

### پاسخ مسئله‌ها

۱- در شکل (۴-۹) نیروهای وارد بر مکعب و سطح شیبدار نشان داده شده است. برای نمایش بهتر نیروها، مکعب و سطح شیبدار جدا از هم رسم شده است. نیروهای وارد بر سطح شیبدار به ترتیب زیر است.

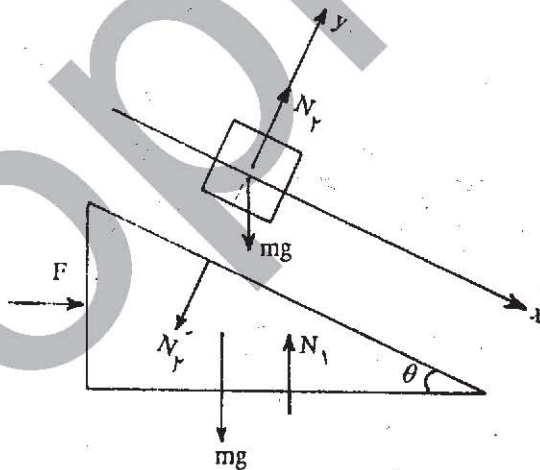
$Mg$  وزن سطح شیبدار که از کره زمین بر سطح شیبدار وارد می‌شود

$N_1$  نیرویی که کف ترازو بر سطح شیبدار وارد می‌کند.

$N'_1$  نیرویی که مکعب بر سطح شیبدار وارد می‌کند. چون مکعب و سطح شیبدار اصطکاک ندارند، نیرویی که این دو بر هم وارد می‌کنند، بر سطح تماس عمود است.

$F$  نیرویی که بدنه قائم کفه ترازو بر سطح شیبدار وارد می‌کند.

نیروهای وارد بر مکعب چنین است



شکل (۴-۹)

$mg$  وزن مکعب که از طرف کره زمین بر مکعب وارد می‌شود

$N_{\gamma}$  نیرویی که سطح شیبدار بر مکعب وارد می‌کند. این نیرو و  $N'_{\gamma}$  کنش و واکنش هستند. چون مکعب روی سطح شیبدار به پایین می‌لغزد، در راستای محور  $y$  شتاب ندارد، یعنی

$$a_y = 0 \rightarrow N_{\gamma} - mg \cos \theta = m a_y = 0$$

$$N_{\gamma} = m_{\gamma} g \cos \theta \quad (1-4)$$

چون سطح شیبدار حرکت ندارد، باید برآیند نیروهای وارد بر آن در دو راستای افقی و قائم صفر باشد. پس داریم:

$$N_1 - Mg - N'_{\gamma} \cos \theta = 0 \quad (2-4)$$

$$F - N'_{\gamma} \sin \theta = 0 \quad (3-4)$$

از طرفی داریم:

$$N_{\gamma} = N'_{\gamma} \quad (4-4)$$

از رابطه‌های (۱-۴)، (۲-۴) و (۳-۴) داریم

$$N_1 = Mg + m_{\gamma} g \cos^2 \theta$$

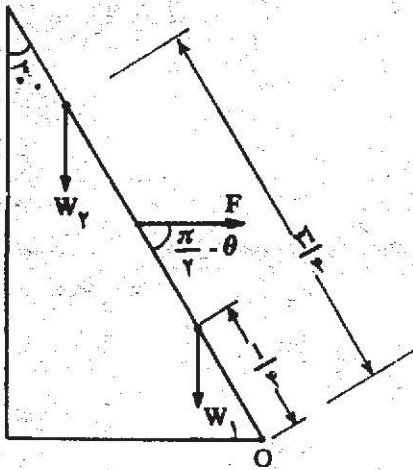
واکنش نیروی  $N_1$ ، نیرویی است که سطح شیبدار بر ترازو وارد می‌کند و آنچه ترازوی فنری نشان می‌دهد، همین نیرو است. چون اندازه دو نیروی کنش و واکنش برابراند، پس عددی که ترازوی فنری نشان می‌دهد، همان  $N_1$  است.

۲- وزن قسمت پهن میله را  $W_1$  و قسمت باریک آن را  $W_{\gamma}$  فرض می‌کنیم. چون قطر قسمت پهن دو برابر قسمت باریک است، و طول دو قسمت یکسان است حجم قسمت پهن چهار برابر باریک است. چون جنس دو قسمت یکسان است، پس وزن قسمت پهن نیز چهار برابر وزن قسمت باریک است.

$$W_1 = 4W_{\gamma}$$

چون وزن دو قسمت  $50\text{N}$  است پس:

$$W_1 = 40\text{N} \quad W_{\gamma} = 10\text{N}$$



شکل (۴-۱۰)

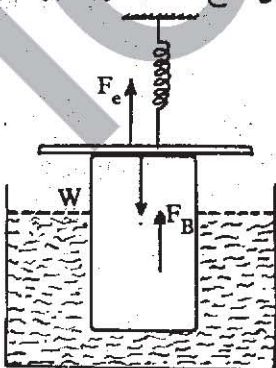
از طرف دیوار نیرویی بر میله وارد نشده است. چون میله در حال تعادل است، گشتاور نیروهای وارد بر میله نسبت به نقطه O صفر است. داریم:

$$W_2 \times \frac{3}{4} \sin \theta + W_1 \times \frac{1}{4} \sin \theta - F \frac{1}{2} \cos \theta = 0 \quad \frac{21}{4} \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{10 \times 3}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{40 \times 1}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{F}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$F = \frac{35\sqrt{3}}{3}$$

۳- در حالت اول  $\frac{h}{3} = 15 \text{ cm}$  از استوانه فلزی در مایع شناور است. پس از گذاردن وزنه که وزن آن را  $W$  فرض می‌کنیم،  $\frac{2}{3} h = 20 \text{ cm}$  از استوانه داخل مایع شناور خواهد بود.



شکل (۴-۱۱)

در شکل (۴-۱۱) تغییر نیروهای وارد بر استوانه نشان داده شده است. این نیروها به ترتیب زیر است.

$W = mg$  وزن وزنه‌ای که روی استوانه قرار داده‌ایم

$F_B$  تغییر نیروی ارشمیدس به علت افزایش حجم مایع جابه‌جا شده

$F_e$  تغییر نیروی فنر به دلیل افزایش طول فنر

$$F_B = \Delta h \times \pi r^2 p g = 5 \times 10^{-2} \times 3/14 \times 25 \times 10^{-4} \times 1/8 \times 10^3 \times 9/8$$

$$F_B = 6/93 \text{ N}$$

$$F_e = k \Delta h = 2 \times 5 \times 10^{-2} = 0/1$$

چون استوانه قبل از گذاردن وزنه در حال تعادل بوده است و پس از گذاردن وزنه نیز در حال تعادل خواهد بود، مجموع نیروهای اضافه شده به استوانه، باید صفر باشد.

$$F_e + F_B - W = 0$$

$$W = 6/93 + 0/1 = 7/03 \text{ N}$$

$$m = \frac{W}{g} = 0/717 \text{ kg}$$

۴- در ابتدا حجم دو محفظه گاز با هم برابر است.

الف - در شکل (۴ - ۱۲) دو محفظه گاز پس از جابه‌جایی پیستون نشان داده شده است. داریم:

$$V_1 P_1 = (\ell + d) A P_1 = \ell A P_0 \quad (5-4)$$

$$V_2 P_2 = (\ell - d) A P_2 = \ell A P_0 \quad (6-4)$$

چون پیستون در حال تعادل است، میان فشار  $P_1$  و  $P_2$ ، رابطه زیر برقرار است

$$P_1 + \frac{W}{A} = P_2 \quad (7-4)$$

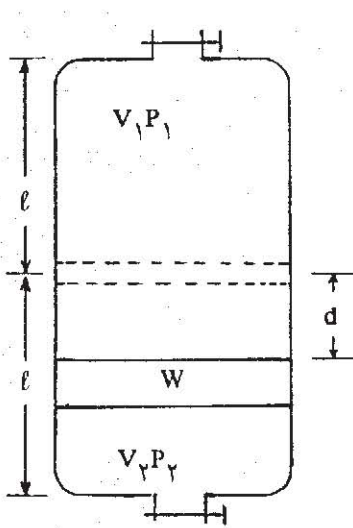
از رابطه (۵ - ۴) و (۶ - ۴) داریم:

$$(\ell + d) p_1 = (\ell - d) p_2 \quad (8-4)$$

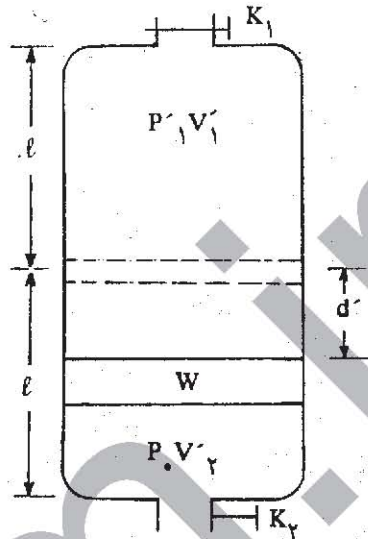
اگر  $p_2$  را از رابطه (۷ - ۴) در رابطه (۸ - ۴) قرار دهیم داریم:

$$(\ell + d) p_1 = (\ell - d) \left[ p_1 + \frac{W}{A} \right] \quad (9-4)$$

با قرار دادن  $p_1$  از رابطه (۵ - ۴) در رابطه (۹ - ۴) داریم:



شکل (۴-۱۲)



شکل (۴-۱۳)

$$l p_0 = (l - d) \left[ \frac{l p_0}{l + d} + \frac{W}{A} \right]$$

$$l p_0 (l + d) = (l - d) \left[ l p_0 + \frac{W}{A} (l + d) \right]$$

$$d^2 + \frac{l p_0}{W} d - l^2 = 0$$

$$d = -\frac{l p_0}{W} \pm \sqrt{\frac{l^2 p_0^2 A^2}{W^2} + l^2} + l^2 \quad (10-4)$$

چون در رابطه (۴-۱۰)،  $\Delta > 0$  است معادله همواره جواب دارد و چون باید  $d > 0$  باشد، جواب قابل قبول چنین است.

$$d = \frac{l}{W} \left[ \sqrt{l^2 p_0^2 A^2 + W^2} - p_0 A \right]$$

ب - پس از باز کردن شیر پایینی  $k_2$ ، فشار هوای محفظه پایینی  $p_0$  خواهد شد. در شکل (۴-۱۳) وضعیت حجم و فشار دو محفظه نشان داده شده است. داریم

$$p'_1 V'_1 = p'_1 (l + d') A = p_0 l A \quad (11-4)$$



فشار گاز در محفظه بالایی به اضافه فشار حاصل از پیستون باید با فشار هوای خارج برابر باشد، یعنی:

$$p'_1 + \frac{W}{A} = p_0 \quad (۱۲-۴)$$

از دو رابطه (۱۱-۴) و (۱۲-۴) داریم:

$$(p_0 - \frac{W}{A}) (\ell + d') = p_0 \ell$$

$$\ell p_0 - \ell \frac{W}{A} + d' (p_0 - \frac{W}{A}) = p_0 \ell$$

$$d' = \frac{W \frac{\ell}{A}}{p_0 - \frac{W}{A}} = \frac{W \ell}{p_0 A - W}$$

ج - برای آن که پس از باز کردن شیر پایینی پیستون به ته ظرف سقوط نکند، باید

$$d' < \ell \Rightarrow \frac{W \ell}{p_0 A - W} < \ell$$

$$W < p_0 A - W$$

$$W < \frac{p_0 A}{2}$$

۵ - در حالی که مقاومتها به طور موازی بسته شده‌اند، گرمای تولید شده در مدت ۱۵ دقیقه چنین است.

$$Q_1 = m c (\theta_2 - \theta_1) + m' L = ۱۵۰۰ \times ۱ (۱۰۰ - ۲۰) + ۱۰۰ \times ۵۳۹$$

$$Q_1 = ۱۷۳/۹ \times ۱۰^۳ \text{ cal}$$

اگر مقاومت هر کدام از دو سیم گرمکن را R و اختلاف پتانسیل برق شهر را V فرض کنیم، توان اجاق الکتریکی در حالتی که دو سیم گرمکن آن به طور موازی بسته شده‌اند، چنین است.

$$P_1 = 2 \frac{V^2}{R} = \frac{Q_1}{t_1} = \frac{۱۷۳/۹ \times ۱۰^۳}{۹۰۰} = ۱۹۳/۱ \text{ cal/s}$$

$$\frac{V^2}{R} = ۹۶/۶ \text{ cal/s}$$

الف - هنگامی که سیمهای گرمکن را به طور متوالی می‌بندیم، مقاومت آنها  $2R$  خواهد بود و توان در این حالت چنین است.

$$P_2 = \frac{V^2}{2R} = 48/3 \text{ cal/s}$$

چون توان در این حالت چهار بار از حالت اول کوچکتر و زمان ۴ بار بزرگتر شده است، بنابراین انرژی مصرف شده معادل حالت اول است. پس آب به جوش آمده و همان  $100\text{g}$  از آن بخار خواهد شد.

ب - در حالتی که یکی از سیمهای گرمکن در اجاق باشد، مقاومت آن  $R$  و توان آن  $\frac{V^2}{R}$  است. در این حالت داریم

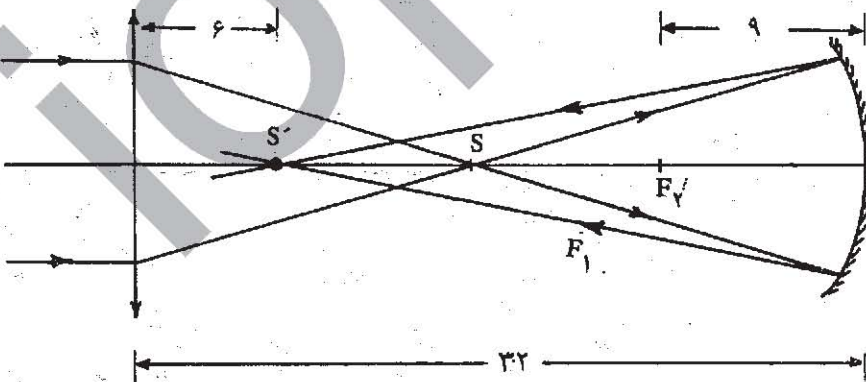
$$Q_2 = P_2 t_2 = m c (\theta_2 - \theta_1)$$

$$96/6 \times t_2 = 1500 \times 1 \times (100 - 20)$$

$$t_2 = 1242 \text{ s} = 20/7 \text{ دقیقه}$$

۶- پرتوهای موازی با محور عدسی در کانون آن جمع می‌شوند و آینه مقعر از این نقطه نورانی تصویری حقیقی می‌دهد. محل تشکیل این تصویر حقیقی می‌تواند در یکی از دو طرف عدسی و به فاصله ۶ سانتی متری آن باشد. در یک حالت تصویر حقیقی نهایی میان عدسی و آینه است و در حالت دیگر خارج از فاصله آن دو است.

الف - در حالتی که تصویر حقیقی نهایی میان عدسی و آینه تشکیل شود، پرتوهای نور مانند شکل (۴-۱۴) است.



شکل (۴-۱۴)

نقطه نورانی  $s$  که در کانون عدسی است، در آینه به عنوان یک جسم حقیقی تصویری در  $s'$  می‌دهد. از شکل پیداست که

$$p = ۳۲ - f_1$$

$$q = ۳۲ - ۶ = ۲۶$$

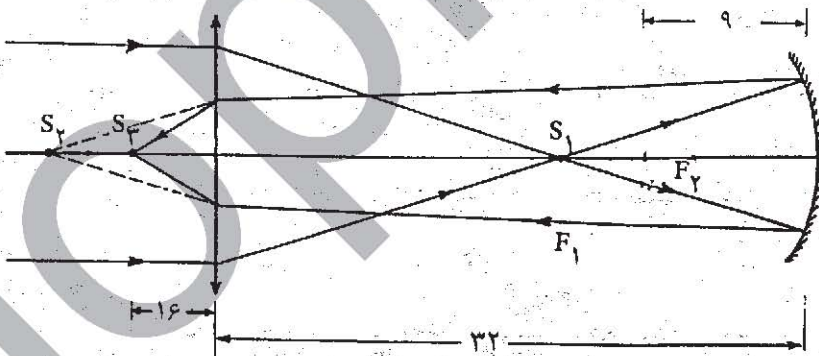
برای آینه داریم:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{۳۲ - f_1} + \frac{1}{۲۶} = \frac{1}{۹}$$

$$f_1 = ۱۸/۸ \text{ cm}$$

ب - در این حالت مطابق شکل (۴-۱۵) آینه از نقطه نورانی  $s_1$  تصویری می‌دهد (نقطه  $s_3$ ) که در سمت دیگر عدسی قرار دارد. این تصویر به عنوان جسم مجازی برای عدسی عمل می‌کند و باید تصویر این جسم مجازی در عدسی، (نقطه  $s_3$ ) در فاصله ۶ سانتیمتری عدسی تشکیل شود.



شکل (۴-۱۵)

در عدسی  $q_1 = ۶ \text{ cm}$  است و داریم:

$$\frac{1}{-p_1} + \frac{1}{۶} = \frac{1}{f_1}$$



$$P_1 = \frac{6 f_1}{f_1 - 6}$$

چون تصویر  $S_1$  در آینه مقعر، یعنی  $S_1$ ، برای عدسی مجازی است، در رابطه بالا  $\frac{1}{-P_1}$  گذارده شده است تا  $P_1$  صرفاً اندازه فاصله  $S_1$  از عدسی باشد.  $S_1$  تصویر  $S_1$  در آینه است و برای آینه داریم:

$$P_2 = 32 - f_1$$

$$q_2 = 32 + P_1 = \frac{6 f_1}{f_1 - 6} + 32 = \frac{38 f_1 - 192}{f_1 - 6}$$

$$\frac{1}{P_2} + \frac{f_1 - 6}{38 f_1 - 192} = \frac{1}{9}$$

$$P_2 = \frac{9(38 f_1 - 192)}{29 f_1 - 138} = \frac{342 f_1 - 1728}{29 f_1 - 138}$$

$$f_1 = 32 - P_2 = 32 - \frac{342 f_1 - 1728}{29 f_1 - 138} = \frac{586 f_1 - 2688}{29 f_1 - 138}$$

$$29 f_1^2 - 724 f_1 + 2688 = 0$$

$$f_1 = 20/4 \text{ cm}$$

۷- در شکل (۴-۱۶) استوانه شیشه‌ای و غلاف آن که رشته نوری را می‌سازند نشان داده شده است. برای آن که بتوان مسیر پرتو نور را مشخص کرد، باریکه نور را به نقطه‌ای که با غلاف فاصله دارد، تابانده‌ایم ولی در عمل پرتو نور به مرز تماس استوانه با غلاف می‌تابد. برای شکست نور در ابتدای رشته داریم:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = n_1 \sin \beta \quad (4-13)$$

نوری که وارد استوانه می‌شود، با زاویه  $\gamma$  و تابش  $\gamma$  به مرز تماس استوانه با غلاف بر می‌خورد.

چون زاویه  $\beta$  و  $\gamma$  متمم یکدیگرند، رابطه (۴-۱۳) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\sin \frac{\alpha}{\gamma} = n_1 \cos \gamma = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} \quad (۴-۱۴)$$

اگر قرار باشد نور در استوانه محصور بماند و وارد غلاف نشود، باید زاویه  $\gamma$  از زاویه حد  $C$  بیشتر باشد. داریم:

$$\gamma \geq C$$

$$\sin \gamma \geq \sin C \quad (۴-۱۵)$$

اگر در رابطه (۴-۱۴) به جای  $\sin \gamma$ ، مقدار  $\sin C$  را قرار دهیم از رابطه (۴-۱۵) پیداست که کمیت زیر رادیکال بزرگتر شده است، پس:

$$\sin \frac{\alpha}{\gamma} \leq n_1 \sqrt{1 - \sin^2 C} \quad (۴-۱۶)$$

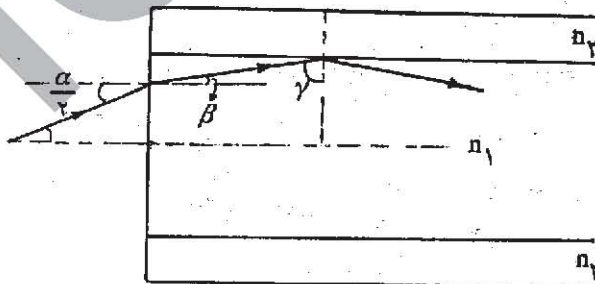
$$\sin C = \frac{n_2}{n_1} \quad (۴-۱۷)$$

از طرفی داریم:

اگر به جای  $\sin C$  مقدار آن را از رابطه (۴-۱۷) در رابطه (۴-۱۶) قرار دهیم داریم:

$$\sin \frac{\alpha}{\gamma} \leq n_1 \sqrt{1 - \frac{n_2^2 \gamma^2}{n_1^2}}$$

$$\sin \frac{\alpha}{\gamma} \leq \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

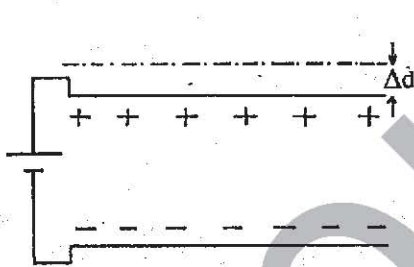


شکل (۴-۱۶)

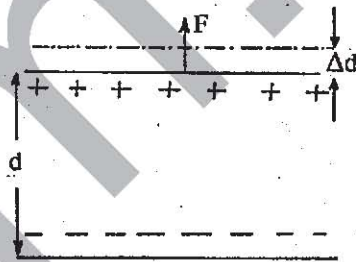
۸ - هنگامی که صفحات خازن به باتری وصل نیست، بار خازن در تغییر فاصله صفحات ثابت می‌ماند. در شکل (۴-۱۷) صفحات خازن قبل از تغییر فاصله، نشان داده شده است. آشکار است که برای زیاد کردن فاصله صفحات، باید یک عامل خارجی با کردن نیرو به یکی از صفحات، آن را جابه‌جا کند و در این جابه‌جایی کار انجام دهد. کار انجام شده توسط عامل خارجی در این جابه‌جایی، به افزایش انرژی خازن می‌انجامد.

$$U_1 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2 d}{2\epsilon_0 A}$$

$$\Delta U_1 = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} \Delta d = W_1 \quad (4-18)$$



شکل (۴-۱۸)



شکل (۴-۱۷)

در حالت اول تنها فاصله صفحات تغییر می‌کند و بنابراین تغییر انرژی مربوط به آن است. در حالت دوم باتری به خازن متصل می‌ماند. در این صورت اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند و چون ظرفیت خازن به علت تغییر فاصله صفحات، تغییر می‌کند، بار خازن نیز تغییر می‌کند. وضعیت خازن در این حالت در شکل (۴-۱۸) نشان داده شده است. داریم:

$$Q = CV = \frac{\epsilon_0 A}{d} V \quad (4-19)$$

با افزایش  $d$ ، بار خازن کم می‌شود. به عبارت دیگر مقداری از بارهای خازن به باتری بر

می‌گردد. تغییر بار خازن را می‌توان با استفاده از رابطه (۴ - ۱۹) بدست آورد. داریم:

$$\Delta Q = - \frac{\epsilon_0 A}{d^2} V \Delta d \quad (۴ - ۲۰)$$

علامت منفی در رابطه (۴ - ۲۰) نشان دهنده کم شدن بار خازن است. هنگامی که باتری خازن را پر می‌کند، باتری انرژی به خازن می‌دهد، یعنی باتری کار مثبت انجام می‌دهد. هنگامی که فرایند عکس رخ می‌دهد، یعنی بار از خازن خالی شده و به باتری می‌رود، باتری انرژی دریافت می‌کند، یعنی کار منفی انجام می‌دهد. چون اختلاف پتانسیل دو سر باتری ثابت است، کار انجام شده در اثر عبور بار  $\Delta Q$  از این اختلاف پتانسیل، با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل از رابطه زیر به دست می‌آید.

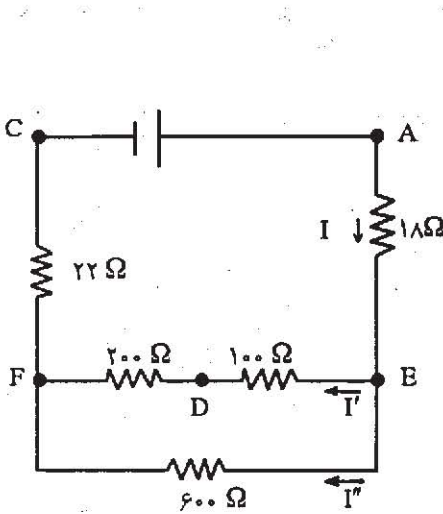
$$W_p = V \Delta Q = - \frac{\epsilon_0 A}{d^2} V^2 \Delta d$$

$$W_2 = - \frac{(\epsilon_0 A)^2 V^2}{d^2 \epsilon_0 A} \Delta V = - \frac{Q^2}{\epsilon_0 A} \Delta V$$

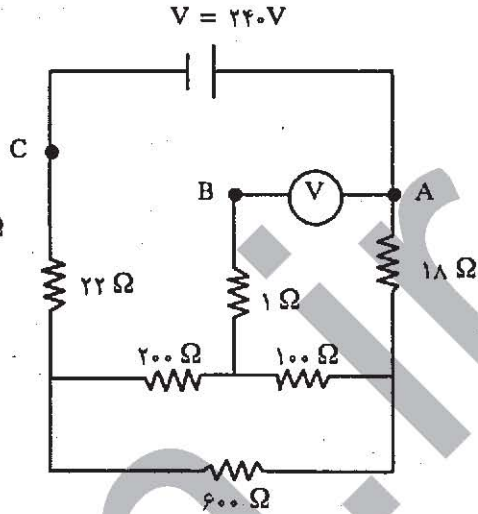
$$\frac{W_2}{W_1} = - 2$$

در این حالت نیز عامل خارجی که فاصله صفحات را زیادتر می‌کند، باید کار انجام دهد که با حالت قبل یکسان است. اما در این حالت این کار به اضافه مقداری از انرژی خازن که کمتر می‌شود، مجموعاً به باتری برگردانده می‌شود که همان  $W_p$  است.

۹ - مقاومت‌های درون جعبه در شکل (۴ - ۱۹) نشان داده شده است. در بهترین حالت، مقاومت درونی ولتمتر، بسیار زیاد است و در نتیجه می‌توان آن را بی‌نهایت فرض کرد. در این صورت جریانی که از ولتمتر می‌گذرد بسیار ناچیز است و می‌توان آن را صفر فرض کرد. بنابراین از مقاومت  $1 \text{ } \Omega$  جریانی نمی‌گذرد. بر این اساس دو نقطه  $B$  و  $D$  اختلاف پتانسیلی ندارند و به جای اختلاف پتانسیل دو نقطه  $A$  و  $B$ ، می‌توان اختلاف پتانسیل دو نقطه  $A$  و  $D$  را محاسبه کرد.



شکل (۲۰ - ۴)



شکل (۱۹ - ۴)

مدار معادل در شکل (۲۰ - ۴) نشان داده شده است. معادل دو مقاومت ۲۰۰ اهمی و ۱۰۰ اهمی به‌طور متوالی بسته شده‌اند، ۳۰۰ اهم است. این مقاومت با مقاومت ۶۰۰ اهمی به‌طور موازی بسته شده است و معادل آنها چنین است.

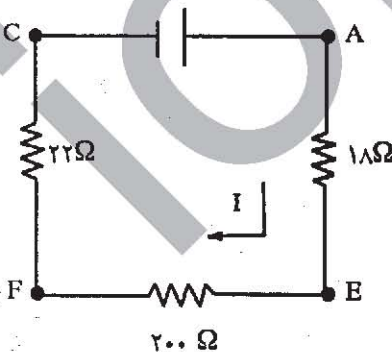
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{600} + \frac{1}{300} \rightarrow R = 200 \Omega$$

مدار معادل با این مقاومتها در شکل (۲۱ - ۴) رسم شده است. جریانی که از مدار می‌گذرد چنین است.

$$I = \frac{V}{\Sigma R} = \frac{240}{22 + 200 + 18} = 1 \text{ A}$$

برای اختلاف پتانسیل دو نقطه E و F از شکل (۲۱ - ۴) داریم:

$$V_{EF} = 200 \times 1 = 200 \text{ V}$$



شکل (۲۱ - ۴)

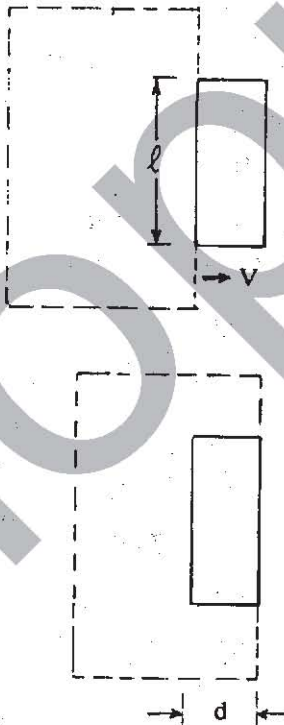


۱۰- در شکل (۴-۲۲) موقعیت قطبهای آهنربا هنگامی که قاب فلزی وارد میدان مغناطیسی می‌شود، نشان داده شده است. از هنگامی که کناره راست قاب به لبه چپ میدان مغناطیسی می‌رسد، تا زمانی که کناره راست قاب از لبه راست میدان مغناطیسی می‌گذرد، شار مغناطیسی که از سطح قاب عبور می‌کند، در حال افزایش است. این زمان از رابطه زیر به دست می‌آید

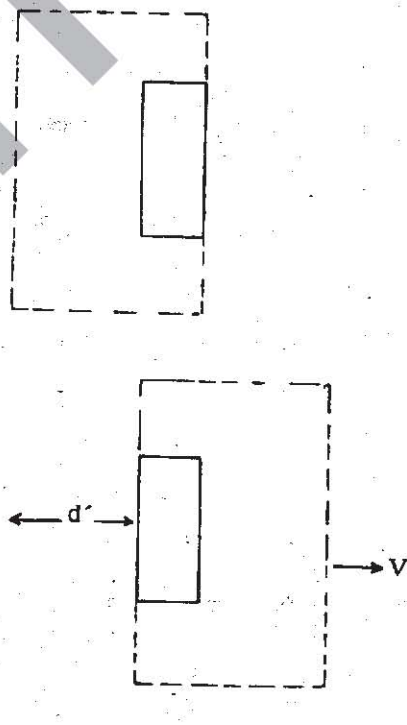
$$t_1 = \frac{d}{V} = \frac{0/03}{30} = 10^{-3} \text{ s}$$

در این مدت نیروی محرکه القایی چنین است:

$$E_1 = B L V = 0/5 \times 0/1 \times 30 = 1/5 \text{ V}$$



شکل (۴-۲۲)

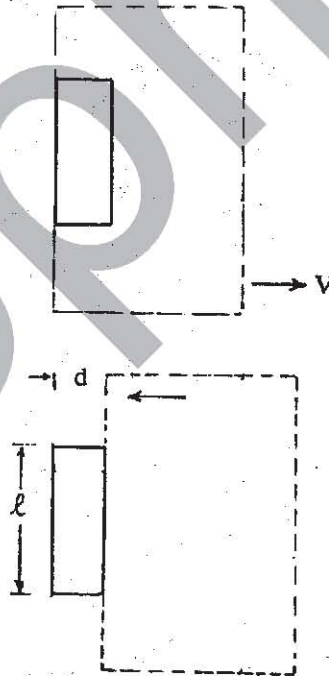


شکل (۴-۲۳)

در شکل (۴-۲۳) موقعیت آهنربا هنگامی که تمام مساحت میدان مغناطیسی توسط قاب پوشیده شده است، نشان داده شده است. از هنگامی که کناره راست قاب از لبه سمت راست میدان مغناطیسی می‌گذرد، تا زمانی که کناره چپ قاب به لبه چپ میدان می‌رسد، شار مغناطیسی که از سطح قاب می‌گذرد ثابت است و بنابراین در این مدت نیروی محرکه القایی صفر است. این مدت با توجه به شکل (۴-۲۳) از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$t_2 = \frac{d'}{v} = \frac{0/06}{30} = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$$

در شکل (۴-۲۴) موقعیت قطبهای آهنربا هنگامی که قاب از میدان مغناطیسی بیرون می‌رود، نشان داده شده است. از هنگامی که کناره سمت چپ قاب به لبه سمت چپ میدان مغناطیسی می‌رسد، تا زمانی که کناره سمت چپ قاب، به لبه سمت راست میدان مغناطیسی می‌رسد، شار مغناطیسی که از سطح قاب می‌گذرد، در حال کاهش است. این زمان با توجه به شکل (۴-۲۴) از رابطه زیر به دست می‌آید:



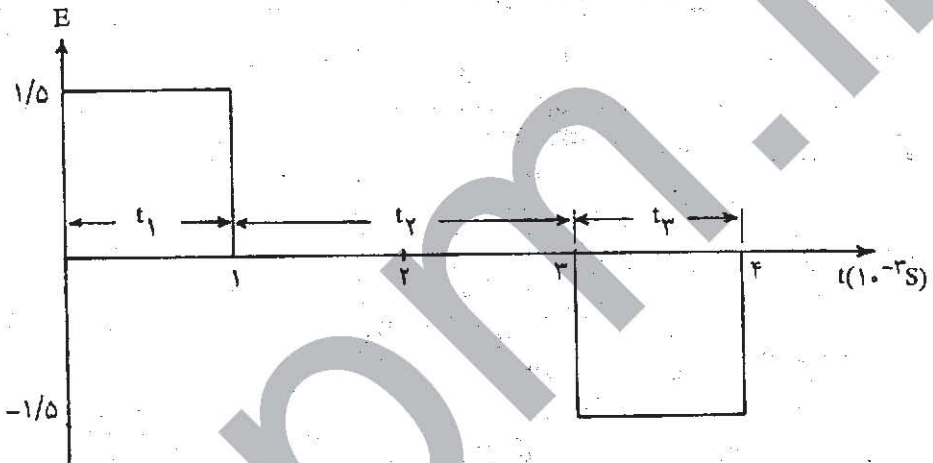
شکل (۴-۲۴)

$$t_3 = \frac{d}{V} = \frac{0.3}{30} = 10^{-3} \text{ s}$$

در این مدت نیروی محرکه القایی چنین است.

$$E_1 = B L V = 0.5 \times 0.1 \times 30 = 1/5$$

آشکار است که نیروی محرکه  $E_1$  که با افزایش شار مغناطیسی از سطح قاب به وجود می‌آید، در خلاف جهت نیروی محرکه القایی  $E_2$  است که در اثر کاهش شار مغناطیسی به وجود می‌آید. نمودار تغییرات نیروی محرکه در شکل (۴-۲۵) نشان داده شده است.



شکل (۴-۲۵)