

FORMAL LANGUAGES AND AUTOMATA

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

F.Mirzaei میرزائی

بخش چهارم – آتاماتا

جلسه چهارم

سه مفهوم اساسی!!

→ بحث امروز

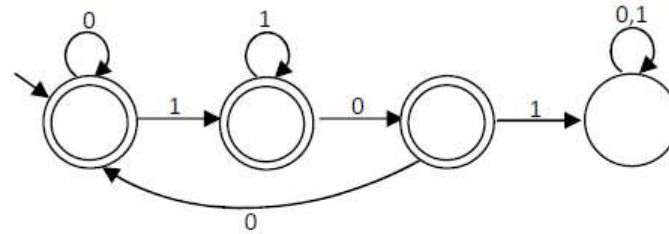
- زبان ها
- آتاماتاها
- گرامرها

متمم یک DFA

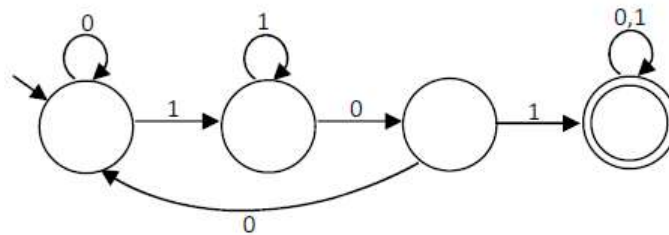
برای بدست آوردن یک DFA تنها کافی است حالت پایانی به غیر پایانی و بالعکس تبدیل شوند.

(مثال)

$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{رشته ی } w \text{ دارای هیچ زیر رشته ای از } 101 \text{ نباشد}\}$



$\bar{L} = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{رشته ی } w \text{ دارای حداقل یک زیر رشته از } 101 \text{ باشد}\}$

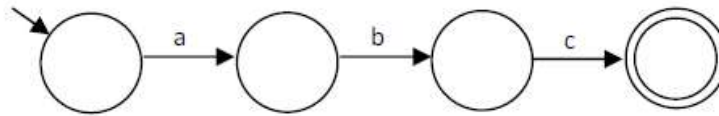


معکوس یک DFA

برای بدست آوردن معکوس یک DFA علاوه بر اینکه جهت تمامی انتقال ها را معکوس می کنیم باید حالت شروع را به پایان تبدیل شود. (دیگر شروع نخواهد بود). و همه ی حالت های پایانی به شروع تبدیل شوند. (دیگر پایانی نخواهند

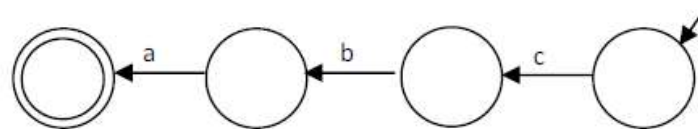
بود.)

$L = \{abc\}$ $\Sigma = \{a,b,c\}$



(مثال)

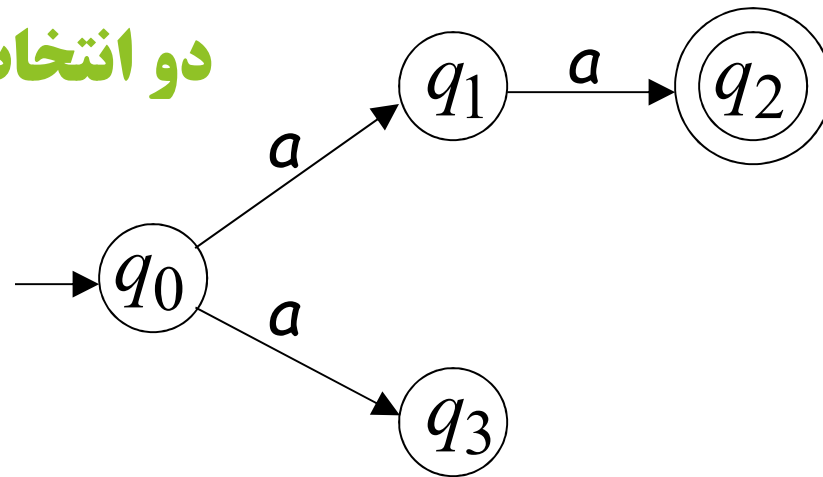
معکوس L : $L = \{cba\}$



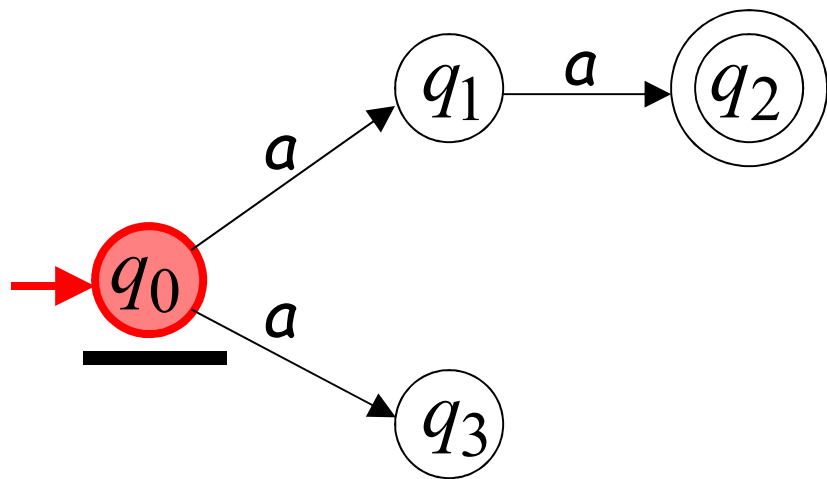
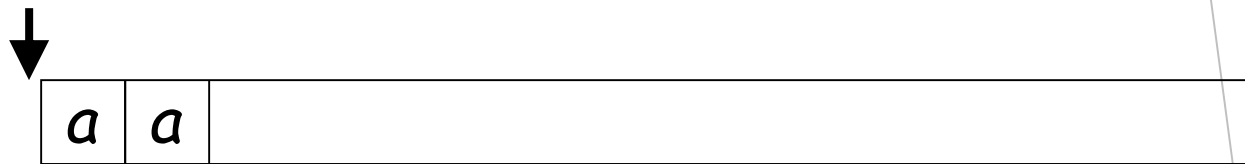
آتاماتای متنهای نامعین

الفبا $\{a\}$

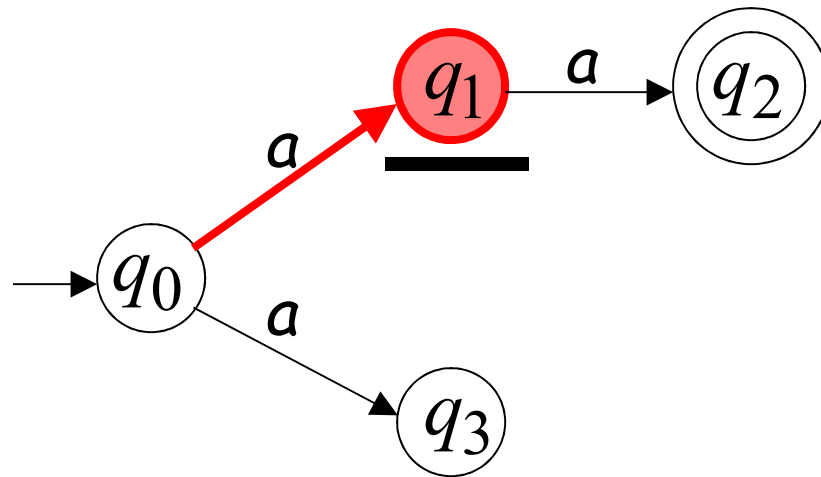
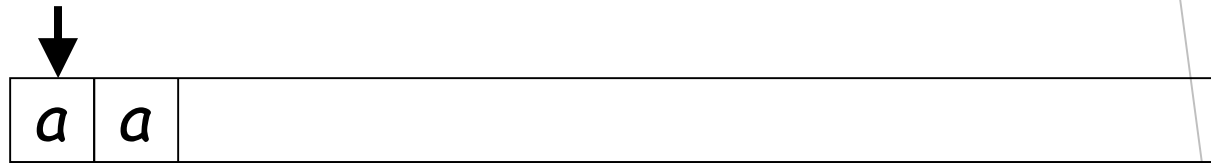
دو انتخاب



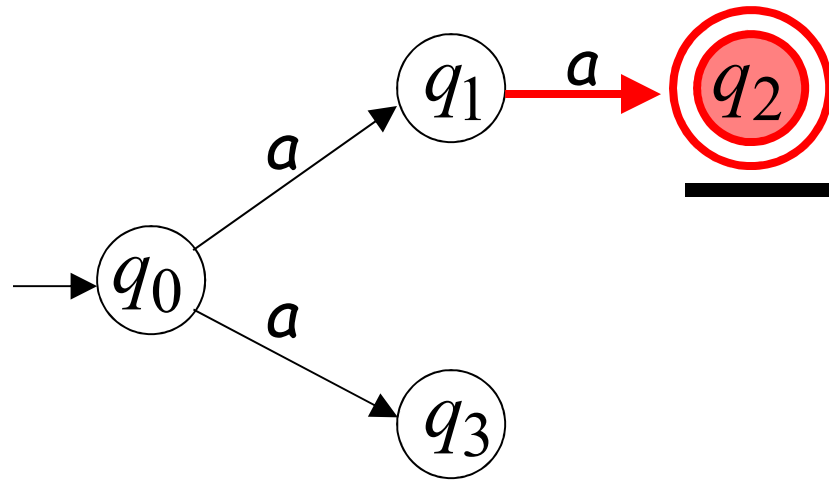
اولین انتخاب



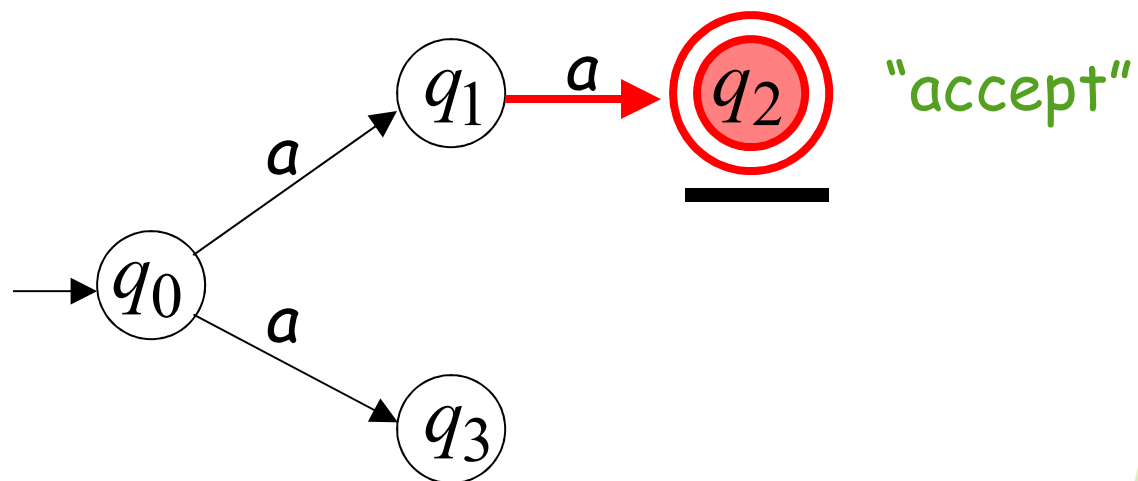
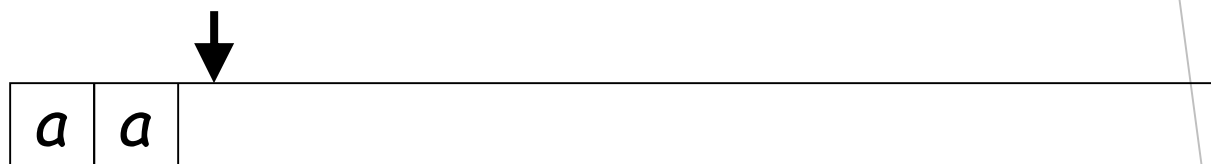
اولین انتخاب



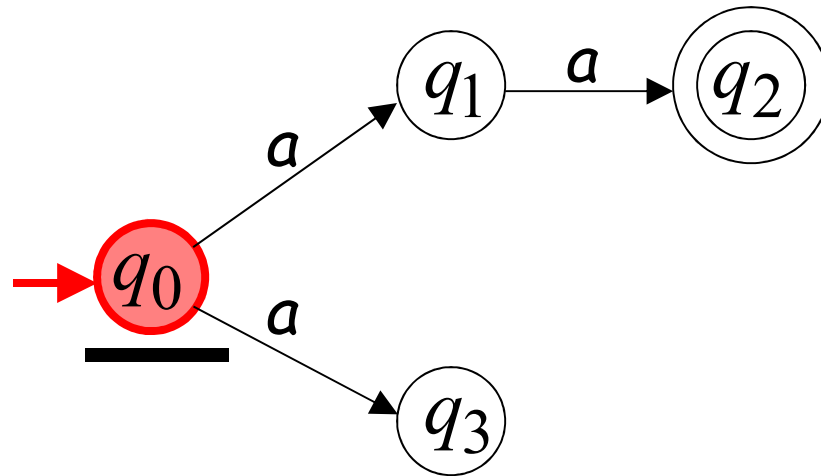
اولین انتخاب



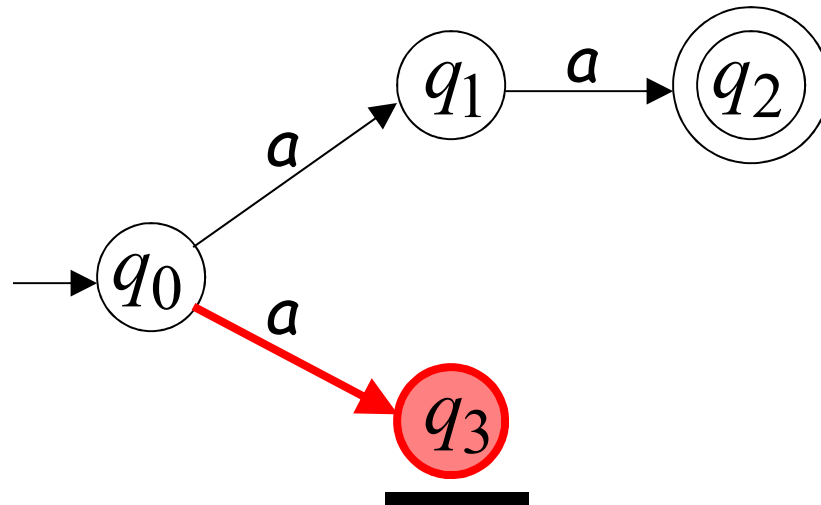
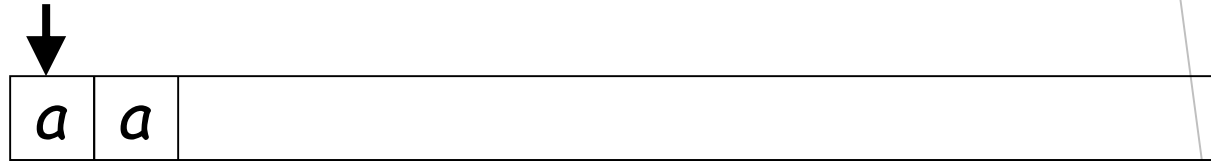
اولین انتخاب



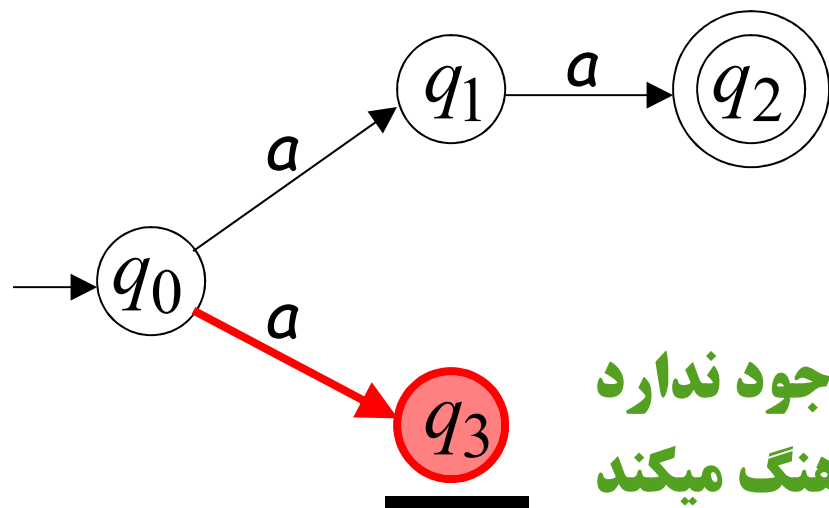
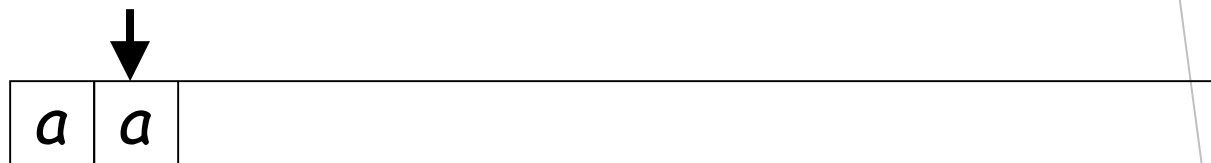
انتخاب دوم



انتخاب دوم

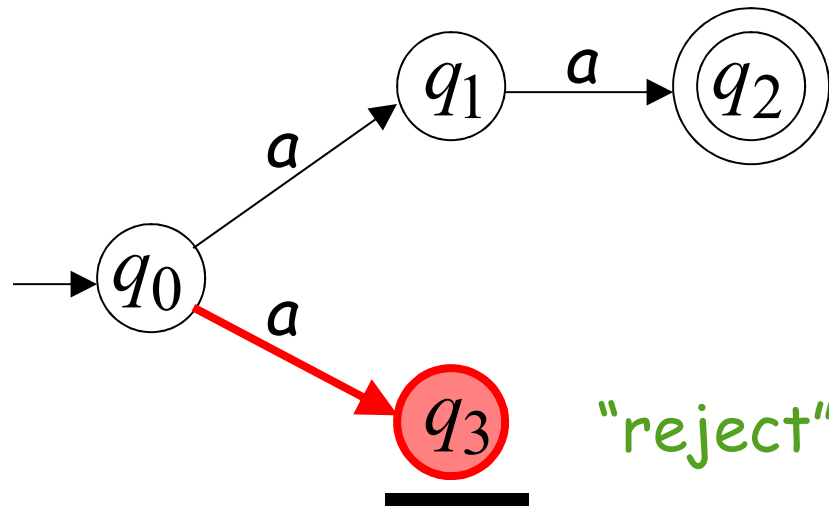


انتخاب دوم



یالی وجود ندارد
آقاماتا هنگ میکند

انتخاب دوم

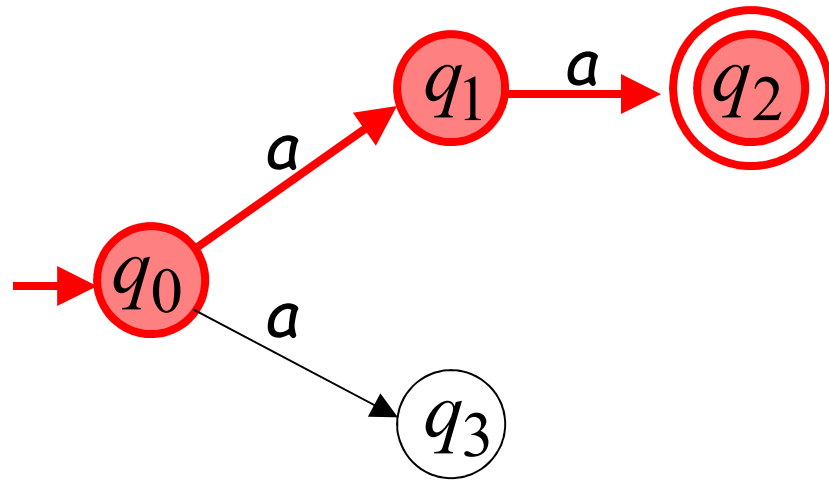


نکته

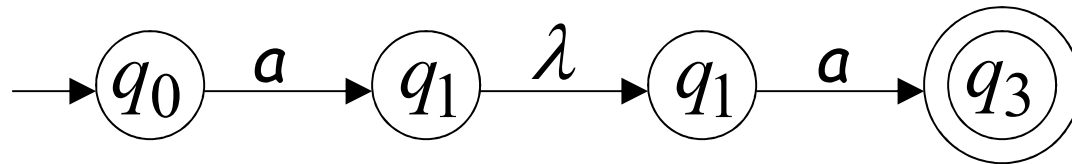
- ▶ یک آتاماتای نامعین، رشته ای را میپذیرد
- ▶ در صورتی که حالتی برای پذیرش آن وجود داشته باشد

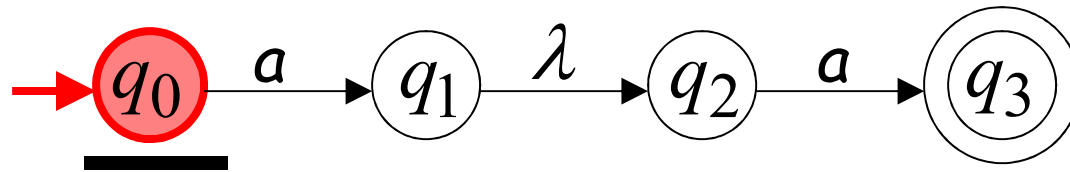
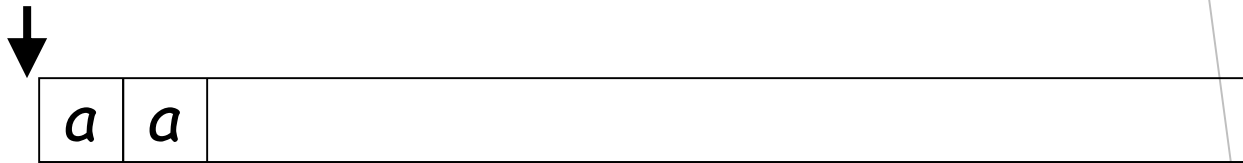
مثال

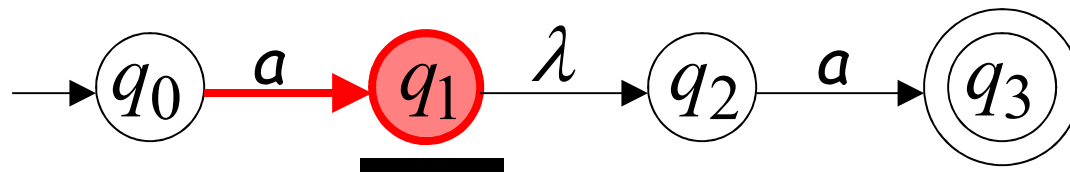
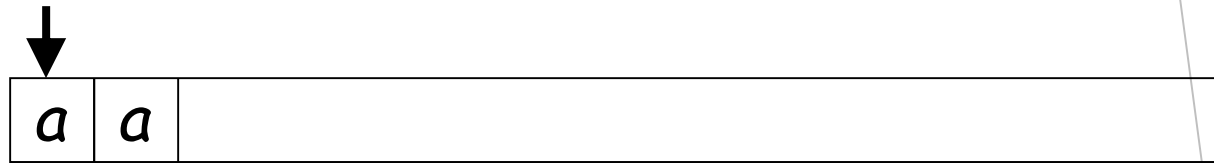
aa توسط NFA پذیرفته میشود



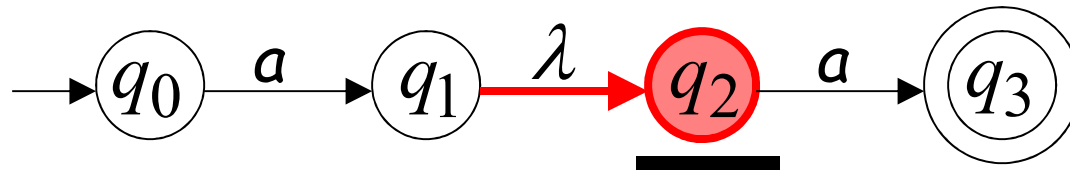
یال تھی

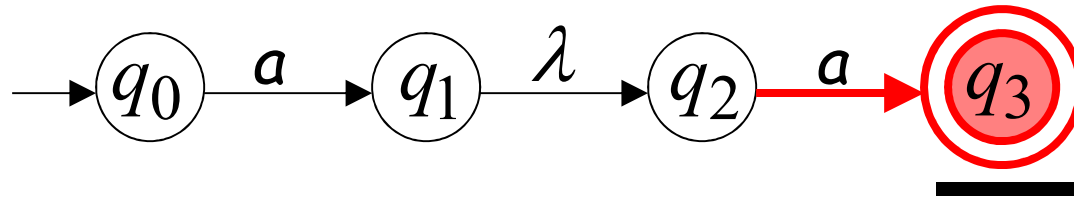
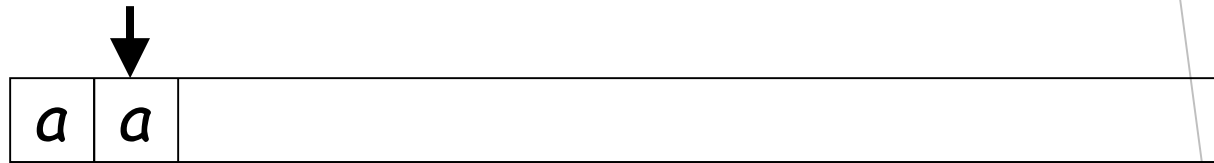


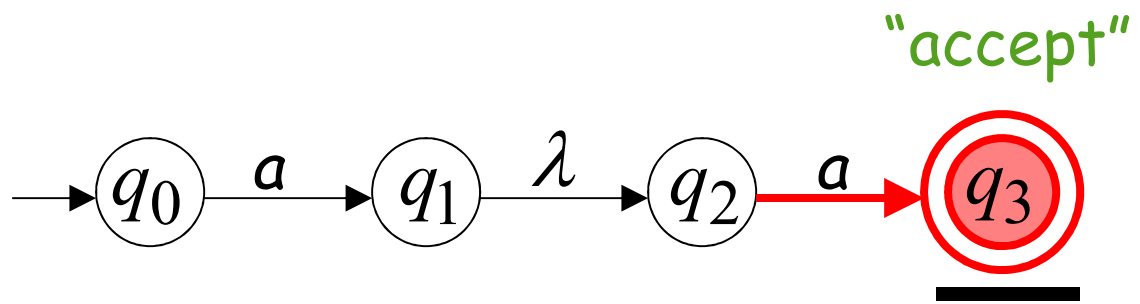
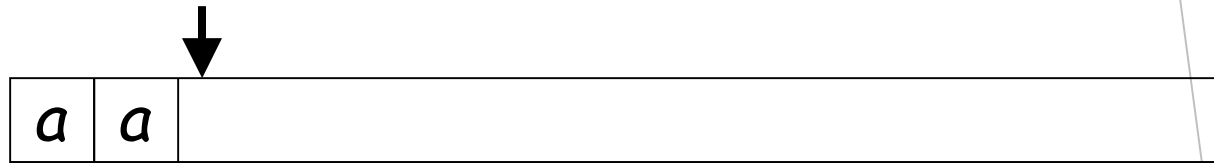




فلش خواندن حرف حرکت نمیکند



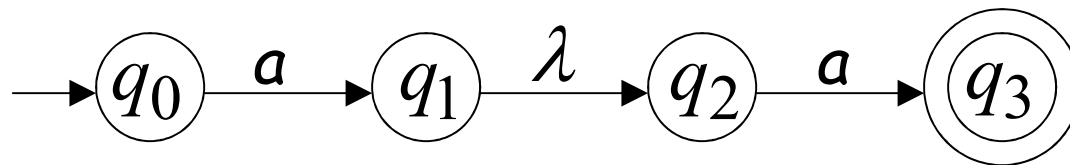




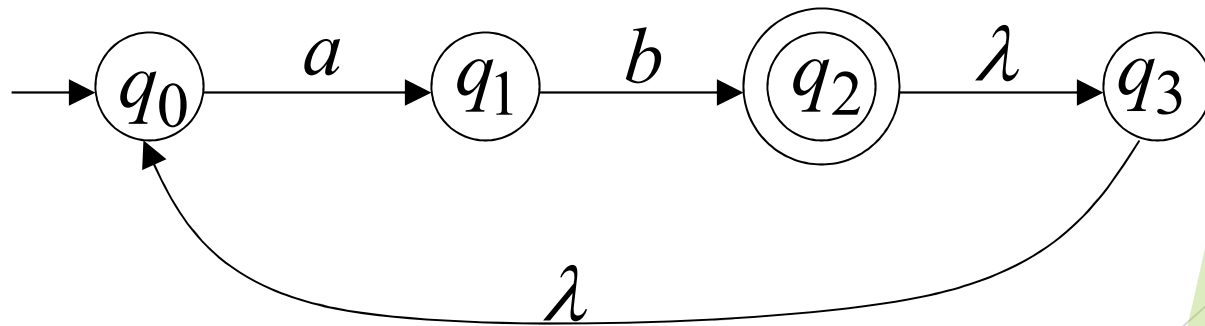
String aa is accepted 21

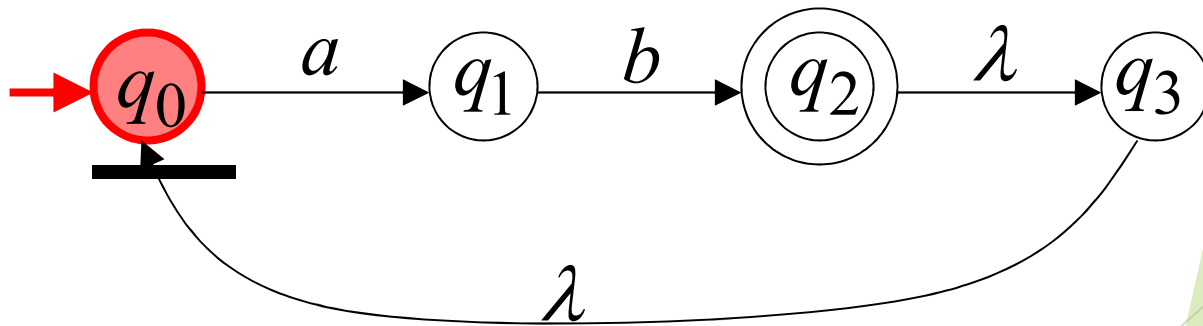
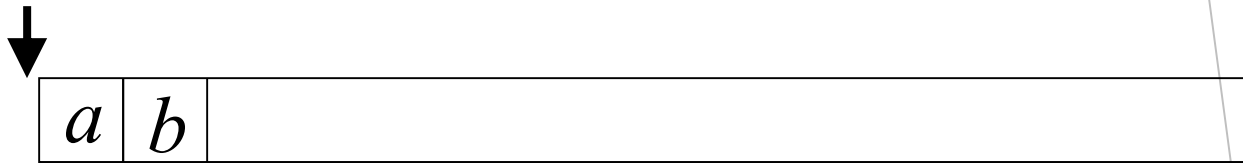
زبانی که میپذیرد

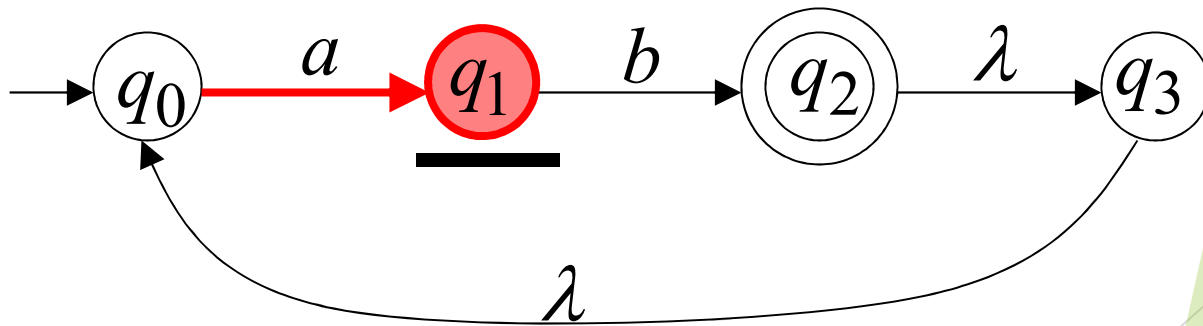
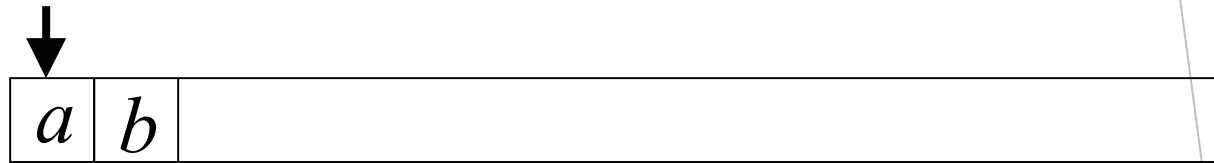
$$L = \{aa\}$$

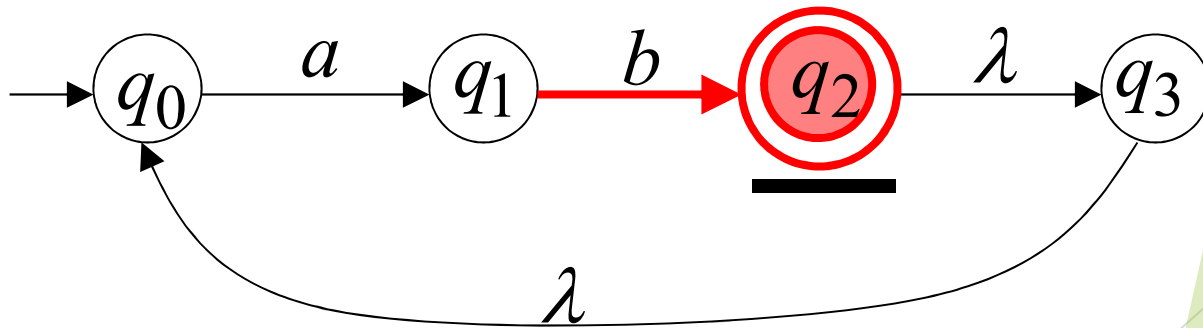
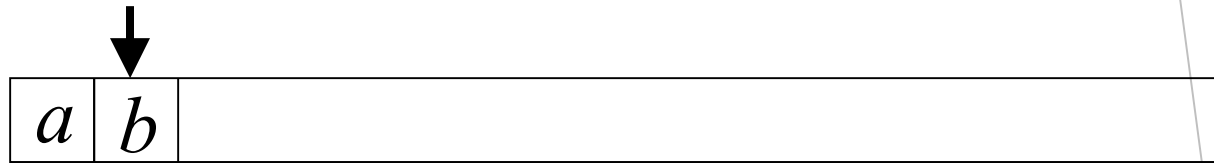


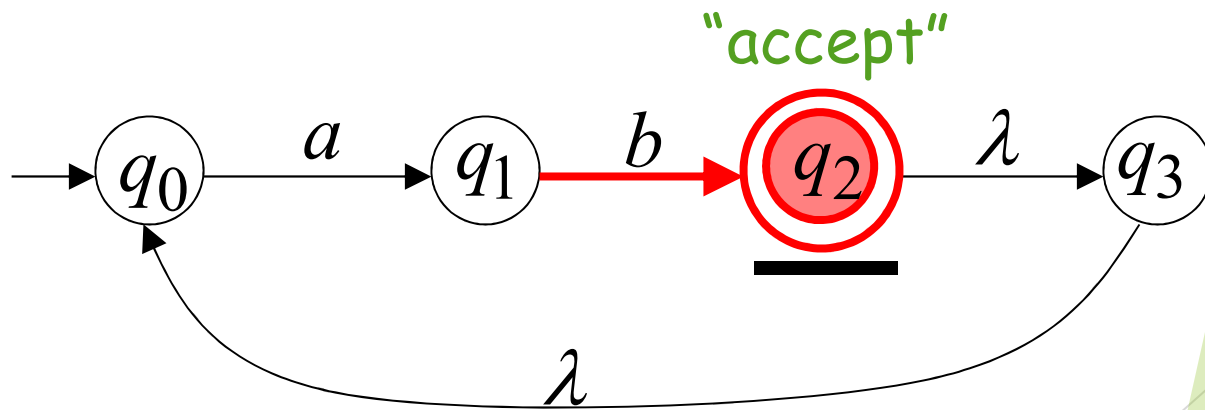
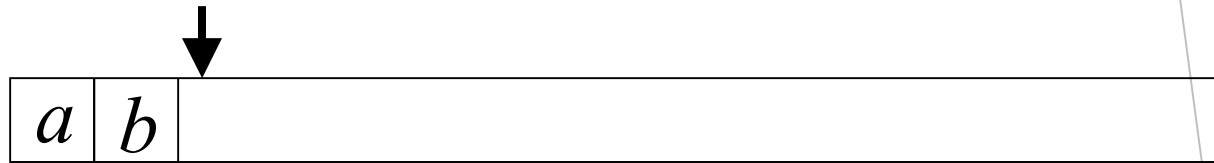
مثالی دیگر از NFA

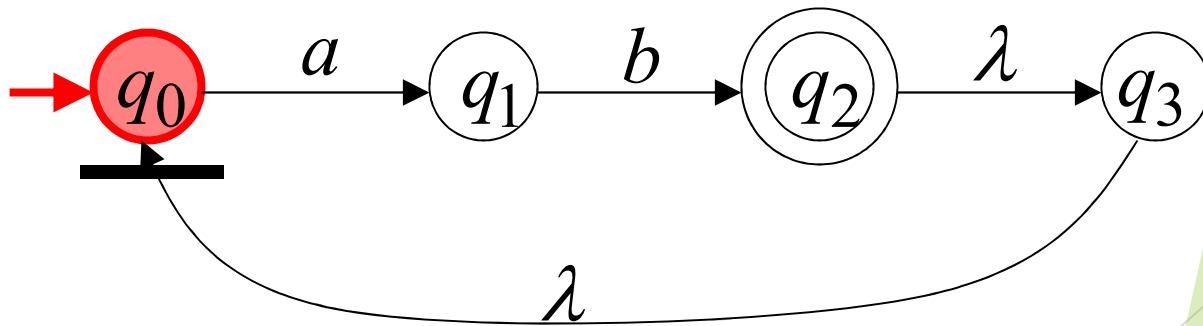
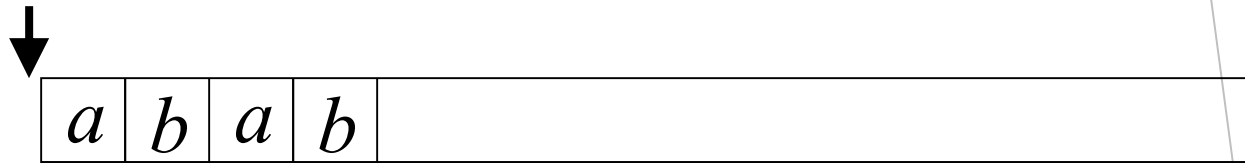


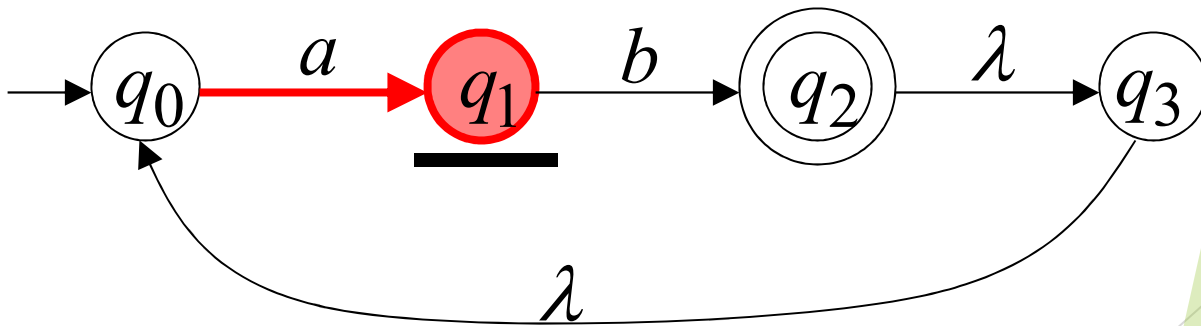
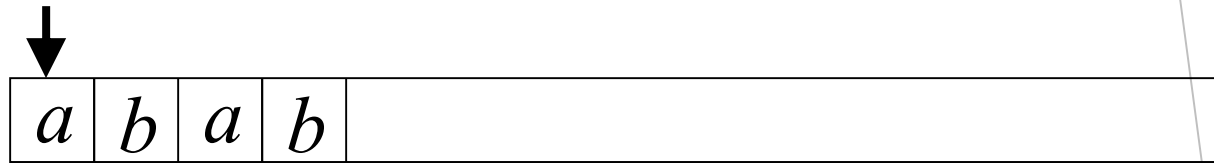


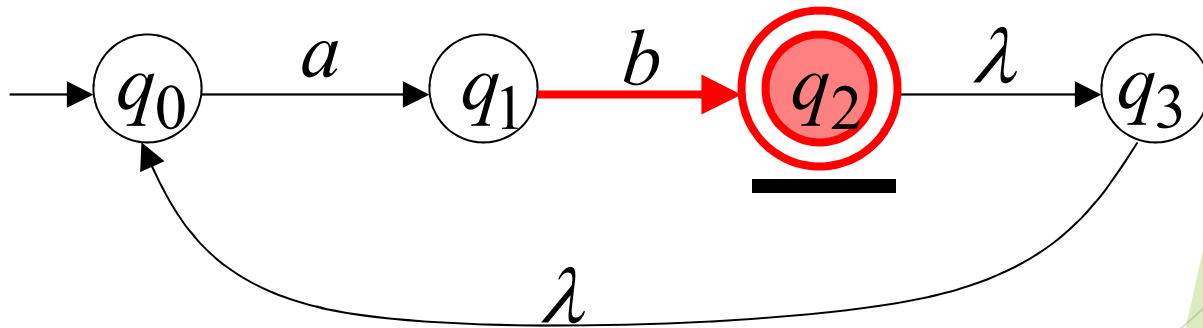
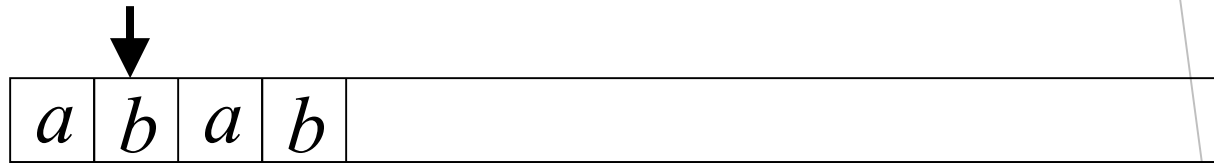


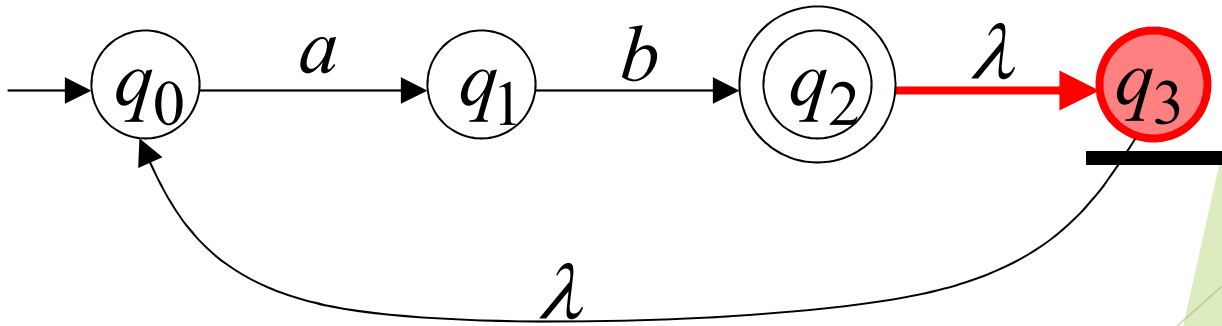
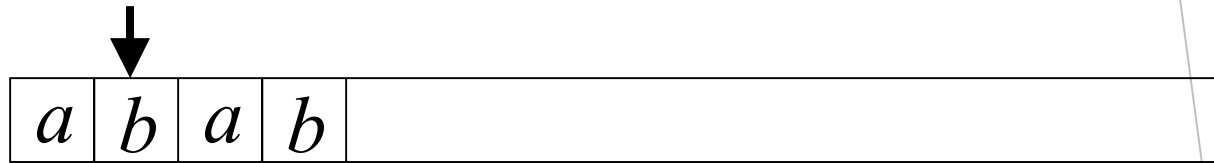


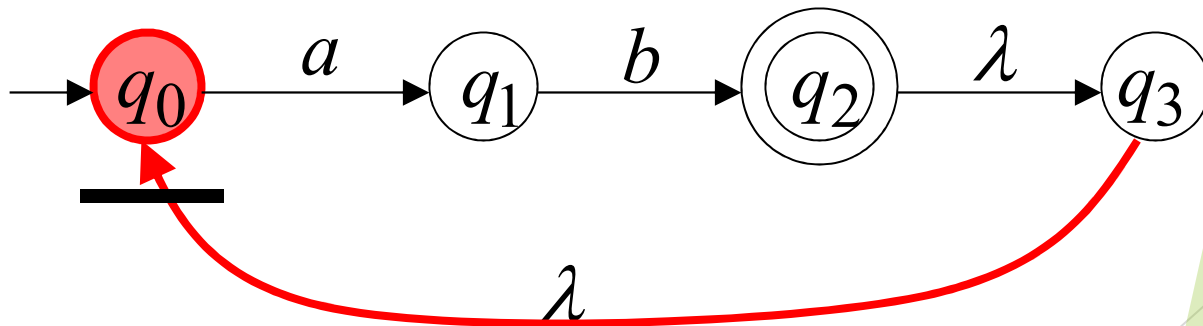
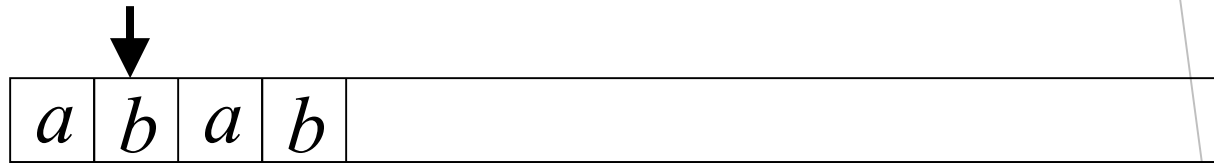


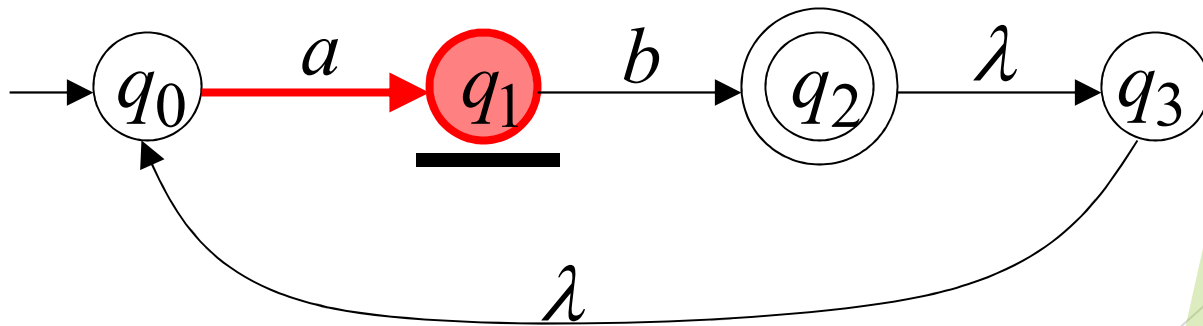
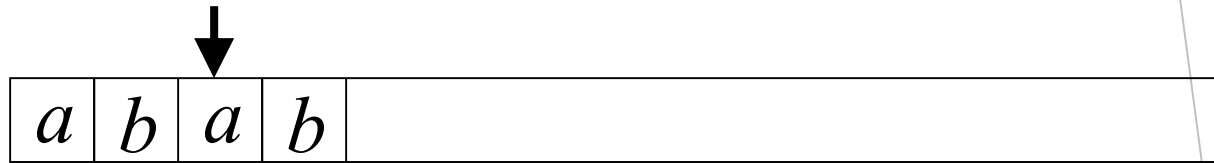


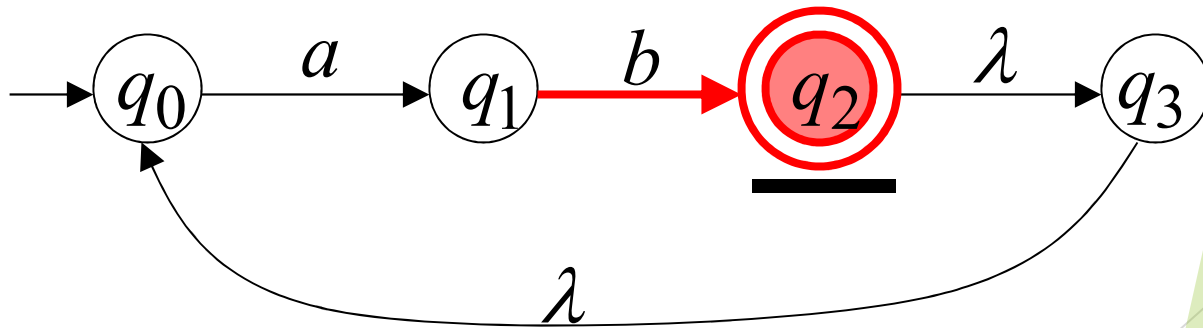
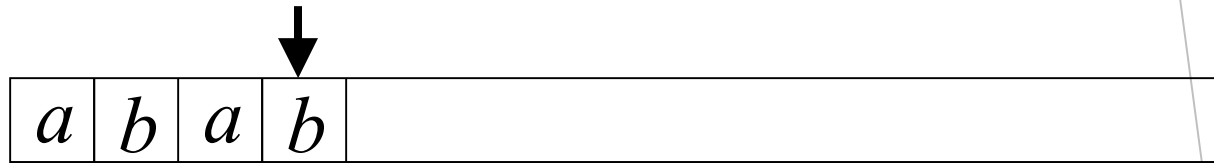


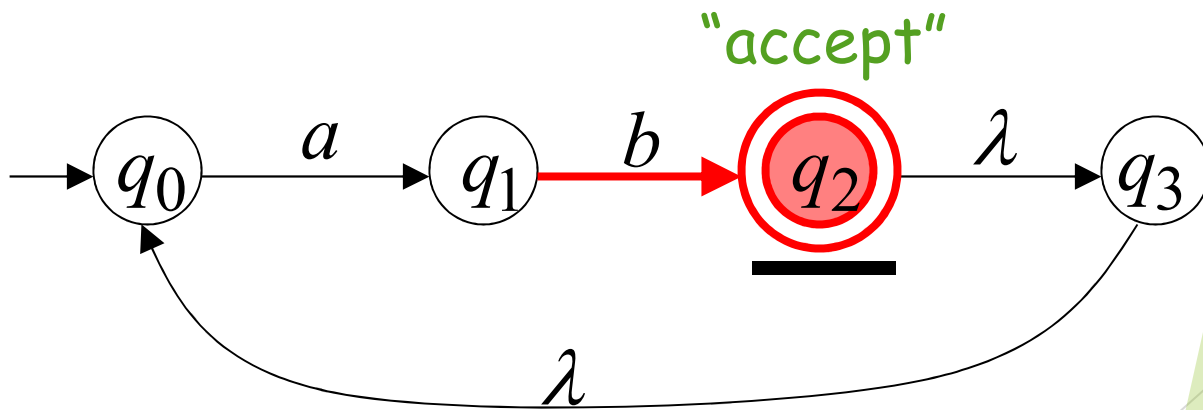
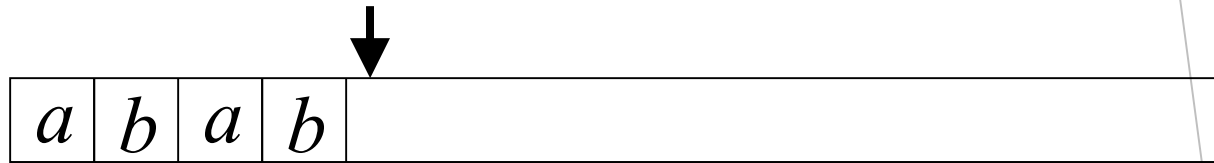






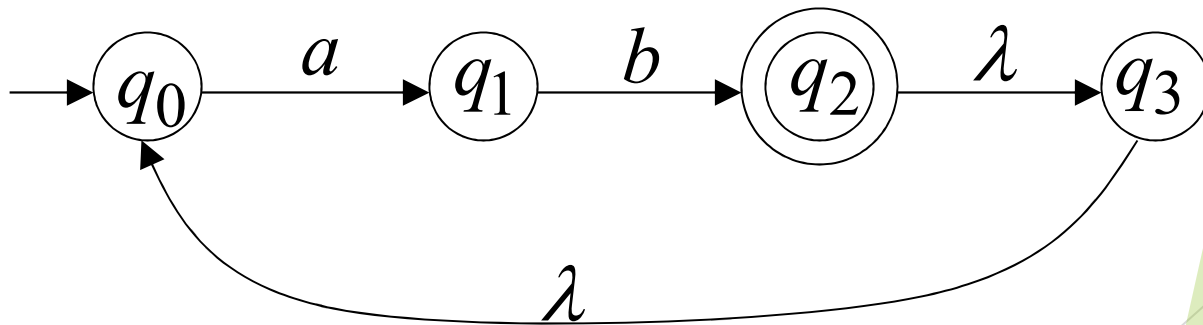




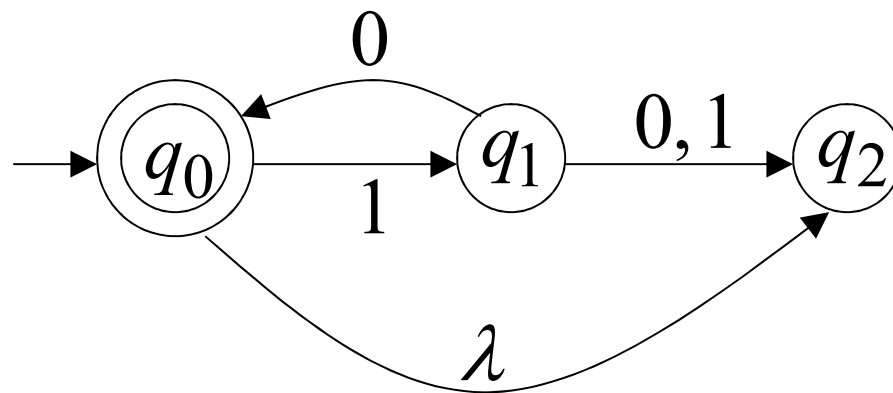


زبان مورد پذیرش

$$L = \{ab, abab, ababab, \dots\}$$
$$= \{ab\}^+$$



مثال



$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

► Q : مجموعه حالت ها $\{q_0, q_1, q_2\}$

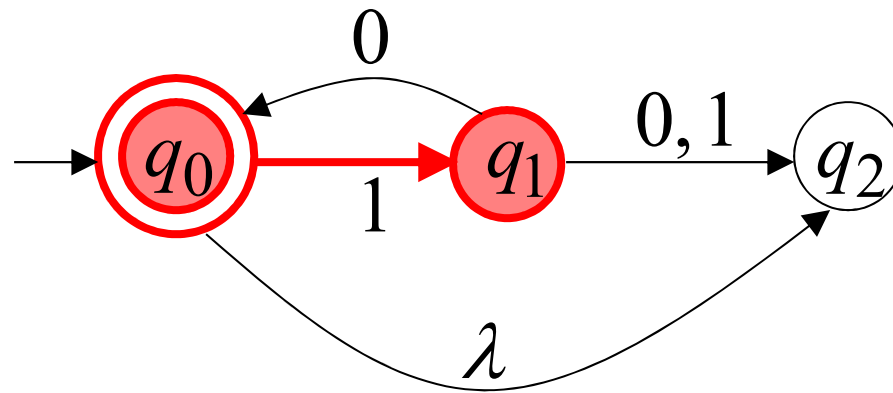
Σ : الفبای ورودی $\{a, b\}$

δ : تابع انتقال

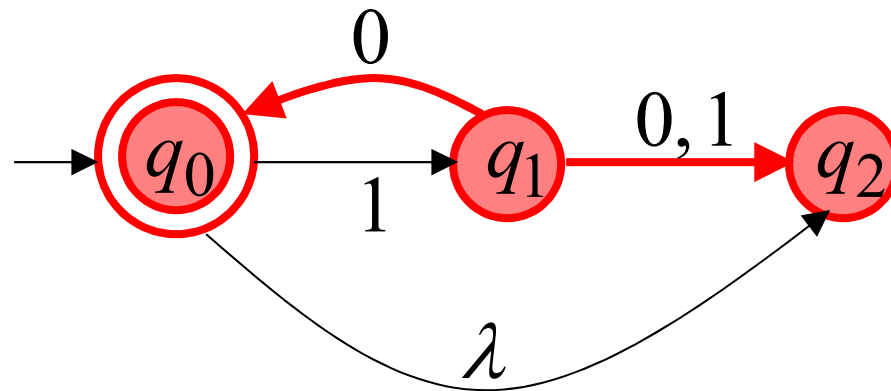
q_0 : حالت اولیه

F : حالت پایانی

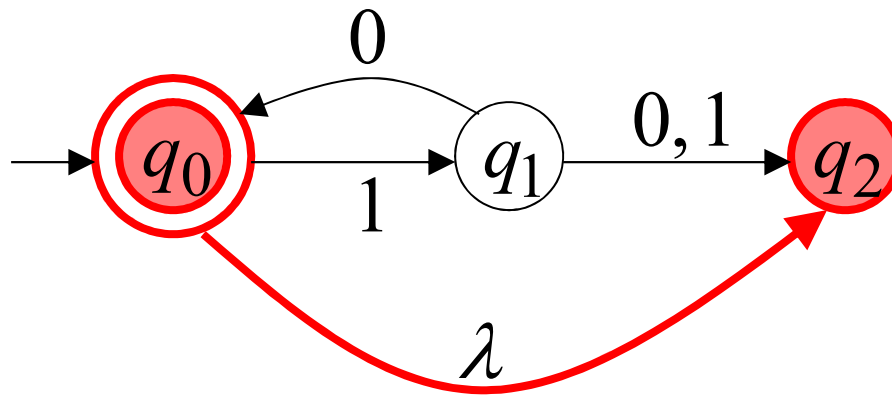
$$\delta(q_0, 1) = \{q_1\}$$

 δ 

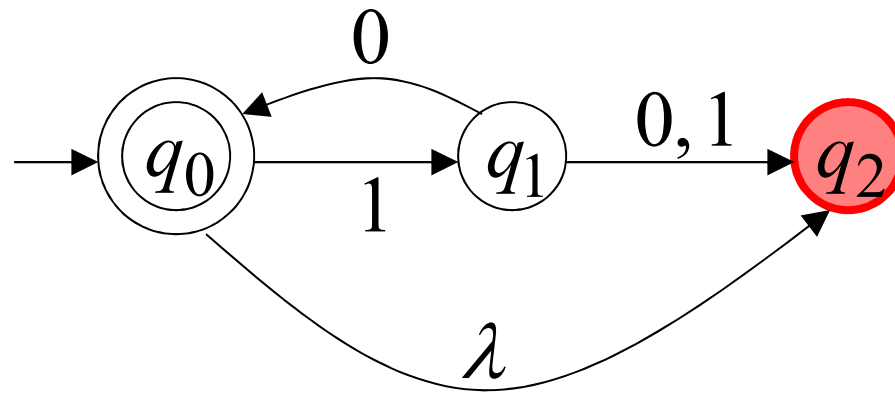
$$\delta(q_1, 0) = \{q_0, q_2\}$$



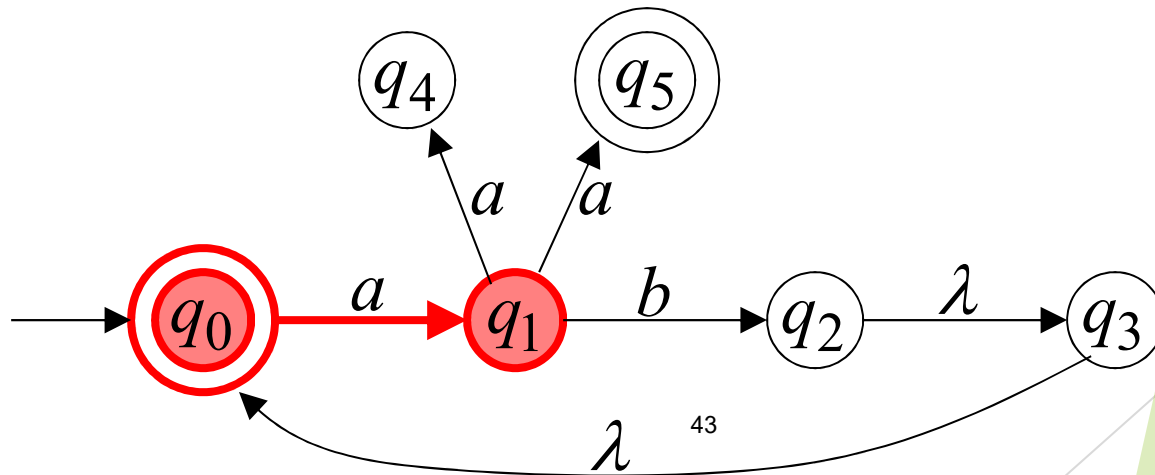
$$\delta(q_0, \lambda) = \{q_0, q_2\}$$



$$\delta(q_2, 1) = \emptyset$$

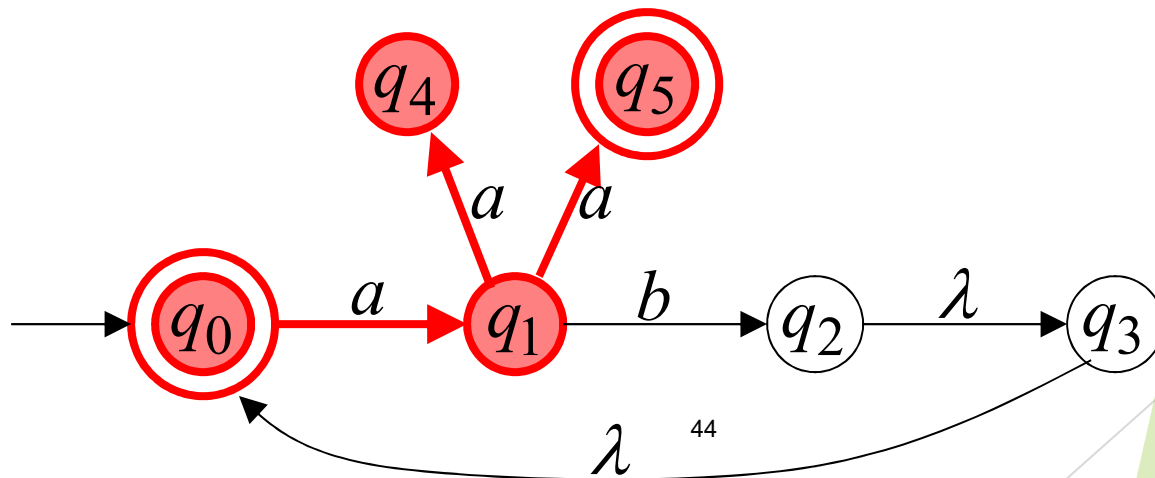


►
$$\delta^*(q_0, a) = \{q_1\}$$

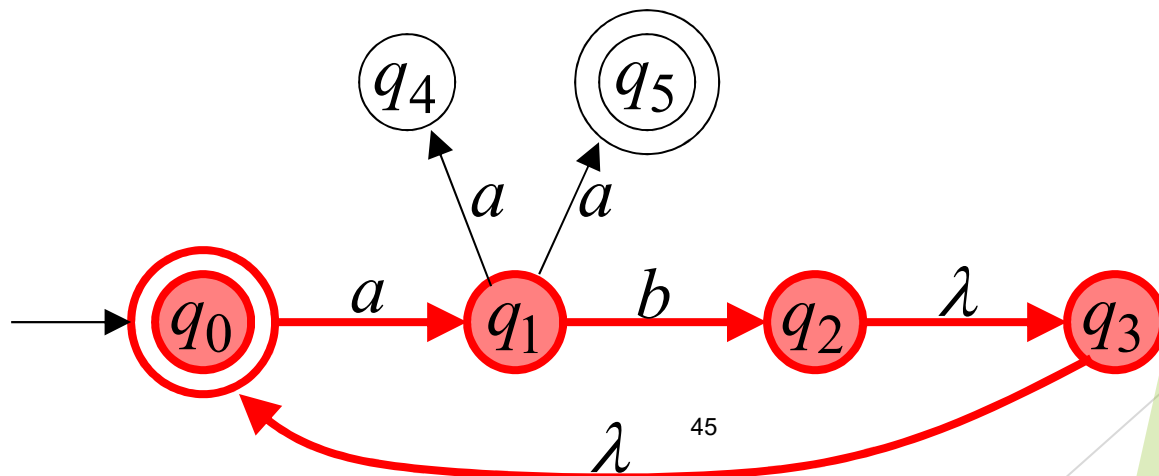


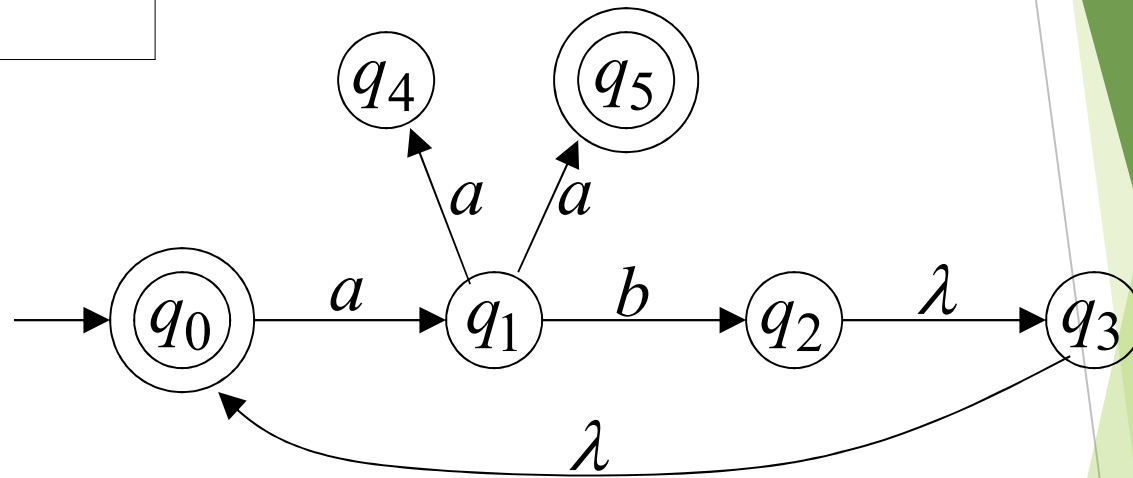
δ^*

$$\delta^*(q_0, aa) = \{q_4, q_5\}$$



$$\delta^*(q_0, ab) = \{q_2, q_3, q_0\}$$

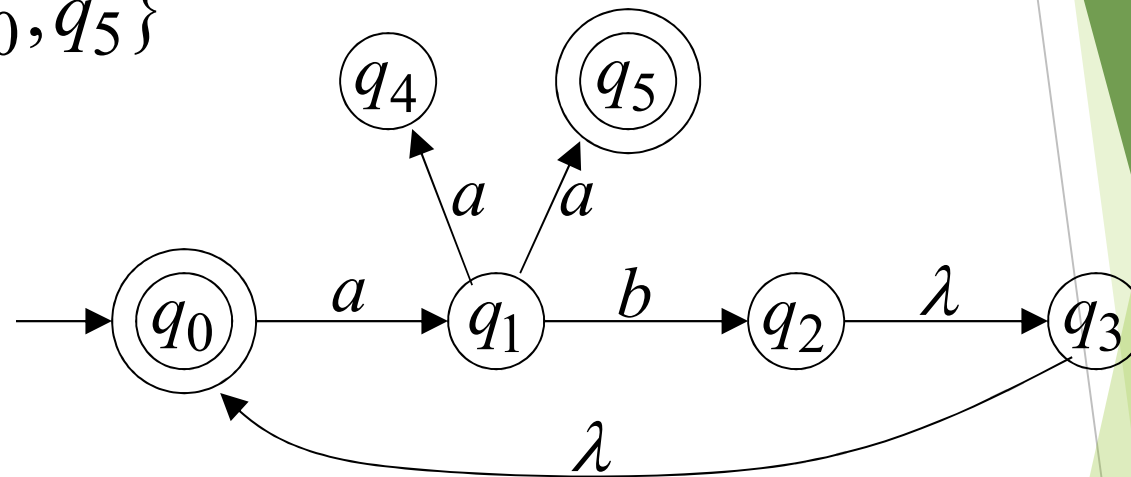




$$\delta^*(q_0, aa) = \{q_4, q_5\}$$

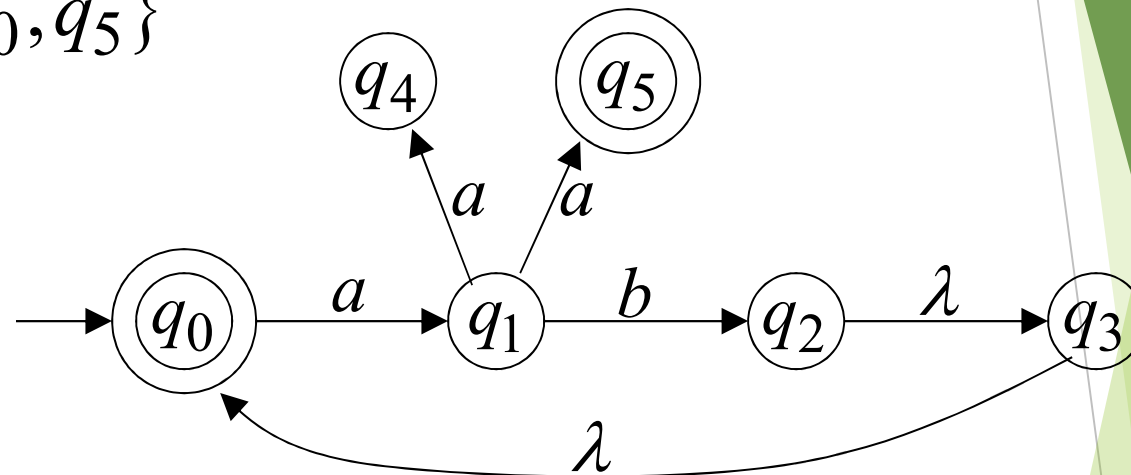
$$aa \in L(M)$$

$$F = \{q_0, q_5\}$$



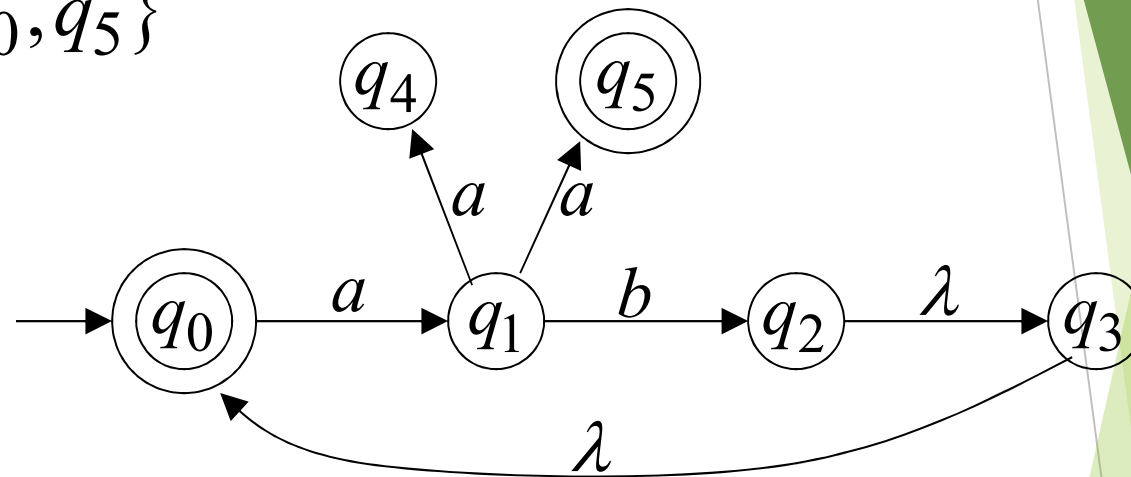
$$\delta^*(q_0, ab) = \{q_2, q_3, \underline{q_0}\} \quad ab \in L(M)$$

$$F = \{q_0, q_5\}$$



$$\delta^*(q_0, abaa) = \{q_4, \underline{q_5}\} \quad aaba \in L(M)$$

$$F = \{q_0, q_5\}$$



$$\delta^*(q_0, aba) = \{q_1\}$$

$$aba \notin L(M)$$

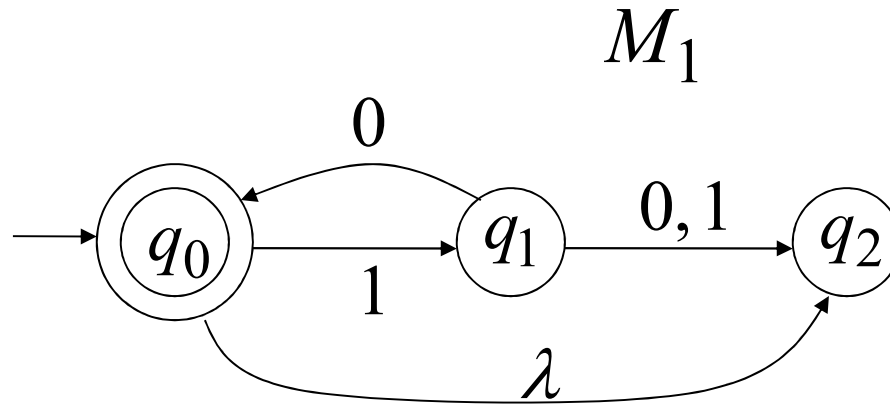
NFA قوی تر است یا DFA؟

- ▶ هیچ کدام. میتوانند معادل باشند.
- ▶ در صورتی یک NFA با یک DFA برابر است که زبان آنها برابر باشد

Example

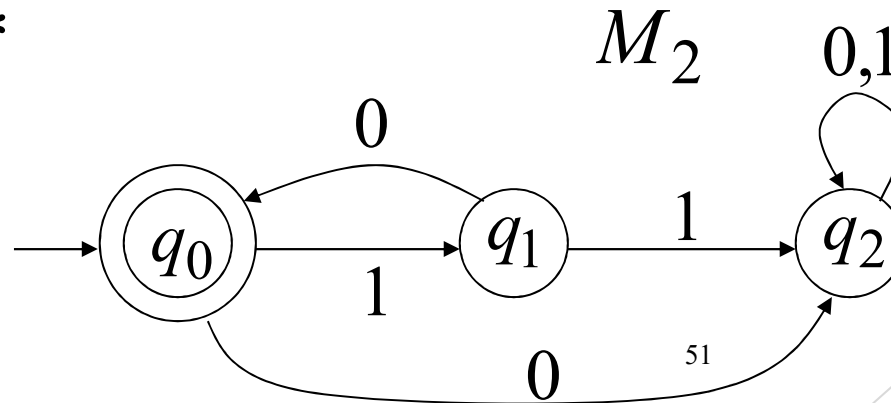
$$L(M_1) = \{10\}^*$$

NFA



$$L(M_2) = \{10\}^*$$

DFA

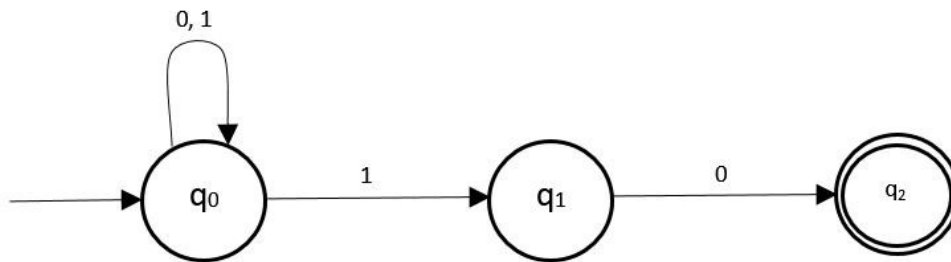


تبدیل NFA به DFA

روش اول ▶

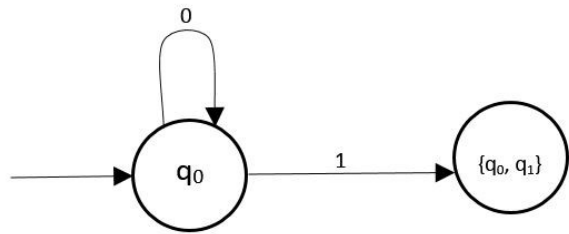
- ▶ کشیدن جدول تابع انتقال
- ▶ شروع از حالت اولیه NFA
- ▶ کشیدن گراف جدید از روی جدول
- ▶ تعیین حالات پایانی
- ▶ معین کردن آتاماتا

مثال

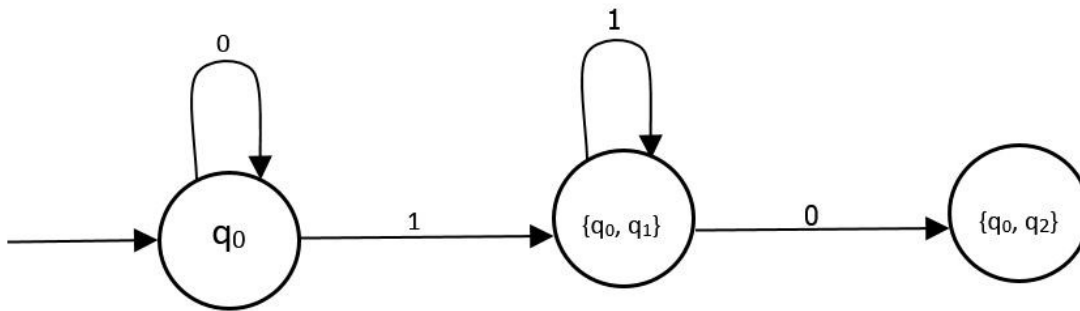


δ	0	1
q0	q0	{ q0, q1 }
q1	q2	\emptyset
q2	\emptyset	\emptyset

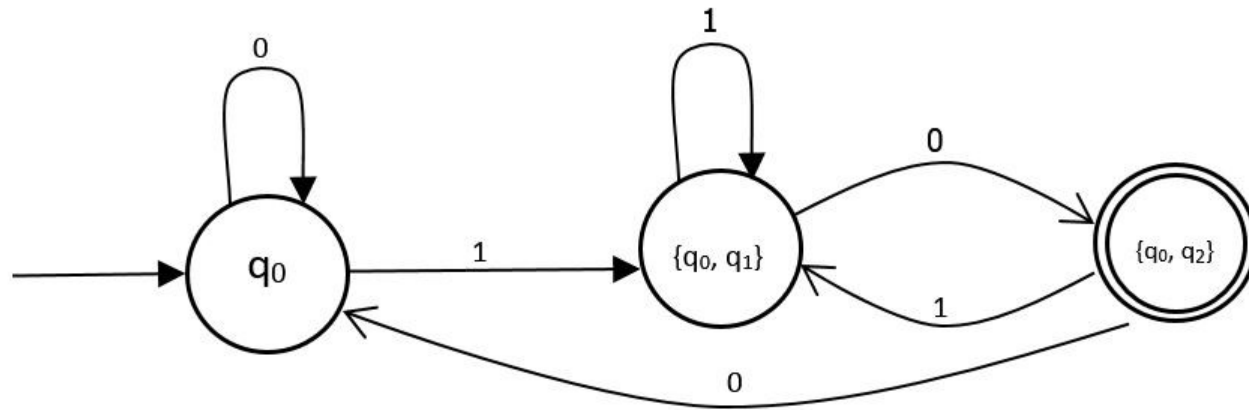
مثال



δ	0	1
q0	q0	{q0, q1}
q1	q2	\emptyset
q2	\emptyset	\emptyset



مثال



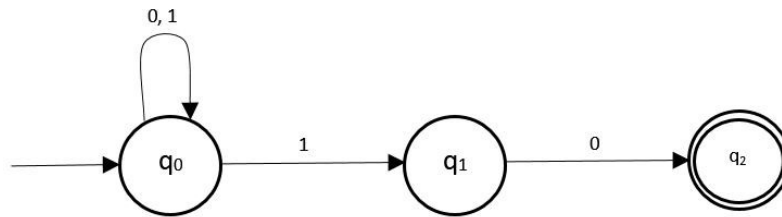
δ	0	1
q_0	q_0	$\{q_0, q_1\}$
q_1	q_2	\emptyset
q_2	\emptyset	\emptyset

تبدیل NFA به DFA

روش دوم

- ▶ کشیدن گراف جدید با تعداد حالات ۲ به توان تعداد حالات NFA منهای یک
- ▶ شروع از اولین حالت
- ▶ کشیدن یالهای مناسب
- ▶ تعیین حالات پایانی
- ▶ حذف حالات اضافه و بدون مسیر
- ▶ معین کردن آتاماتا

مثال



q
0

q
1

q
2

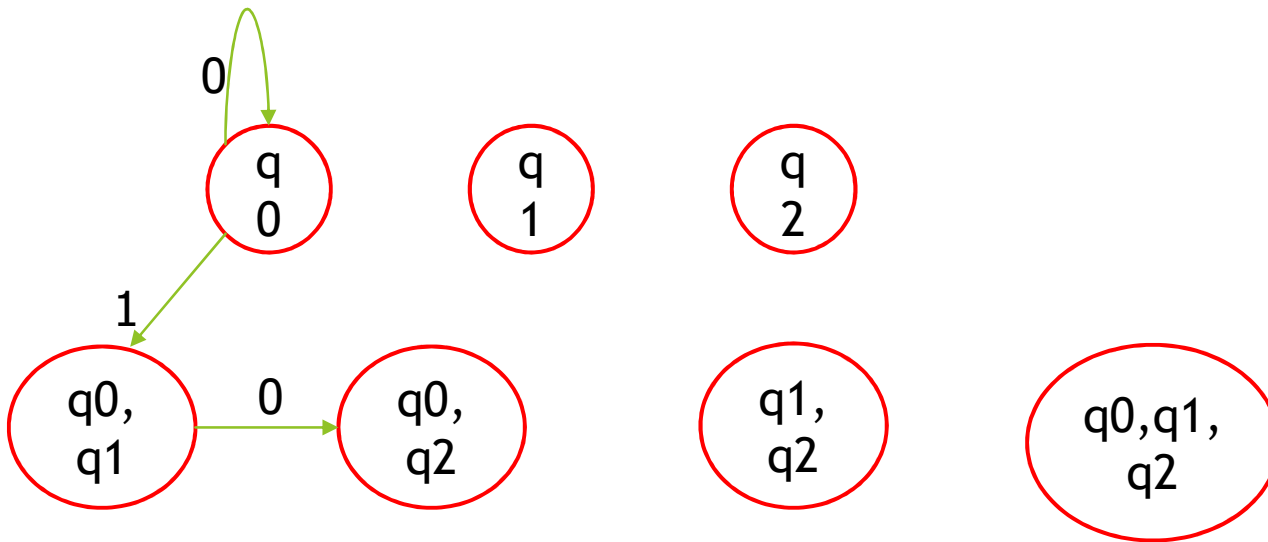
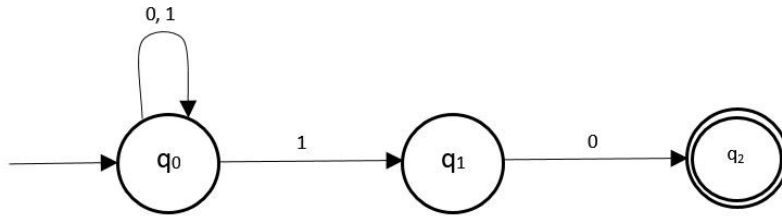
q0,
q1

q0,
q2

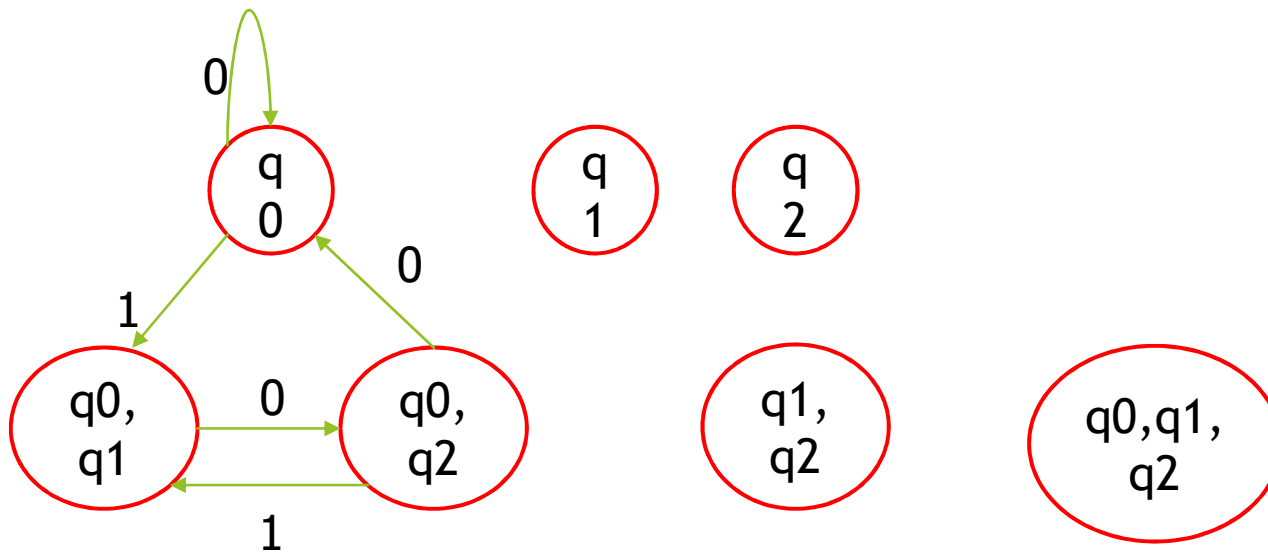
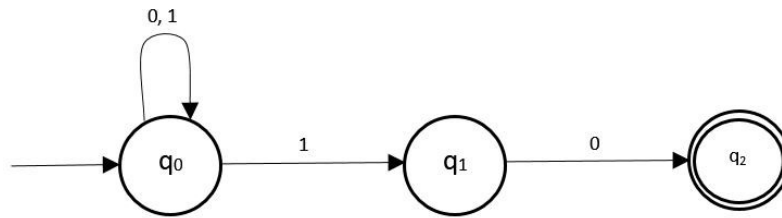
q1,
q2

q0,q1,
q2

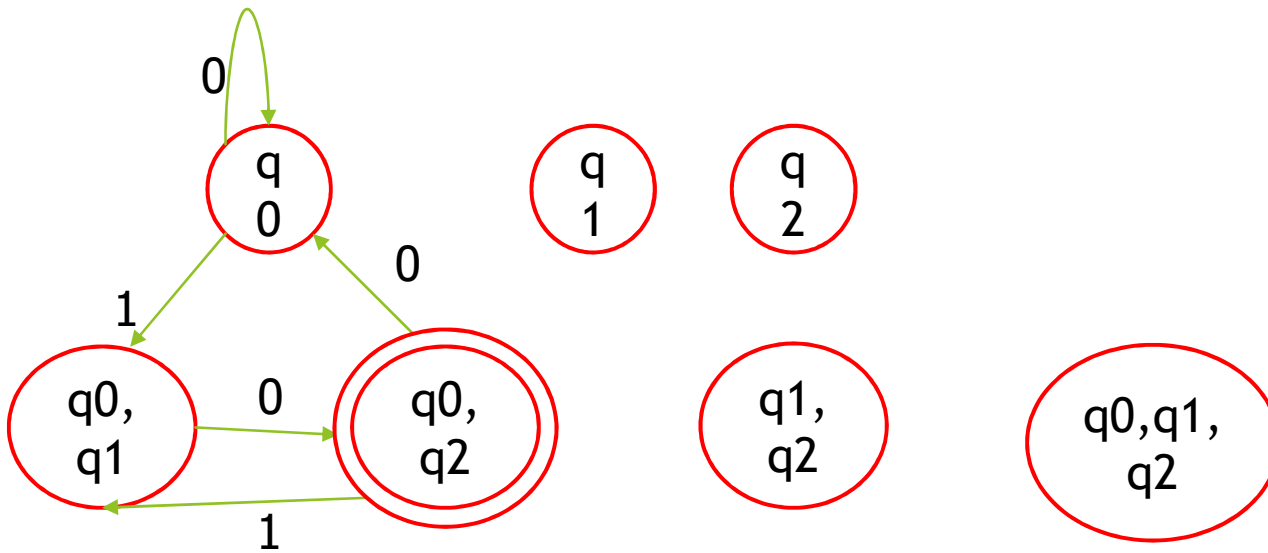
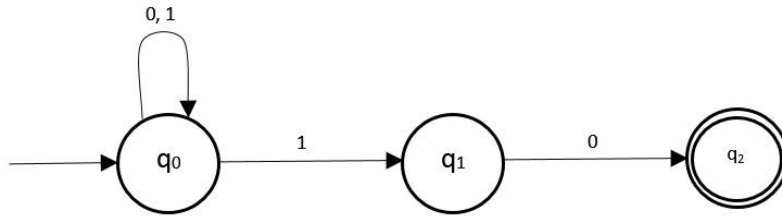
مثال



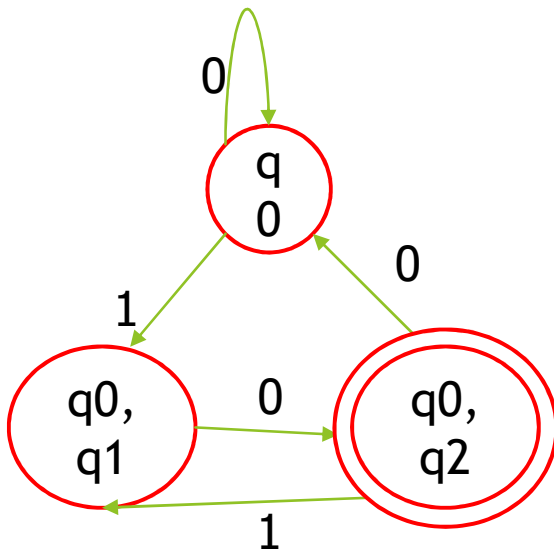
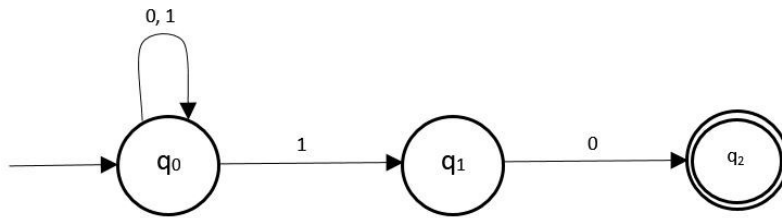
مثال



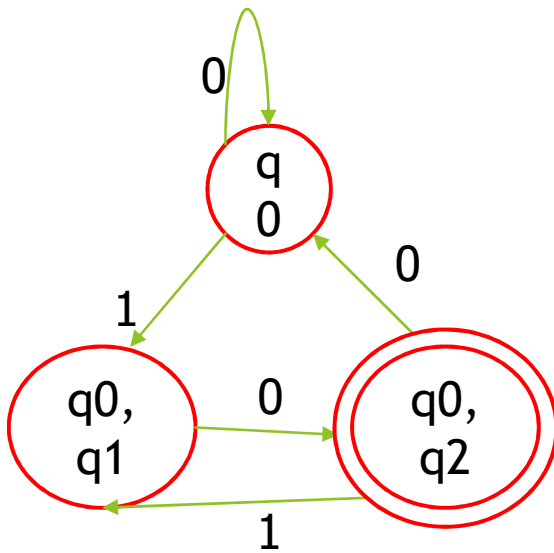
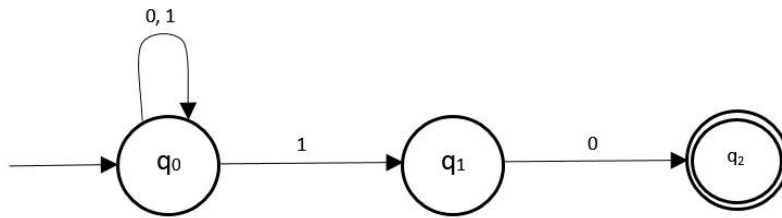
مثال



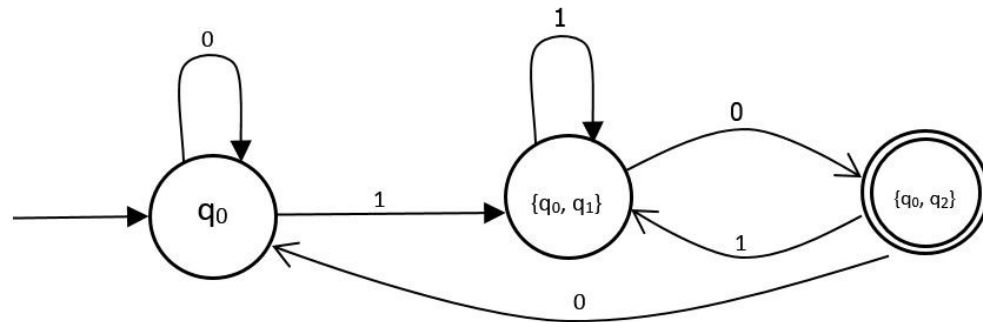
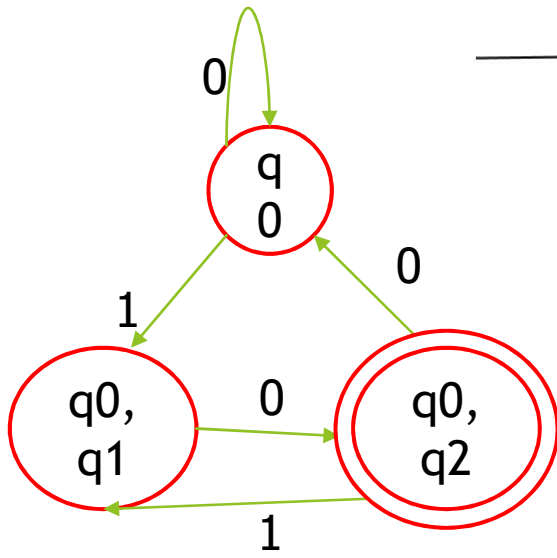
مثال



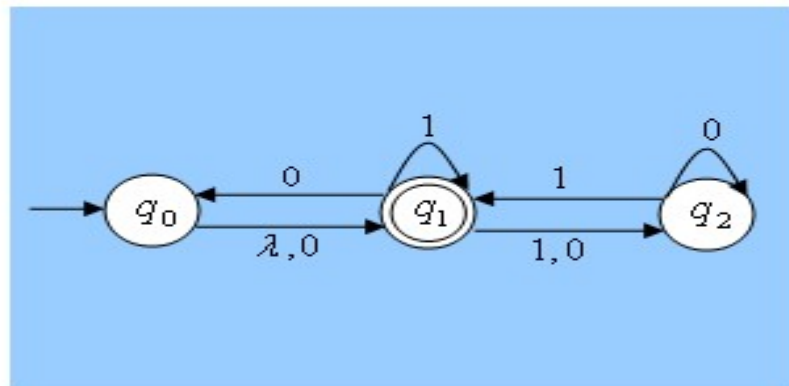
مثال



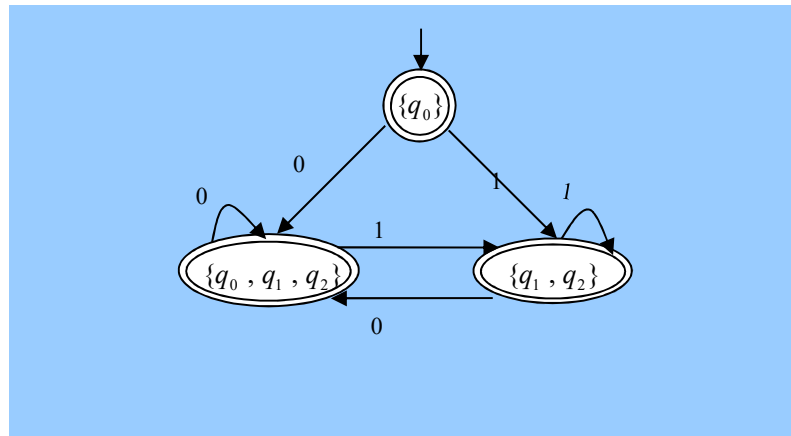
مثال



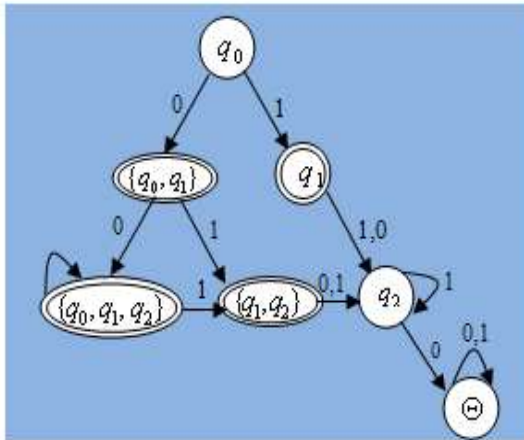
مثال ۱۲. NFA زیر را به DFA تبدیل کنید



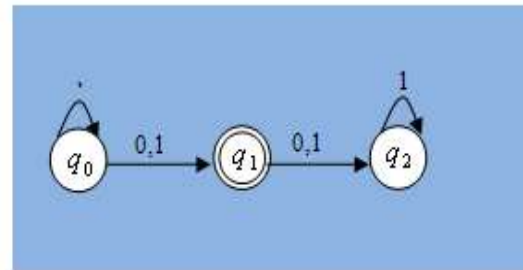
مثال



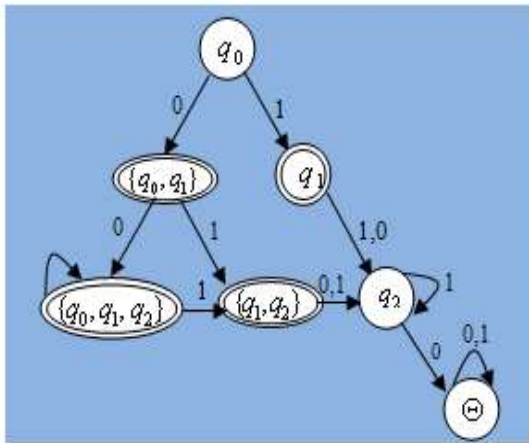
مثال ۱۱: NFA زیر را به DFA تبدیل کنید.



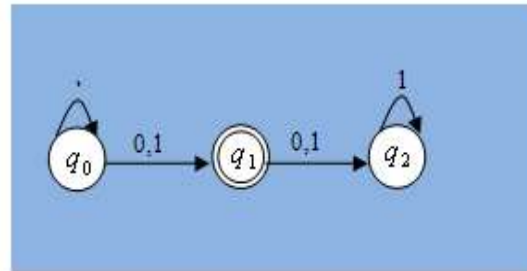
پاسخ



مثال ۱۱: NDFA زیر را به DFA تبدیل کنید.

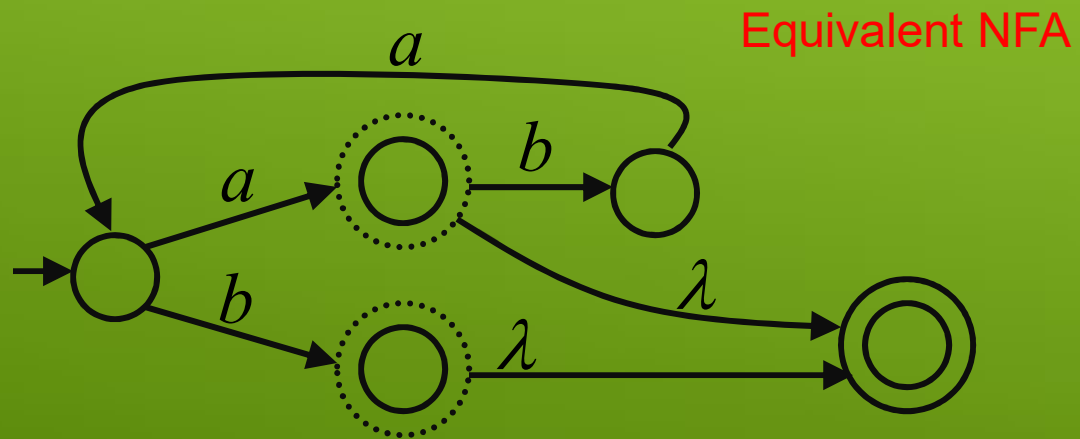
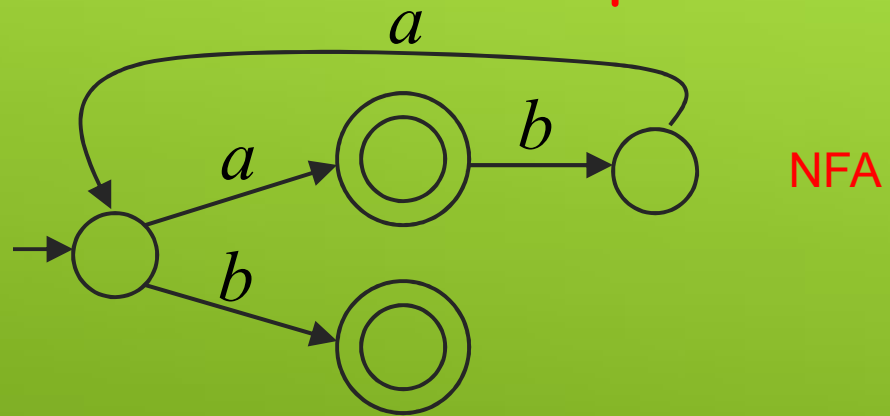


پاسخ



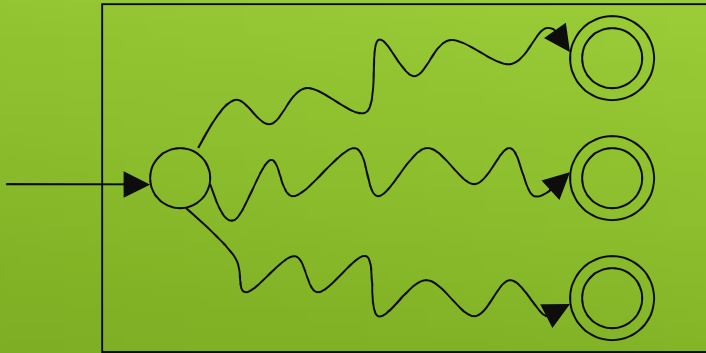
یک حالت پایانی برای DFA و NFA

Example

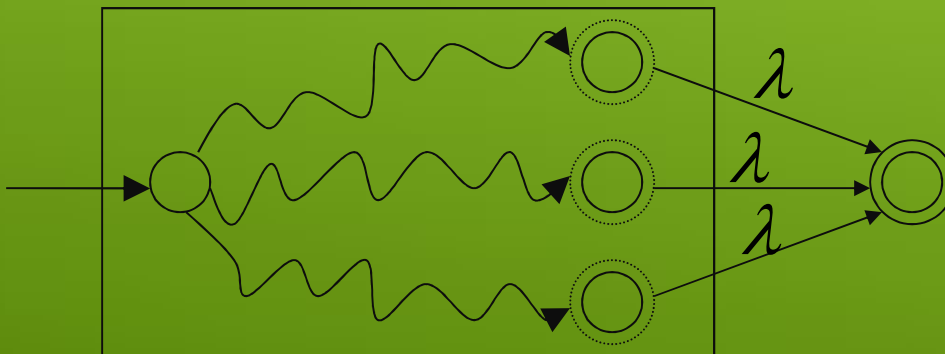


In General

NFA




Equivalent NFA



Single
final state

بهینه سازی DFA: الگوریتم غربال برای پیدا کردن وضعیت های ادغام پذیر

1- تمامی وضعیت هایی که در DFA از وضعیت شروع مسیری برای رسیدن به آنها نیست،

را شناسایی کرده و حذف می کنیم. مثل وضعیت q_2 در این ماشین 

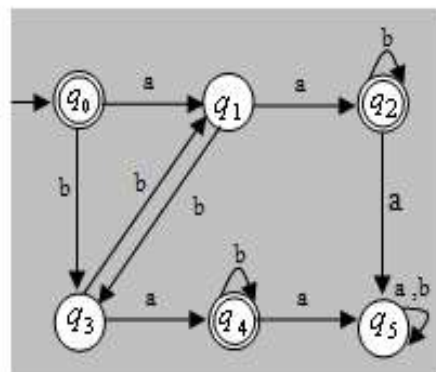
2- به ازای هر q_i و q_j که در DFA هست زوج مرتب های (q_i, q_j) را لیست می کنیم تعداد این زوج ها C_2^n می باشد.

3- از این وضعیت های لیست شده آنهایی را که یکی از زوج ها متعلق به وضعیت نهایی و دیگری غیر نهایی است، را به عنوان زوج ادغام ناپذیر خط می زنیم. (البته اگر هر دو وضعیت نهایی باشند خط نمی زنیم)

4- به ازای هر (q_i, q_j) (که در مراحل قبل حذف نشده) و به ازای تمامی حروف الفباء، خروجی های q_i و q_j را بررسی می کنیم، اگر وضعیت q_i و q_j با یک حرف الفباء مثلا به وضعیت های q'_a, q_a بروند و ما قبلا تشخیص داده ایم که وضعیت های q'_a, q_a ادغام ناپذیرند، نتیجه می گیریم که q_i و q_j نیز ادغام ناپذیرند.

5- مرحله 4 را آنقدر تکرار می کنیم تا هیچ زوجی برای تست کردن باقی نماند، و در نهایت زوج هایی که به عنوان ادغام ناپذیر بودن خط نخوده اند، ادغام پذیرند (با توجه به خاصیت تعدی ادغام می شوند).

مثال 28. ۱- DFA زیر را بهینه کنید.



۱- در این مرحله چون از وضعیت شروع به تمامی وضعیت ها دسترسی داریم، هیچ وضعیتی حذف نمی شود.

۲- به تعداد $\binom{6}{2} = 15$ زوج مرتب داریم که در زیر لیست شده اند.

(q_0, q_1)	✓	(q_0, q_2)	(q_0, q_3)	✓	(q_0, q_4)	(q_0, q_5)	✓
(q_1, q_2)	✓	(q_1, q_3)	(q_1, q_4)	✓	(q_1, q_5)		
(q_2, q_3)	✓	(q_2, q_4)	(q_2, q_5)	✓			
(q_3, q_4)	✓	(q_3, q_5)					
(q_4, q_5)	✓						

۳- در این مرحله بایستی زوج مرتب هائی که یکی از وضعیت های آنها نهائی است، به عنوان زوج ادغام نا پذیر خط بزنیم، که این کار در مرحله ۲ انجام شده است (آنهائی که علامت تیک خورده اند) (دقت شود که زوج (q_2, q_4) حذف نشده چون هر دو حالت نهائی هستند)

۴- در این مرحله زوج های باقی مانده، را به ازای تمامی حروف الفباء تست می کنیم. (آنهايي که علامت تیک نخورده اند ادغام می شوند)

$$\left. \begin{array}{l} (q_0, a) \rightarrow q_1 \\ (q_2, a) \rightarrow q_5 \end{array} \right\}, \left. \begin{array}{l} (q_0, b) \rightarrow q_3 \\ (q_2, b) \rightarrow q_2 \end{array} \right\} \rightarrow (q_0, q_2) \checkmark$$

$$\left. \begin{array}{l} (q_0, a) \rightarrow q_1 \\ (q_4, a) \rightarrow q_5 \end{array} \right\}, \left. \begin{array}{l} (q_0, b) \rightarrow q_3 \\ (q_4, b) \rightarrow q_4 \end{array} \right\} \rightarrow (q_0, q_4) \checkmark$$

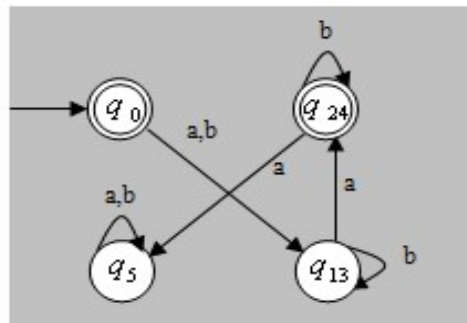
$$\left. \begin{array}{l} (q_1, a) \rightarrow q_2 \\ (q_3, a) \rightarrow q_4 \end{array} \right\}, \left. \begin{array}{l} (q_1, b) \rightarrow q_3 \\ (q_3, b) \rightarrow q_1 \end{array} \right\} \rightarrow (q_1, q_3)$$

$$\left. \begin{array}{l} (q_1, a) \rightarrow q_2 \\ (q_5, a) \rightarrow q_5 \end{array} \right\}, \left. \begin{array}{l} (q_1, b) \rightarrow q_3 \\ (q_5, b) \rightarrow q_5 \end{array} \right\} \rightarrow (q_1, q_5) \checkmark$$

$$\left. \begin{array}{l} (q_2, a) \rightarrow q_5 \\ (q_4, a) \rightarrow q_5 \end{array} \right\}, \left. \begin{array}{l} (q_2, b) \rightarrow q_2 \\ (q_4, b) \rightarrow q_4 \end{array} \right\} \rightarrow (q_2, q_4)$$

$$\left. \begin{array}{l} (q_3, a) \rightarrow q_4 \\ (q_5, a) \rightarrow q_5 \end{array} \right\}, \left. \begin{array}{l} (q_3, b) \rightarrow q_1 \\ (q_5, b) \rightarrow q_5 \end{array} \right\} \rightarrow (q_3, q_5) \checkmark$$

۵- در این مرحله با توجه به اینکه در مرحله ۴ وضعیت های ادغام پذیر مشخص شده اند (آنهايي که علامت تیک نخورده اند) واضح است که وضعیت q_1 با q_3 و q_2 با q_4 ادغام پذیرند و تبدیل به يك وضعیت (گره) می شوند. حال DFA بهينه را رسم می کنیم



موفق باشید

