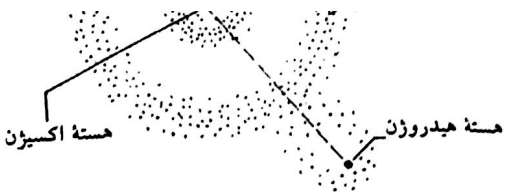


۷. یک مولکول H_2O که دارای سه هسته، ابرهای الکترونی و بردار گشتاور p است.

مولکول بر هم منطبق‌اند و گشتاور دوقطبی الکتریکی CO_2 ت.) (الف) فاصلهٔ بین مرکزهای مؤثر بارهای مثبت و منفی H_2O چقدر است؟ (ب) بیشینه گشتاور نیروی یک مولکول میدانهای الکتریکی آزمایشگاهی نوعی با اندازهٔ در حدود $\times$ ۱٫۵ چقدر است؟ (ج) فرض کنید که گشتاور دوقطبی بتدا در خلاف جهت میدان قرارگرفته باشد. میدان الکتریکی باید انجام دهد تا مولکول در جهت میدان قرار بگیرد؟

(الف) در این مولکول ۱۰ الکترون و متناظر با آن ۱۰ بار د دارد. برای اندازهٔ گشتاور دوقطبی می‌توانیم بنویسیم

$$p = qd = (10e)(d)$$

بار مقدماتی و d فاصلهٔ بین مراکز دو مجموعه بار است جوی آن هستیم. به این ترتیب

$$d = \frac{p}{10e} = \frac{6{,}2 \times 10^{-30}\,\mathrm{C \cdot m}}{(10)(1{,}60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})}$$
$$= 3{,}9 \times 10^{-12}\,\mathrm{m} = 3{,}9\,\mathrm{pm}$$

حدود ۴٪ فاصلهٔ پیوند OH در این مولکول است.

ان‌طور که معادلهٔ (۳۶) نشان می‌دهد، گشتاور نیرو وقتی که $\theta = 90^\circ$. از جایگزینی این مقدار در آن معادله م که

$$\tau = pE\sin\theta$$
$$= (6{,}2 \times 10^{-30}\,\mathrm{C \cdot m})(1{,}5 \times 10^{4}\,\mathrm{N/C})$$
$$= 9{,}3 \times 10^{-26}\,\mathrm{N \cdot m}$$

$$W = pE(\cos\theta - \cos\theta_0)$$
$$= pE(\cos 0^\circ - \cos 180^\circ)$$
$$= 2pE = (2)(6{,}2 \times 10^{-30}\,\mathrm{C \cdot m})(1{,}5 \times 10^{4}\,\mathrm{N/C})$$
$$= 1{,}9 \times 10^{-25}\,\mathrm{J}$$

به منظور مقایسه، میانگین سهم انرژی انتقالی در انرژی داخلی (مساوی $\frac{3}{2}kT$) یک مولکول در دمای اتاق برابر $6{,}2 \times 10^{-21}$ J است، که ۳۳۰۰۰ مرتبه بزرگتر است. برای شرایط این مسئله، آشفتگی گرمایی بر تمایل دوقطبیها به‌هم خط‌شدن با میدان را غلبه می‌کند. یعنی، اگر مجموعه‌ای از مولکولها در دمای اتاق داشته باشیم که سمتگیری گشتاورهای دوقطبی آنها کتره‌ای باشد، به اعمال میدان الکتریکی با این شدت تأثیر اندکی در همسوکردن گشتاورهای دوقطبی دارد، زیرا انرژیهای داخلی زیاد است. بنابراین اگر بخواهیم دوقطبیها را همسو کنیم، باید از میدانی با شدت بسیار بیشتر استفاده کنیم یا در دماهای بسیار پایینتر کار کنیم یا اینکه از هر دو مورد مطرح‌شده بهره‌مند شویم.

پرسشها

۱. میدانهای نرده‌ای و برداری را که می‌شناسید نام ببرید.

۲. (الف) در جاذبهٔ گرانشی بین زمین و یک قطعه‌سنگ، آیا می‌توان گفت که زمین در میدان گرانشی سنگ قرار دارد؟ (ب) میدان گرانشی سنگ با میدان گرانشی زمین چه ارتباطی دارد؟

۳. یک گوی دارای بار مثبت از یک رشته‌نخ ابریشمی بلند آویخته شده است. می‌خواهیم میدان الکتریکی E را در نقطه‌ای از صفحهٔ افقی که گوی باردار در آن قرار دارد اندازه‌گیری کنیم. برای این کار، یک‌بار آزمون مثبت q_0 را در آن نقطه قرار می‌دهیم و نسبت F/q_0 را اندازه می‌گیریم. آیا F/q_0 کمتر، مساوی با، یا بزرگتر از E در نقطه موردنظر است؟

۴. در مطالعات مربوط به میدانهای الکتریکی با بار آزمون، اغلب برای سادگی، فرض می‌کنیم که بار آزمون مثبت باشد. آیا این فرض واقعاً در تعیین میدان تأثیر دارد؟ این مورد را در مثال ساده‌ای که خود طرح کرده‌اید نشان دهید.

۵. خطوط نیروی الکتریکی هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند. چرا؟

Scanned by CamScanner

۶. در شکل ۶، چرا اگر خطوط نیرو در اطراف لبه‌های شکل را به‌طرف عقب امتداد دهیم به‌نظر می‌رسد که به‌طور یکنواخت از مرکز شکل تابیده‌اند؟

۷. یک‌بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی عمود بر خطوط نیرو حرکت می‌کند. آیا هیچ نیرویی بر آن وارد می‌شود؟

۸. در شکل ۹، چرا باید تخمهای چمن با خطوط نیروی الکتریکی هم‌راستا شود؟ تخم چمن معمولاً حامل بار الکتریکی نیست.[1]

۹. منشأ "چسبیدن استاتیک"، پدیده‌ای که گاهی به هنگام بیرون‌آوردن لباسها از ماشین خشک‌کن بر آنها تأثیر می‌کند، چیست؟

۱۰. دو بار نقطه‌ای با اندازه و علامت مجهول در فاصلهٔ d از هم قرار دارند. میدان الکتریکی در یک نقطه، روی خط اتصال، بین دو بار صفر است. چه نتیجه‌ای در مورد این بارها می‌گیرید؟

۱۱. دو بار نقطه‌ای با اندازه علامت مجهول را در فاصلهٔ d از یکدیگر قرار می‌دهیم. (الف) شرط لازم برای اینکه در یک نقطه روی خط اتصال دو بار که بین آنها نیست $E = 0$ باشد چیست و این نقطه در کجا قرار دارد؟ (ب) آیا برای هیچ ترتیبی از دو بار نقطه‌ای می‌توان دو نقطه پیدا کرد (که هیچ‌کدام در بی‌نهایت نباشند) و برای آنها $E = 0$ باشد؟ اگر چنین چیزی ممکن است، شرایط لازم کدام‌اند؟

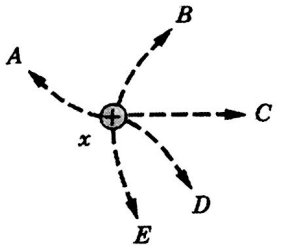
۱۲. دو بار نقطه‌ای با اندازه علامت مجهول در فاصلهٔ d از یکدیگر قرار گرفته‌اند. آیا می‌توانیم برای نقاط خارج از محور داشته باشیم $E = 0$ (بجز بی‌نهایت)؟ توضیح دهید.

۱۳. در مثال ۳، باری که در نقطهٔ P شکل ۳ قرار بگیرد در حال تعادل است زیرا هیچ نیرویی بر آن وارد نمی‌شود. آیا این تعادل برای جابه‌جایی (الف) در امتداد خط اتصال دو بار و (ب) در امتداد عمود بر خط اتصال، تعادل پایدار است؟

۱۴. در شکل ۸ نیروی وارد بر بار پایینی به‌طرف بالا و مقدار آن معین است. گرچه، تراکم خطوط نیرو، حاکی از آن است که میدان E در محل این بار (نقطه‌ای) بی‌نهایت بزرگ است. به باری که در یک میدان بی‌نهایت بزرگ غوطه‌ور است باید نیروی بسیار بزرگی وارد شود. راه حل این محظور چیست؟

۱۵. یک بار نقطه‌ای به جرم m را از حالت سکون در یک میدان غیریکنواخت رها می‌کنیم. (الف) آیا این ذره الزاماً خط نیرویی را که از نقطهٔ رهاشدن آن می‌گذرد دنبال می‌کند؟ (ب) در چه شرایطی این شرایط وجود داشته باشند، ذرهٔ باردار خطوط میدان الکتریکی را دنبال می‌کند؟

۱۶. سه کرهٔ کوچک، x، y و z حامل بارهای با اندازهٔ مساوی علامتهای نشان‌داده‌شده در شکل ۱۹ هستند. این بارها در سه یک مثلث متساوی‌الساقین قرار گرفته‌اند به‌طوری که فاصله بین y برابر فاصله بین x و z است. کره‌های y و z در محل خود ثابت ولی کره x می‌تواند آزادانه روی یک سطح بدون اصطکاک حرکت کند. اگر کره x رها شود چه مسیری را برای حرکت برمی‌گزیند؟



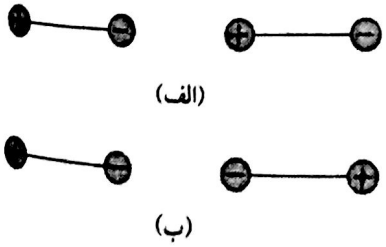
شکل ۱۹. پرسش ۱۶.

۱۷. دو بار مثبت و منفی با اندازهٔ مساوی روی یک خط طویل قرارگرفته‌اند. جهت میدان $\mathbf{E}$ برای نقاطی که روی این خط گرفته‌اند در حالتهای (الف) بین دو بار (ب) خارج دو بار و به بار مثبت و (ج) خارج دو بار و به‌طرف بار منفی کدام است؟ در نقاطی خارج این خط که روی صفحهٔ میانهٔ خط اتصال بین قرار دارند جهت $\mathbf{E}$ کدام است؟

۱۸. در صفحهٔ میانهٔ یک دوقطبی الکتریکی، میدان الکتریکی گشتاور دوقطبی الکتریکی $\mathbf{p}$ موازی است یا پادموازی؟

۱۹. چگونه معادلهٔ (۱۰) در صورت حذف شرط $d \ll x$ بر خطوط نیروی شکل ۸ باز می‌ماند؟

۲۰. (الف) دو دوقطبی الکتریکی دقیقاً یکسان را مانند شکل یک خط مستقیم، قرار داده‌ایم. جهت نیروی الکتریکی وارد بر



شکل ۲۰. پرسش ۲۰.

1. O.Jefimenko, "Demonstration of the Electric Fields of Current-Carrying Conductors," *American Journal of Physics*, January 1962, 19.

Scanned by CamScanner

دوقطبیها به‌علت حضور دوقطبی دیگر کدام است؟ (ب) فرض کنید که دوقطبیها مانند شکل ۲۰ب بازآرایی شوند. اکنون جهت نیرو کدام است؟

۲۱. تغییرات E برحسب r را برای (الف) یک‌بار نقطه‌ای، (ب) یک دوقطبی و (ج) یک چهارقطبی مقایسه کنید.

۲۲. اگر می‌خواستید میدان الکتریکی یک حلقه (یا قرص) باردار را در نقاطی که روی محور آن قرار نداشتند محاسبه کنید از لحاظ ریاضی با چه مشکلاتی مواجه می‌شوید؟

۲۳. معادلهٔ (۲۸) نشان می‌دهد که E در همهٔ نقاط مقابل یک صفحهٔ باردار یکنواخت به ابعاد بی‌نهایت یکسان است. آیا این منطقی است؟ ممکن است تصور کنید که میدان در نزدیکی صفحه باردار باید قویتر باشد زیرا این نقاط به بارها نزدیکترند.

۲۴. هدف از انجام آزمایش قطرهٔ روغن میلیکان را، با خود بیان کنید.

۲۵. چگونه علامت بار الکتریکی قطره روغن در طرز کار آزمایش میلیکان تأثیر می‌گذارد؟

۲۶. چرا میلیکان نکوشید در دستگاه خود به‌جای قطره‌های روغن الکترونها را متوازن کند؟

۲۷. یک دوقطبی الکتریکی را در یک میدان الکتریکی یکنواخت سر و ته می‌کنید. کاری که انجام می‌دهید با سمتگیری اولیه دوقطبی نسبت به میدان چه ارتباطی دارد؟

۲۸. برای کدام سمتگیری یک دوقطبی الکتریکی در یک میدان الکتریکی یکنواخت انرژی پتانسیل دوقطبی (الف) بیشترین و (ب) کمترین مقدار را دارد؟

۲۹. یک دوقطبی الکتریکی را در یک میدان الکتریکی غیریکنواخت قرار داده‌ایم. آیا هیچ نیروی خالصی بر آن وارد می‌آید.

۳۰. یک دوقطبی الکتریکی در یک میدان الکتریکی خارجی یکنواخت ساکن است (شکل ۱۷ الف) سپس آن را رها می‌کنیم. حرکت آن را بررسی کنید.

۳۱. یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور دوقطبی $\mathbf{p}$ در جهت میدان الکتریکی خارجی یکنواخت $\mathbf{E}$ قرار دارد. (الف) این تعادل پایدار یا ناپایدار است؟ (ب) در مورد سرشت تعادل وقتی که $\mathbf{p}$ و $\mathbf{E}$ در خلاف جهت یکدیگر قرار دارند بحث کنید.

مسئله‌ها

بخش ۲۸ـ۲ میدان الکتریکی $\mathbf{E}$

۱. یک میدان الکتریکی به الکترون شتاب $۱٫۸۴ \times ۱۰^{۱۱}\,\mathrm{m/s^2}$ به‌طرف شرق می‌دهد. اندازه و جهت میدان الکتریکی را معین کنید.

۲. هوای مرطوب در یک میدان الکتریکی $۳٫۰ \times ۱۰^{۶}\,\mathrm{N/C}$ دچار فروریزش می‌شود (مولکولهای آن یونیده می‌شوند). اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر (الف) یک الکترون و (ب) یک یون (که تنها یک الکترون از دست داده است) در این میدان چقدر است؟

۳. ذرهٔ آلفا، هسته اتم هلیم، دارای جرم $۶٫۶۴ \times ۱۰^{-۲۷}\,\mathrm{kg}$ و بار الکتریکی $+۲e$ است. اندازه و جهت میدان الکتریکی که وزن آن را متوازن می‌کند چقدر است؟

۴. در یک میدان الکتریکی یکنواخت در حوالی سطح زمین، به ذره‌ای که دارای بار $-۲٫۰ \times ۱۰^{-۹}\,\mathrm{C}$ است نیروی الکتریکی پایین‌سو با اندازهٔ $۳٫۰ \times ۱۰^{-۶}\,\mathrm{N}$ وارد می‌آید. (الف) اندازهٔ میدان الکتریکی را معین کنید. (ب) اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر یک پروتون که در این میدان قرار گرفته چقدر است؟ (ج) نیروی گرانشی وارد بر پروتون چقدر است؟ (د) در این مورد نسبت نیروی الکتریکی به نیروی گرانشی چقدر است؟

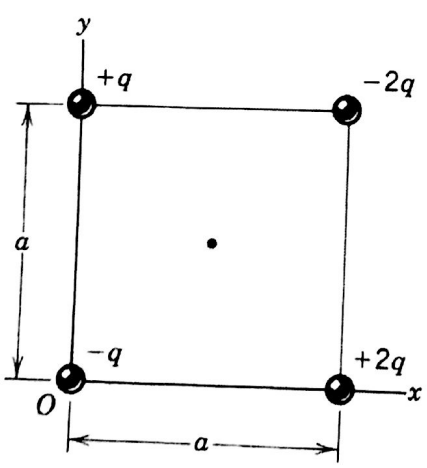
بخش ۲۸ـ۳ میدان الکتریکی بارهای نقطه‌ای

۵. اندازهٔ یک‌بار نقطه‌ای که در فاصلهٔ $۷۵٫۰\,\mathrm{cm}$ از خود یک میدان الکتریکی $۲٫۳۰\,\mathrm{N/C}$ تولید می‌کند، چقدر است؟

۶. گشتاور دوقطبی یک الکترون و یک پروتون که در فاصلهٔ $۴٫۳۰\,\mathrm{nm}$ از هم قرار گرفته‌اند را محاسبه کنید.

۷. اندازهٔ میدان الکتریکی یک دوقطبی الکتریکی که گشتاور دوقطبی آن $۳٫۵۶ \times ۱۰^{-۲۹}\,\mathrm{C \cdot m}$ است را در نقطه‌ای به فاصله $۲۵٫۴\,\mathrm{nm}$ در امتداد نیمساز آن محاسبه کنید.

۸. میدان الکتریکی را در مرکز مربع شکل ۲۱ معین کنید. فرض کنید که $q = ۱۱٫۸\,\mathrm{nC}$ و $a = ۵٫۲۰\,\mathrm{cm}$ است.



شکل ۲۱. مسئلهٔ ۸.

Scanned by CamScanner

۹. در صفحهٔ یک ساعت بارهای منفی نقطه‌ای $-q$، $-۲q$، $-۳q$، ...، $-۱۲q$ در محل ارقام متناظر قرار گرفته‌اند. عقربه‌های ساعت میدان را مختل نمی‌کنند. در چه زمانی عقربه ساعت‌شمار در جهت میدان الکتریکی در مرکز صفحه ساعت قرار می‌گیرد؟ (راهنمایی: بارهایی که در دو سر یک قطر قرار دارند را باهم درنظر بگیرید.)

۱۰. در شکل ۴، فرض کنید که هر دو بار مثبت‌اند. نشان دهید که میدان E در نقطه P شکل، با فرض $q \gg d$، از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$E = \frac{۱}{۴\pi\epsilon_۰}\frac{۲q}{x^۲}$$

۱۱. در شکل ۴، نقطه‌ای را به فاصلهٔ z از مرکز دوقطبی و در امتداد محور آن درنظر بگیرید. (الف) نشان دهید، که برای مقادیر بزرگ z، میدان الکتریکی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

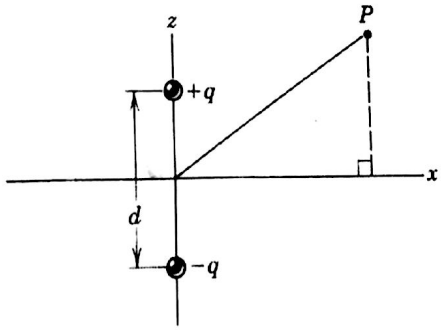
$$E = \frac{۱}{۲\pi\epsilon_۰}\frac{p}{z^۳}$$

(این مقدار را با میدان مربوط به یک نقطه روی صفحه عمودمنصف مقایسه کنید.) (ب) جهت $\mathbf{E}$ کدام است؟

۱۲. نشان دهید که مؤلفه‌های $\mathbf{E}$ ناشی از یک دوقطبی، در نقاط دوردست، با معادله‌های زیر مشخص می‌شود:

$$E_x = \frac{۱}{۴\pi\epsilon_۰}\frac{۳pxz}{(x^۲+z^۲)^{۵/۲}}, \qquad E_z = \frac{۱}{۴\pi\epsilon_۰}\frac{p(۲z^۲-x^۲)}{(x^۲+z^۲)^{۵/۲}}$$

که در آن x و z مختصات نقطهٔ P در شکل ۲۲ است. نشان دهید که این نتیجه کلی شامل نتایج خاص معادلهٔ (۱۰) و مسئلهٔ (۱۱) نیز می‌شود.

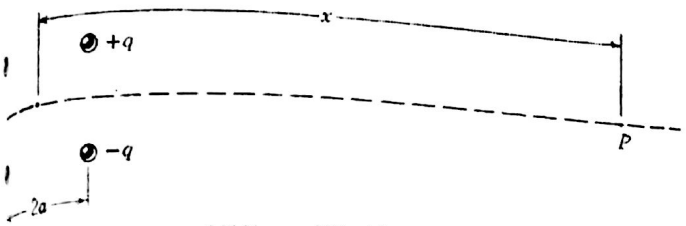


شکل ۲۲. مسئلهٔ ۱۲.

۱۳. نوعی چهارقطبی الکتریکی متشکل از چهار بار است که در چهار رأس یک مربع به ضلع $۲a$ قرار گرفته‌اند. نقطهٔ P در فاصلهٔ x از مرکز چهارقطبی روی خطی موازی با دو ضلع مربع شکل ۲۳ قرار دارد. نشان دهید که برای $x \gg a$، میدان الکتریکی در نقطهٔ P تقریباً از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$E = \frac{۳(۲qa^۲)}{۲\pi\epsilon_۰ x^۴}$$

(راهنمایی: چهارقطبی را به‌صورت دو دوقطبی درنظر بگیرید.)

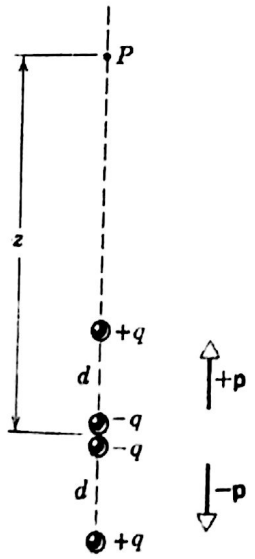


شکل ۲۳. مسئلهٔ ۱۳.

۱۴. شکل ۲۴ نوعی چهارقطبی الکتریکی را نشان می‌دهد. چهارقطبی متشکل از دو دوقطبی است که آثار آنها در نقاط خارج کاملاً یکدیگر را خنثا نمی‌کنند. نشان دهید که مقدار E روی محور چهارقطبی برای نقاطی که در فاصلهٔ z از مرکز چهارقطبی قرارگرفته‌اند (فرض می‌کنیم که $z \gg d$) از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$E = \frac{۳Q}{۴\pi\epsilon_۰ z^۴}$$

که در رابطه بالا Q (مساوی $۲qd^۲$) را گشتاور چهارقطبی توزیع می‌خوانیم.



شکل ۲۴. مسئلهٔ ۱۴.

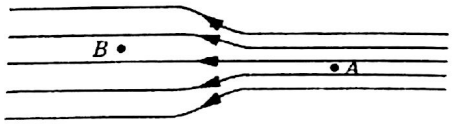
۱۵. حلقهٔ بار بخش ۲۸ـ۵ را درنظر بگیرید. فرض کنید که به‌صورت یکنواخت روی حلقه توزیع نشده است بلکه بار $q_۱$ روی نصف محیط حلقه و بار $q_۲$ روی نصف دیگر محیط حلقه یکنواخت توزیع شده است. فرض کنید $q_۱ + q_۲ = q$

Scanned by CamScanner

میدان الکتریکی را در هر نقطه‌ای از محور حلقه و در امتداد محور به‌دست آورید و آن را با حالت توزیع یکنواخت مقایسه کنید. (ب) مؤلفه میدان الکتریکی را در هر نقطه‌ای از محور حلقه و عمود بر محور معین کنید و آن را با حالت توزیع یکنواخت مقایسه کنید.

بخش ۲۸ـ۴ خطوط نیرو

۱۶. شکل ۲۵ خطوط میدان یک میدان الکتریکی را نشان می‌دهد؛ فاصلهٔ بین خطوط در صفحهٔ عمود بر صفحهٔ کاغذ همه‌جا یکسان است. (الف) اگر شدت میدان در نقطه A برابر $40\,N/C$ باشد، نیروی وارد بر یک الکترون در آن نقطه چقدر است؟ (ب) شدت میدان در نقطهٔ B چقدر است؟

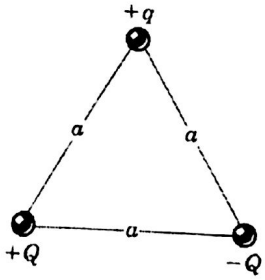


شکل ۲۵. مسئلهٔ ۱۶.

۱۷. به خطوط نیروی مربوط به یک قرص دایره‌ای نازک باردار به شعاع R که به‌طور یکنواخت باردار شده است را به‌طور کیفی رسم کنید. (راهنمایی: حالتهای حدی برای نقطه‌هایی را درنظر بگیرید که به قرص بسیار نزدیک و در آنجا میدان الکتریکی عمود بر سطح است و نقاطی که از قرص بسیار دور هستند و میدان الکتریکی مانند میدان الکتریکی مربوط به یک‌بار نقطه‌ای است.)

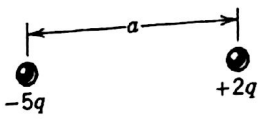
۱۸. به‌طور کیفی خطوط نیروی مربوط به دو بار نقطه‌ای $+q$ و $-2q$ جدا از هم به‌طور کیفی ترسیم کنید.

۱۹. سه بار مطابق شکل ۲۶ در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار گرفته‌اند. خطوط نیروی ناشی از بارهای $+Q$ و $-Q$ را درنظر بگیرید و از آنجا جهت نیروی وارد بر q را به واسطهٔ حضور دو بار دیگر معین کنید. (نگاه کنید به راهنمایی: شکل ۸.)



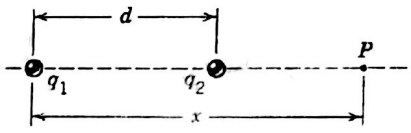
شکل ۲۶. مسئلهٔ ۱۹.

۲۰. (الف) در شکل ۲۷، نقطه (یا نقاطی) را مشخص کنید که در آنجا میدان الکتریکی صفر است. (ب) خطوط نیرو را به‌طور کیفی ترسیم کنید.



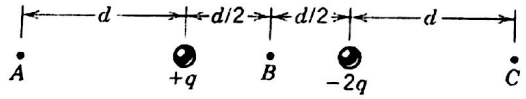
شکل ۲۷. مسئلهٔ ۲۰.

۲۱. دو بار نقطه‌ای در فاصلهٔ ثابت d از یکدیگر قرار گرفته‌اند (شکل ۲۸). فرض کنید که $x = 0$ محل بار سمت چپ است و میدان $E(x)$ را رسم کنید. مقادیر مثبت و منفی x را درنظر بگیرید. اگر جهت $\mathbf{E}$ به سمت راست بود E را مثبت و اگر جهت $\mathbf{E}$ به سمت چپ بود آن را منفی ترسیم کنید. فرض کنید که $q_1 = +1.0 \times 10^{-6}\,C$، $q_2 = +3.0 \times 10^{-6}\,C$ و $d = 10\,cm$ باشد.



شکل ۲۸. مسئلهٔ ۲۱.

۲۲. بارهای $+q$ و $-2q$، مطابق شکل ۲۹، در فاصلهٔ ثابت d از یکدیگر قرارگرفته‌اند. (الف) میدان $\mathbf{E}$ را در نقاط A، B و C مشخص کنید. (ب) خطوط میدان الکتریکی را به‌طور تقریبی رسم کنید.



شکل ۲۹. مسئلهٔ ۲۲.

۲۳. فرض کنید که نمای موجود در قانون کولن ۲ نیست بلکه n است. نشان دهید که برای $n \neq 2$ نمی‌توان خطوطی را رسم کرد که خواص مندرج در بخش ۲۸ـ۴ برای خطوط نیرو را داشته باشد. برای سهولت، بار نقطه‌ای منزوی را بررسی کنید.

بخش ۲۸ـ۵ میدان الکتریکی توزیع بار پیوسته

۲۴. نشان دهید که معادلهٔ (۲۷)، برای میدان الکتریکی یک قرص باردار برای نقاط روی محور آن، به‌ازای $z \gg R$ به میدان مربوط به یک‌بار نقطه‌ای تحویل می‌یابد.

Scanned by CamScanner

۲۵. در چه فاصله‌ای روی محور یک قرص باردار به شعاع R شدت میدان الکتریکی برابر با نصف مقدار میدان در مرکز قرص و روی سطح آن می‌شود؟

۲۶. در چه فاصله‌ای روی محور یک حلقه باردار به شعاع R شدت میدان الکتریکی محوری بیشینه است؟

۲۷. (الف) مقدار کل بار q که یک قرص به شعاع ۲٫۵۰cm باید داشته باشد تا میدان الکتریکی آن روی سطح و در مرکز قرص برابر مقداری شود که در آن هوا به لحاظ الکتریکی فرو می‌ریزد و جرقه تولید می‌کند، چقدر است؟ جدول ۱ را ببینید. (ب) فرض کنید که هر اتم در سطح قرص دارای سطح مقطع مؤثر ۰٫۱۵nm^۲ باشد. در سطح قرص چند اتم وجود دارد؟ (ج) بار در قسمت (الف) ناشی از آن است که اتمهای سطح یک الکترون اضافی دارند. چه کسری از اتمهای سطحی باید این‌گونه باردار شده باشند؟

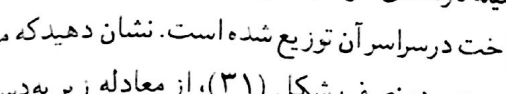
۲۸. معادلهٔ (۲۷) را طوری بنویسید که هم برای zهای منفی و هم برای zهای مثبت معتبر باشد. (راهنمایی: در محاسبه انتگرال در معادلهٔ (۲۶)، کمیت $z/\sqrt{z^۲}$ حاصل می‌شود. مقدار این کمیت به‌ازای $z < ۰$ چقدر است؟)

۲۹. مقادیر اندازه‌گیری‌شده برای میدان الکتریکی E در فاصلهٔ z روی محور یک قرص پلاستیکی باردار به قرار زیر است:

z(cm)	$E(۱۰^۷$N/C)
۰	۲٫۰۴۳
۱	۱٫۷۳۲
۲	۱٫۴۴۲
۳	۱٫۱۸۷
۴	۰٫۹۷۲
۵	۰٫۷۹۷

(الف) شعاع قرص و (ب) بار روی آن را محاسبه کنید.

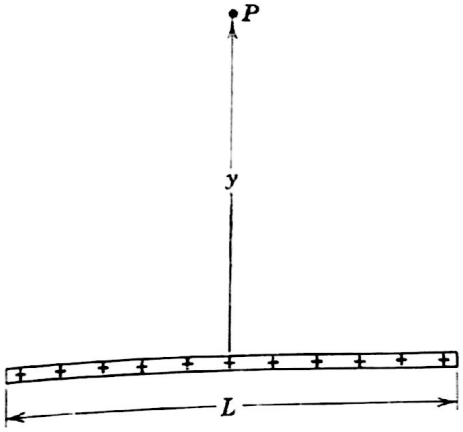
۳۰. یک میلهٔ شیشه‌ای نازک به شکل نیمدایره‌ای به شعاع r خم شده است. بار $+q$ به‌طور یکنواخت روی نیمهٔ بالایی و بار $-q$ به‌طور یکنواخت روی نیمهٔ پایینی این نیمدایره توزیع شده است، این موضوع در شکل ۳۰ نشان داده شده است. میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ را در نقطهٔ P مرکز نیمدایره معین کنید.



شکل ۳۰. مسئلهٔ ۳۰.

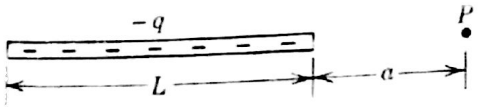
۳۱. یک میلهٔ نارسانای نازک به طول محدود L حامل بارکل q است که به‌طوریکنواخت درسراسرآن توزیع شده است. نشان دهیدکه میدان E در نقطه P، روی عمودمنصف شکل (۳۱)، از معادله زیر به‌دست می‌آید

$$E = \frac{q}{۲\pi\epsilon_۰ y}\frac{۱}{(L^۲ + ۴y^۲)^{۱/۲}}$$



شکل ۳۱. مسئلهٔ ۳۱.

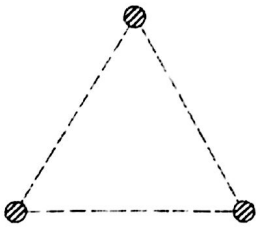
۳۲. یک میلهٔ عایق به طول L دارای بار $-q$ است که مطابق شکل ۳۲ به‌طور یکنواخت در تمام طول آن توزیع شده است. (الف) چگالی خطی بار میله چقدر است؟ (ب) میدان الکتریکی را در نقطهٔ P که به فاصلهٔ a از انتهای میله قرار دارد به‌دست آورید. (ج) اگر P در مقایسه با L از میله بسیار دور باشد، میله مانند یک‌بار نقطه‌ای به‌نظر می‌رسد. نشان دهید که به‌ازای $a \gg L$، جواب قسمت (ب) به میدان الکتریکی یک‌بار نقطه تحویل می‌یابد.



شکل ۳۲. مسئلهٔ ۳۲.

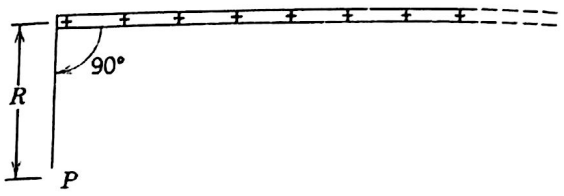
۳۳. خطوط نیروی وابسته به سه خط طویل موازی بار را به‌صورت کیفی در صفحهٔ عمود بر آنها رسم کنید. فرض کنید که محل تلاقی خطوط بار با این صفحه یک مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل می‌دهد (شکل ۳۳) و چگالی خطی بار λ برای هرکدام از سه خط بار یکی است.

Scanned by CamScanner



شکل ۳۳. مسئلهٔ ۳۳.

۳۴. یک میلهٔ عایق "نیم‌نامتناهی" (شکل ۳۴) حامل بار ثابت λ به‌ازای واحد طول است. نشان دهید که میدان الکتریکی در نقطهٔ P با امتداد میله زاویهٔ 45° می‌سازد و این نتیجه مستقل از فاصلهٔ R است.



شکل ۳۴. مسئلهٔ ۳۴.

۳۵. یک فنجان نارسانا به شکل نیم‌کره به شعاع داخلی R دارای بار کل q است که به‌طور یکنواخت روی سطح داخلی آن توزیع شده است. میدان الکتریکی را در مرکز انحنا معین کنید. (راهنمایی: فنجان را به‌صورت تعداد زیادی حلقه درنظر بگیرید.)

بخش ۲۸ـ۶ بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی

۳۶. یک سلاح تدافعی در برنامهٔ دفاع استراتژیک (جنگ ستارگان) از باریکه ذرات استفاده می‌کند. مثلاً، برخورد یک‌باریکهٔ پروتون به یک موشک دشمن می‌تواند آن را بی‌خطر کند. این باریکه‌ها را می‌توان در "تفنگهایی" تولید کرد که با بهره‌گیری از میدانهای الکتریکی، ذرات باردار را شتاب می‌دهند. (الف) اگر میدان الکتریکی برابر $۲٫۱۶ \times ۱۰^۴ \mathrm{N/C}$ باشد الکترون دارای چه شتابی خواهد شد؟ (ب) اگر میدان در فاصلهٔ $1٫22\mathrm{cm}$ روی پروتون اثر کند پروتون به چه سرعتی می‌رسد؟

۳۷. الکترونی با سرعت $۴٫۸۶ \times ۱۰^۶ \mathrm{m/s}$ به موازات یک میدان الکتریکی به شدت $۱۰۳۰\mathrm{N/C}$ که برای کندکردن حرکت آن تنظیم شده است شلیک می‌شود. (الف) الکترون قبل از اینکه (به‌طور لحظه‌ای) متوقف شود مسافتی را طی می‌کند و (ب) این حرکت چقدر طول می‌کشد؟ (ج) اگر میدان الکتریکی پس از مسافت $7٫88\mathrm{mm}$ ناگهان قطع شود، الکترون در عبور از آن چه کسری از انرژی جنبشی اولیه خودش را از دست می‌دهد؟

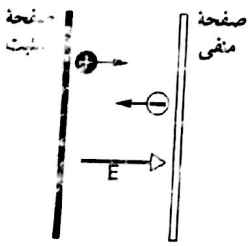
۳۸. میدان الکتریکی یکنواختی در ناحیه بین دو صفحهٔ باردار با علامت مخالف وجود دارد. الکترونی که از حالت سکون از سطح صفحهٔ باردار با بار منفی رها می‌شود، پس از طی مسافت $1٫95\mathrm{cm}$ و $14٫7\mathrm{ns}$ بعد به صفحهٔ مقابل برخورد می‌کند. (الف) سرعت الکترون در زمان برخورد با صفحهٔ دوم چقدر است؟ (ب) اندازهٔ میدان الکتریکی چقدر است؟

۳۹. دو بار مساوی با علامتهای مخالف با اندازه $1٫88 \times ۱۰^{-۷}\mathrm{C}$ در فاصلهٔ $15٫2\mathrm{cm}$ از هم قرارگرفته‌اند. (الف) مقدار و جهت میدان $\mathbf{E}$ در نقطه وسط دو بار چقدر است؟ (ب) به الکترونی که در آنجا قرارگرفته چه نیرویی (اندازه و جهت) وارد می‌شود؟

۴۰. دو بار نقطه‌ای به مقدار $q_۱ = 2٫16\mu\mathrm{C}$ و $q_۲ = 85٫3\mathrm{nC}$ در فاصلهٔ $11٫7\mathrm{cm}$ از هم قرارگرفته‌اند. (الف) اندازهٔ میدان الکتریکی هریک از این دو بار را در محل بار دیگر تعیین کنید. (ب) نیرویی را که به هرکدام از بارها وارد می‌شود محاسبه کنید.

۴۱. در آزمایش میلیکان، قطره‌ای به شعاع $1٫64\mu\mathrm{m}$ و چگالی $0٫851\mathrm{g/cm^3}$ وقتی به حالت تعادل می‌رسد که میدانی به‌شدت $1٫92 \times ۱۰^۵\mathrm{N/C}$ اعمال شود. بار قطره را برحسب e به‌دست آورید.

۴۲. دو صفحهٔ مسی بزرگ موازی در فاصلهٔ $5٫00\mathrm{cm}$ از هم قرار گرفته‌اند و همان‌طور که شکل ۳۵ نشان می‌دهد، بین آنها میدان الکتریکی یکنواختی وجود دارد. یک الکترون از صفحهٔ منفی و همزمان با آن یک پروتون از صفحهٔ مثبت رها می‌شوند. نیرویی که ذرات بر یکدیگر وارد می‌کنند را نادیده بگیرید و فاصلهٔ آنها را از صفحهٔ مثبت هنگام عبور ازکنار هم تعیین کنید. آیا اینکه برای حل این مسئله نیاز به دانستن میدان الکتریکی ندارید شما را متعجب می‌کند؟



شکل ۳۵. مسئلهٔ ۴۲.

۴۳. در یکی از آزمایشهای اولیه (در سال ۱۹۱۱)، میلیکان مشاهده کرد که، علاوه بر بارهای دیگر، بارهای اندازه‌گیری‌شدهٔ زیر در موارد مختلف روی یک تک‌قطره پدیدار می‌شوند:

$19٫71\times10^{-19}\mathrm{C}$	$13٫13\times10^{-19}\mathrm{C}$	$6٫563\times10^{-19}\mathrm{C}$
$22٫89\times10^{-19}\mathrm{C}$	$16٫48\times10^{-19}\mathrm{C}$	$8٫204\times10^{-19}\mathrm{C}$
$26٫13\times10^{-19}\mathrm{C}$	$18٫08\times10^{-19}\mathrm{C}$	$11٫50\times10^{-19}\mathrm{C}$

Scanned by CamScanner

از این داده‌ها چه مقداری را برای کوانتوم بار الکتریکی e می‌توان استنتاج کرد؟

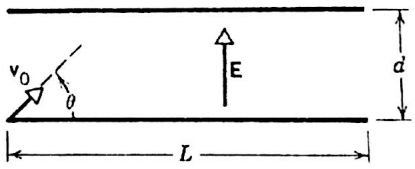
۴۴. میدان یکنواخت قائم $\mathbf{E}$ در فاصلهٔ بین دو صفحهٔ موازی بزرگ برقرار است. یک کره کوچک رسانا به جرم m از ریسمانی به طول L در این میدان آویخته شده است. دورهٔ تناوب این آونگ را وقتی که به کره بار $+q$ داده شده است و صفحه پایینی حامل بار (الف) مثبت و (ب) منفی است تعیین کنید.

۴۵. در مثال ۶، انحراف کل قطرهٔ جوهر را هنگام برخورد با کاغذ که در فاصلهٔ ۶٫۸mm از انتهای صفحات منحرف‌کننده قرار دارد معین کنید؛ نگاه کنید به شکل ۱۴.

۴۶. الکترونی مقید به حرکت در امتداد محور حلقهٔ بار مورد بحث در بخش ۲۸ـ۵ است. نشان دهید که الکترون می‌تواند با گذر از مرکز حلقه نوسانهای کوچکی با بسامد زیر انجام دهید

$$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 mR^3}}$$

۴۷. الکترونی مطابق شکل ۳۶ با سرعت $v_0 = 5{,}83 \times 10^6\,\mathrm{m/s}$ با زاویهٔ $\theta = 39{,}0^\circ$ به داخل میدان $\mathbf{E} = 1870\,\mathrm{N/C}$ (به‌طرف بالا) پرتاب شده است. می‌دانیم که $d = 1{,}97\,\mathrm{cm}$ و $L = 6{,}20\,\mathrm{cm}$. آیا الکترون به هیچ‌کدام از دو صفحه برخورد می‌کند؟ در صورت برخورد الکترون با صفحات، این برخورد با کدام صفحه و در چه فاصله‌ای از لبهٔ سمت چپ صفحه صورت می‌گیرد؟



شکل ۳۶. مسئلهٔ ۴۷.

بخش ۲۸ـ۷ دوقطبی در میدان الکتریکی

۴۸. یک دوقطبی الکتریکی، متشکل از بارهایی به اندازهٔ ۱٫۴۸nC و به فاصلهٔ $6{,}23\,\mu\mathrm{m}$ از هم، در یک میدان الکتریکی به‌شدت $1100\,\mathrm{N/C}$ قرار دارد. (الف) اندازهٔ گشتاور دوقطبی الکتریکی چقدر است؟ (ب) اختلاف انرژی پتانسیل مربوط به سمتگیرهای موازی و پادموازی دوقطبی با میدان چقدر است؟

۴۹. یک دوقطبی الکتریکی متشکل از بارهای $+2e$ و $-2e$ در فاصلهٔ ۰٫۷۸nm از یکدیگر است. این دوقطبی در میدانی به‌شدت $3{,}4 \times 10^6\,\mathrm{N/C}$ قرار دارد. اندازهٔ گشتاور نیروی وارد بر دوقطبی را وقتی که گشتاور دوقطبی (الف) موازی با، (ب) عمود بر و (ج) پادموازی با میدان الکتریکی است محاسبه کنید.

۵۰. بار $q = 3{,}16\,\mu\mathrm{C}$ در فاصلهٔ ۲۸٫۵cm از یک دوقطبی کوچک روی عمودمنصف آن قرار دارد. نیروی وارد بر این بار الکتریکی $5{,}22 \times 10^{-16}\,\mathrm{N}$ است. روی یک نمودار (الف) جهت نیروی وارد بر بار و (ب) جهت نیروی وارد بر دوقطبی را نشان دهید. (ج) مقدار نیروی وارد بر دوقطبی و (د) گشتاور دوقطبی این دوقطبی را تعیین کنید.

۵۱. کار لازم برای سروته‌کردن یک دوقطبی الکتریکی در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\mathbf{E}$ را برحسب گشتاور دوقطبی $\mathbf{p}$ و زاویهٔ اولیهٔ θ بین $\mathbf{p}$ و $\mathbf{E}$ تعیین کنید.

۵۲. بسامد نوسان یک دوقطبی الکتریکی، با گشتاور p و لختی دورانی I، را برای نوسانهای کم‌دامنه حول وضعیت تعادل در یک میدان الکتریکی یکنواخت E تعیین کنید.

۵۳. دو بار نقطه‌ای مثبت $+q$ را درنظر بگیرید که در فاصلهٔ a هم قرار گرفته‌اند. (الف) رابطه‌ای برای dE/dz در نقطه وسط دو بار به‌دست آورید، که z فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر از نقطه وسط دو بار در امتداد خطی است که دو بار را به‌هم متصل می‌کند. (ب) نشان دهید که نیروی وارد بر یک دوقطبی کوچک که در این مکان قرارگرفته و محور آن در امتداد خط اتصال دو بار است، از رابطهٔ $F = p(dE/dz)$ به‌دست می‌آید، که در آن p گشتاور دوقطبی است.

طرحهای کامپیوتری

۵۴. (الف) برای محاسبهٔ مؤلفه‌های میدان الکتریکی ناشی از مجموعه‌ای از بارهای نقطه‌ای یک برنامهٔ کامپیوتری بنویسید یا یک برگهٔ گسترده طراحی کنید. ابتدا تعداد ذرات، بار آنها و مختصات مکانی آنها را وارد کنید. سپس مختصات نقطهٔ میدان را وارد کنید. برنامه را طوری تنظیم کنید که بتواند برگردد و مختصات نقطهٔ جدید میدان را پس از آنکه مؤلفه‌های میدان را برای نقطهٔ پیش نمایش گذارد قبول کند. برای سهولت، فرض کنید که تمام بارها در صفحه xy قرار گرفته‌اند و نقاط میدان نیز در آن صفحه‌اند. اگر مختصات بار q_i با x_i و y_i باشد سهم این بار در میدان حاصل در نقطهٔ x, y عبارت است از $E_{ix} = (1/4\pi\epsilon_0)q_i(x - x_i)/r_i^3$، $E_{iy} = (1/4\pi\epsilon_0)q_i(y - y_i)/r_i^3$، $E_{iz} = 0$، که در

Scanned by CamScanner