- فرض کنید  $A$  مجموعه‌ای از  $n$  عدد صحیح باشد به طوری که مجموع اعضای هر زیر مجموعه‌ی ناتهی از  $A$  بر  $n+1$  بخش ناپذیر باشد. ثابت کنید باقی‌مانده‌ی همه‌ی اعضای  $A$  بر  $n+1$  برابر است. (به عبارت دیگر حکم برقرار است اگر و تنها اگر همه‌ی اعضای  $A$  در هنگ  $n+1$  برابر باشند.)

۶- عدد طبیعی  $m$  را خوب می‌نامیم هرگاه هر یال گراف کامل  $۲۰۰۶$  راسی را بتوان با عددی طبیعی نابیشتر از  $m$  برچسب داد به طوری که در هر مثلث دوتا از برچسب‌ها با هم برابر و از سومی کوچکتر باشند. کوچکترین عدد خوب  $m$  را بیابید.

### یک - گراف بدیهی :

۱- در یک جمع در بین هر چهار نفر یا سه نفر یافت می‌شوند که دوه‌دو دوست‌اند یا سه نفر یافت می‌شوند که دوه‌دو دوست نیستند. ثابت کنید افراد جمع را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد به طوری که در یک دسته همه دوست باشند و در یک دسته هیچ دونه‌ری دوست نباشند.

سربلند باشید.