

Don't wait for the

PERFECT MOMENT

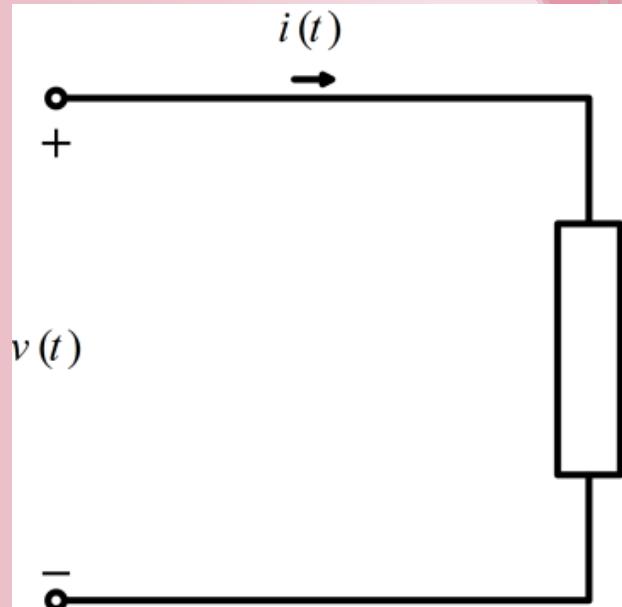
take the moment and make it

PERFECT

تحليل سیستم‌های انرژی الکتریکی I
بهروز آدینه

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$



$$p(t) = v(t) \times i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)]$$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2(\omega t + \theta_v) - (\theta_v + \theta_i))]$$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos 2(\omega t + \theta_v) \cos(\theta_v - \theta_i) + \sin(2(\omega t + \theta_v)) \sin(\theta_v - \theta_i)]$$

$$p(t) = |V| |I| \cos \theta [1 + \cos 2(\omega t + \theta_v)] + |V| |I| \sin \theta \sin 2(\omega t + \theta_v)$$

$$p(t) = p_R(t) + p_X(t)$$

$$p_R(t) = |V| |I| \cos \theta + |V| |I| \cos \theta \cos 2(\omega t + \theta_v)$$

$$p(t) = |V| |I| \cos \theta$$

$$p_X(t) = |V| |I| \sin \theta \sin 2(\omega t + \theta_v)$$

$$Q = |V| |I| \sin \theta$$

$$\theta = \theta_v - \theta_i > 0$$

برای بار القایی، جریان عقب تر از ولتاژ بوده

و Q نیز مثبت است

$$\theta = \theta_v - \theta_i < 0$$

برای بار خازنی، جریان از ولتاژ جلوتر بوده

و Q نیز منفی است

برای مقاومت خالص، زاویه امپدانس صفر و ضریب قدرت واحد (UPF⁽¹⁾) است. یعنی توان ظاهری و حقیقی برابرند. انرژی الکتریکی به انرژی حرارتی تبدیل می‌شود.

اگر مدار القایی خالص باشد، جریان از ولتاژ به اندازه ۹۰ درجه عقب تر بوده و توان متوسط صفر است.

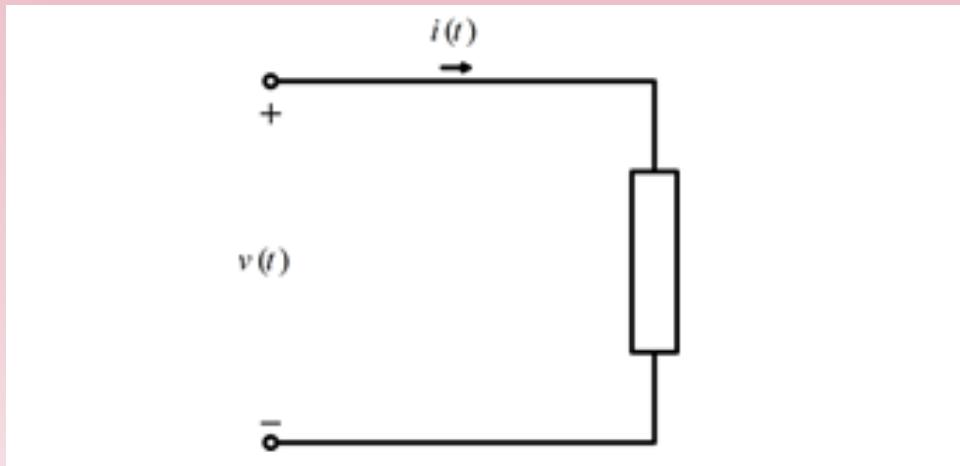
اگر بار خازنی باشد، جریان ۹۰ درجه جلوتر از ولتاژ بوده و توان متوسط صفر است

ولتاژ تغذیه در شکل ۱.۳ با $v(t) = 100 \cos \omega t$ داده شده و بار القایی دارای امپدانس $Z = 1.25 \angle 60^\circ$ می‌باشد. رابطه جریان لحظه‌ای $i(t)$ و توان لحظه‌ای $p(t)$ را تعیین کنید.

$$I = \frac{100 \angle 0^\circ}{1.25 \angle 60^\circ} = 80 \angle -60^\circ$$

$$i(t) = 80 \cos(\omega t - 60^\circ) \quad A$$

$$p(t) = v(t)i(t) = 100 \cdot 80 \cos(\omega t) \cos(\omega t - 60^\circ) \quad W$$



شکل ۱.۳ منبع سینوسی تغذیه کننده یک بار تک فاز.

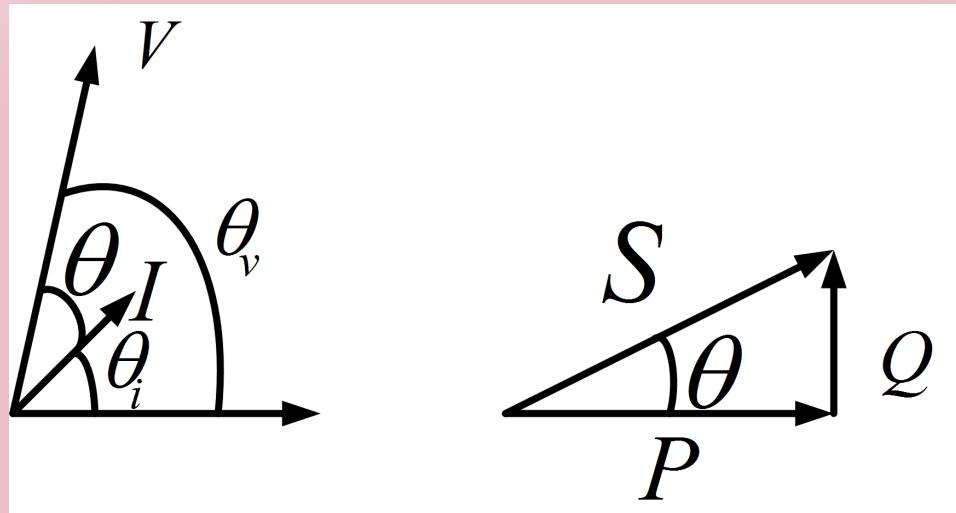
$$V = |V| \angle \theta_v \quad I = |I| \angle \theta_i$$

$$\begin{aligned} S &= VI^* = |V| |I| \angle (\theta_v - \theta_i) \\ &= |V| |I| \angle \theta \\ &= |V| |I| \cos \theta + |V| |I| \sin \theta \end{aligned}$$

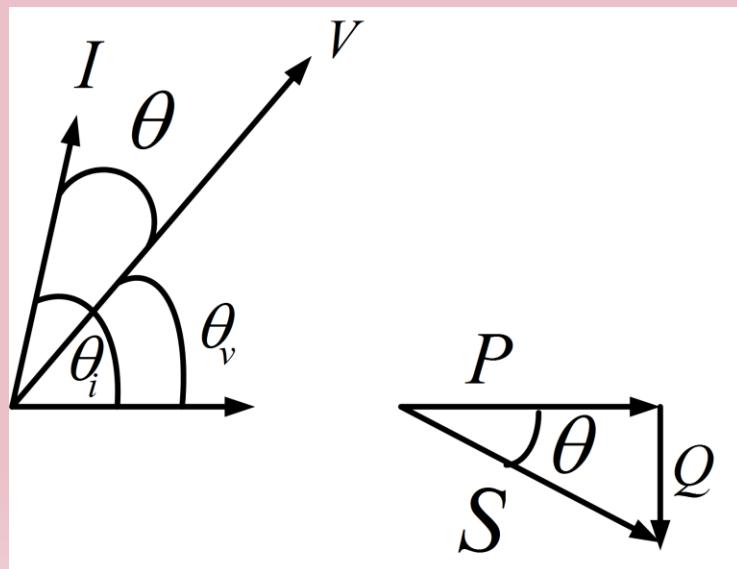
$$S = P + jQ$$

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

نمايش برداری و مثلث توان برای بار القابی (PF پس فاز)



نمايش برداری و مثلث توان برای بار خازنی (PF پیش فاز)



اگر امپدانس بار Z باشد

$$V = ZI$$

$$S = VI^* = ZI^* = R|I|^2 + jX|I|^2$$

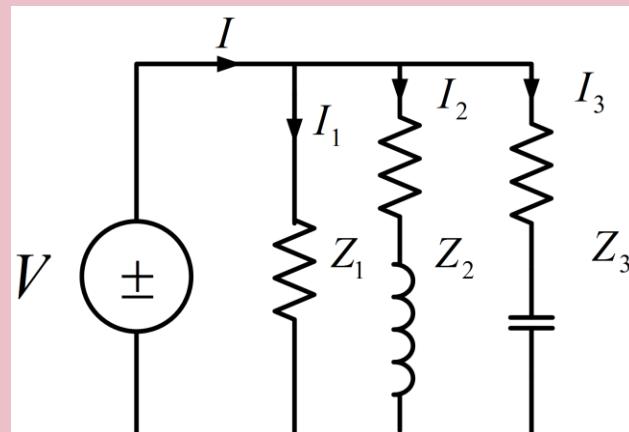
$$S = VI^* = \frac{VV^*}{Z^*} = \frac{|V|^2}{Z^*}$$

$$Z = \frac{|V|^2}{S^*}$$

توازن توان مختلط

$$S = VI^* = V(I_1 + I_2 + I_3)^* = VI_1^* + VI_2^* + VI_3^*$$

تمرین:
برای سه بار سری توازن
توان اثبات کنید.



در مدار بالا $Z_1 = 20 - j20\Omega$, $Z_2 = 6 + j12\Omega$, $Z_3 = 6 + j10\Omega$, $V = 120 \angle 0^\circ$ مفروض است. توان

جذب شده توسط هر بار و توان مختلط را بیابید.

$$I_1 = \frac{120 \angle 0^\circ}{6 \angle 0^\circ} = 20 + j0 \quad A$$

$$I_2 = \frac{120 \angle 0^\circ}{6 + j12} = \frac{120 \angle 0^\circ}{13.42 \angle 1.11^\circ} = 89.44 \angle -1.11^\circ = 40 - j8 \quad A$$

$$I_3 = \frac{120 \angle 0^\circ}{30 - j30} = \frac{120 \angle 0^\circ}{42.43 \angle -0.79^\circ} = 28.28 \angle 0.79^\circ = 20 + j20 \quad A$$

$$S_1 = VI_1^* = 120 \angle 0^\circ (20 - j0) = 2400 \angle 0^\circ VA = 2400W + j0 VAr$$

$$S_2 = VI_2^* = 120 \angle 0^\circ (40 - j8) = 107331.26 \angle 1.12^\circ VA = 4800W + j9600VAr$$

$$S_3 = VI_3^* = 120 \angle 0^\circ (20 - j20) = 33941.13 \angle 0.79^\circ VA = 2400W - j2400VAr$$

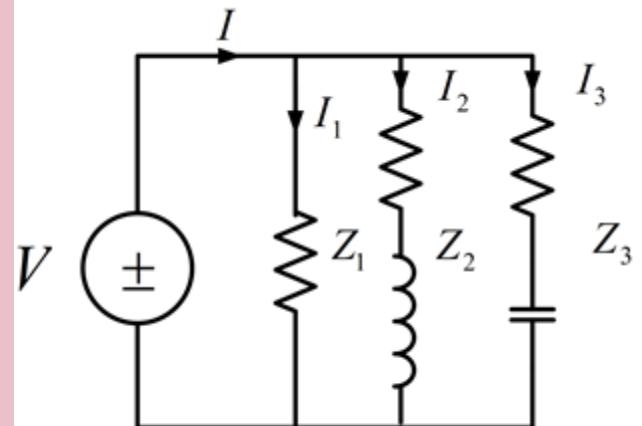
$$S = (S_1 + S_2 + S_3) = 9600W + j7200VAr$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = (20 + j0) + (40 - j8) + (20 + j20)$$

$$= 80 - j60 = 100 \angle -36.87^\circ \quad A$$

$$S = VI^* = (120 \angle 0^\circ)(100 \angle -36.87^\circ) = 12000 \angle 36.87^\circ VAr$$

$$= 9600W + j7200VAr$$

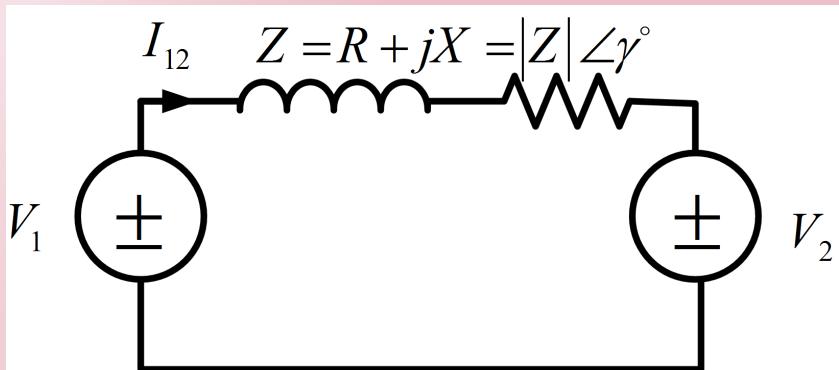


شکل ۴.۳ سه بار موازی

$$S_{\downarrow} = \frac{|V|}{Z_{\downarrow}^*} = \frac{(\downarrow \uparrow \cdot \cdot)^{\uparrow}}{\varepsilon_{\downarrow}} = \uparrow \downarrow \cdots W + j \cdot VAr$$

$$S_{\uparrow} = \frac{|V|}{Z_{\uparrow}^*} = \frac{(\downarrow \uparrow \cdot \cdot)^{\uparrow}}{\varepsilon_{\uparrow} - j \downarrow \uparrow} = \downarrow \uparrow \cdots W + j \downarrow \varepsilon \cdots VAr$$

$$S_{\leftrightarrow} = \frac{|V|}{Z_{\leftrightarrow}^*} = \frac{(\downarrow \uparrow \cdot \cdot)^{\uparrow}}{\varepsilon_{\leftrightarrow} + j \varepsilon_{\leftrightarrow}} = \uparrow \downarrow \cdots W - j \uparrow \downarrow \cdots VAr$$



$$V_1 = |V_1| \angle \delta_1$$

$$V_2 = |V_2| \angle \delta_2$$

$$I_{12} = \frac{|V_1| \angle \delta_1 - |V_2| \angle \delta_2}{|Z| \angle \gamma} = \frac{|V_1|}{|Z|} \angle (\delta_1 - \gamma) - \frac{|V_2|}{|Z|} \angle (\delta_2 - \gamma)$$

$$S_{12} = V_1 I_{12}^* = |V_1| \angle \delta_1 \left[\frac{|V_1|}{|Z|} \angle (\gamma - \delta_1) - \frac{|V_2|}{|Z|} \angle (\gamma - \delta_2) \right]$$

$$= \frac{|V_1|^2}{|Z|} \angle \gamma - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \angle (\gamma + \delta_1 - \delta_2)$$

$$P_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \cos \gamma - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \cos(\gamma + \delta_1 - \delta_2)$$

$$Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \sin \gamma - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \sin(\gamma + \delta_1 - \delta_2)$$

$$R = 0 \quad Z = X \angle 90^\circ$$

$$P_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \cos \gamma - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \cos(\gamma + \delta_1 - \delta_2)$$

$$P_{12} = \frac{|V_1||V_2|}{X} \sin(\delta_1 - \delta_2)$$

$$Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \sin \gamma - \frac{|V_1||V_2|}{|Z|} \sin(\gamma + \delta_1 - \delta_2)$$

$$Q_{12} = \frac{|V_1|}{X} [|V_1| - |V_2| \cos(\delta_1 - \delta_2)]$$

از آنجایی که $R=0$ است، خط انتقال تلفات نداشته و توان حقیقی ارسال شده برابر توان حقیقی دریافت شده است.

$$\frac{R}{X} \text{ برای یک سیستم قدرت نوعی با نسب کوچک}$$

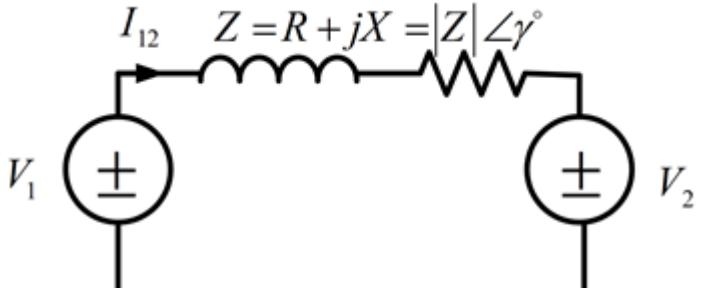
$P_{12} = \frac{|V_1||V_2|}{X} \sin(\delta_1 - \delta_2)$ نشان می‌دهد که تغییرات کوچک در δ_1 یا δ_2 اثر قابل توجهی در پخش توان حقیقی دارد، در حالی که تغییرات کوچک در دامنه ولتاژها اثر محسوسی در پخش توان حقیقی نخواهد داشت.

بنابراین، پخش توان حقیقی در یک خط انتقال بوسیله اختلاف زاویه ولتاژ پایانه‌ها (یعنی δ که در آن $\delta_2 - \delta_1 = \delta$ است) کنترل می‌شود. اگر V_1 جلوتر از V_2 باشد δ مثبت بوده و پخش توان حقیقی از گره ۱ به طرف گره ۲ می‌باشد. اگر V_1 عقب‌تر از V_2 باشد، δ منفی شده و توان حقیقی از گره ۲ به گره ۱ جریان می‌یابد.

با فرض $R=0$ ، حداکثر توان ثوری (ظرفیت انتقال استاتیک) وقتی رخ می‌دهد که $\delta = 90^\circ$ باشد و حداکثر توان انتقالی برابر است با:

$Q \propto |V_1| - |V_2|$ پخش توان راکتیو بوسیله اختلاف اندازه ولتاژها تعیین می‌گردد

مثال ۲



شکل ۶.۳ اتصال دو منبع ولتاژ

دو منبع ولتاژ $V_1 = 120\angle -5^\circ V$, $V_2 = 100\angle 0^\circ V$ مطابق توسط یک خط کوتاه با امپدانس $Z = 1 + j 7 \Omega$

شکل ۶.۳ به یکدیگر وصل شده‌اند. توان‌های اکتیو و راکتیو تحویلی یا دریافتی هر یک از منابع و تلفات خط را تعیین کنید.

$$I_{12} = \frac{120\angle -5^\circ - 100\angle 0^\circ}{1 + j 7} = 3.135\angle -110.02^\circ A$$

$$I_{21} = \frac{100\angle 0^\circ - 120\angle -5^\circ}{1 + j 7} = 3.135\angle 69.98^\circ A$$

$$S_{12} = V_1 I_{12}^* = 376.2\angle 105.02^\circ = -97.5 W + j 636.2 VAr$$

$$S_{21} = V_2 I_{21}^* = 313.5\angle -69.98^\circ = 107.3 W - j 294.5 VAr$$

تلفات خط برابر است با:

$$S_L = S_1 + S_2 = 9.8 W + j 68.8 VAr$$

با توجه به نتایج بالا، از آنجایی که P_1 منفی و P_2 مثبت است، منبع ۱ توان ۹۷.۵ وات را دریافت و منبع ۲ توان ۱۰۷.۲ وات را تولید می‌نماید و تلفات توان حقیقی در خط ۹.۸ وات می‌باشد. تلفات توان حقیقی در خط با رابطه زیر آزمایش می‌گردد:

$$P_L = R |I_{12}|^2 = 1(2.125)^2 = 9.8 \quad W \quad (34.3)$$

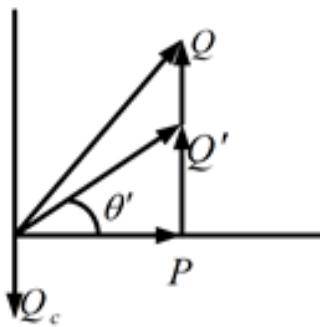
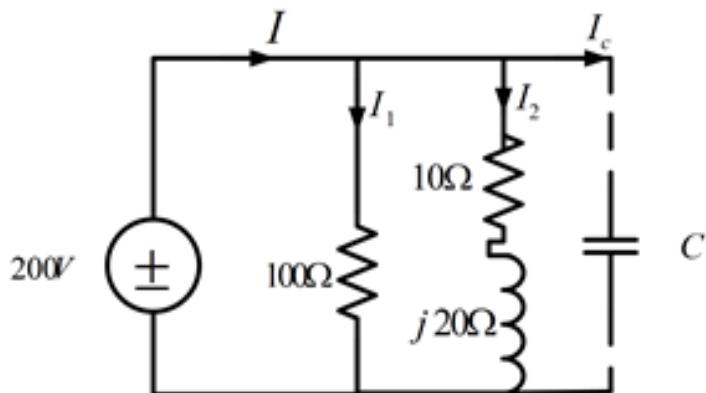
همچنین چون Q_1 مثبت و Q_2 منفی است، منبع ۱ توان ۲۶۲.۲ وار را تحويل و منبع ۲ توان ۲۹۴.۵ وار را دریافت می‌نماید و تلفات توان راکتیو خط ۶۸.۶ وار می‌باشد. تلفات توان راکتیو در خط را می‌توان با رابطه زیر آزمایش نمود:

$$Q_L = X |I_{12}|^2 = 7(2.125)^2 = 68.8 \quad VAr \quad (35.3)$$

$$p(t) = |V| |I| \cos \theta \quad (8.3)$$

از معادله (8.3) می‌توان دید که اگر ضریب قدرت کمتر از ۱ باشد، توان ظاهری بزرگتر از P خواهد بود. در نتیجه جریان I که باید تحويل داده شود برای $|I| < PF = 1$ بزرگتر از حالتی است که $|I| = 1$ باشد، حتی اگر توان متوسط P در هر دو حالت یکسان تحويل داده شود. شرکت برق نمی‌تواند بدون هزینه اضافی جریان بیشتری تحويل دهد. در نتیجه به نفع شرکت برق است که بارهای اصلی سیستم تا حد امکان دارای ضریب قدرت نزدیک به ۱ باشند. به همین منظور، شرکت‌های برق متناسب با نیاز خود در سرتاسر شبکه بانک‌های خازنی نصب می‌کنند. آنها همچنین مصرف‌کننده‌های صنعتی با ضرایب قدرت پایین را وادار به پرداخت هزینه‌های اضافی می‌کنند. مشتری‌های خانگی و تجاری کوچک ضریب قدرت نزدیک به ۱ دارند.

دو بار $\Omega \cdot j \cdot \Omega = 100 + j 20\Omega$ و $Z_1 = 100 + j 20\Omega$ به منبعی با ولتاژ مؤثر ۲۰۰ ولت و فرکانس ۶۰ هرتز مطابق شکل ۷.۳ وصل شده‌اند.



شکل ۷.۳ مدار مثال ۲-۳ و مثلث توان

الف) توان‌های اکتیو و راکتیو کل، ضریب قدرت منبع و جریان کل را تعیین کنید.

$$I_1 = \frac{200\angle 0^\circ}{100} = 2\angle 0^\circ \quad A$$

$$I_2 = \frac{200\angle 0^\circ}{10+j20} = 4-j\lambda \quad A$$

$$S_1 = VI_1^* = 200\angle 0^\circ (2-j) = 400W + j \cdot VAr$$

$$S_2 = VI_2^* = 200\angle 0^\circ (4+j\lambda) = 800W + j1600VAr$$

$$S = P + jQ = 1200 + j1600 = 2000\angle 53.13^\circ \quad VA$$

$$I = \frac{S^*}{V^*} = \frac{200\angle -53.13^\circ}{200\angle 0^\circ} = 1\angle -53.13^\circ$$

$$PF = \cos(53.13^\circ) = 0.6$$

ضریب قدرت پس فاز است.

ب) ظرفیت خازن وصل شده به دوسر بارها را طوری تعیین کنید که ضریب قدرت کل به 0.8 پس فاز بهبود یابد.

توان اکتیو کل در ضریب قدرت جدید 0.8 پس فاز $P = 120.0 MW$ است. بنابراین:

$$\begin{aligned}\theta' &= \cos^{-1}(0.8) = 26.87^\circ \\ Q' &= P \tan \theta' = 120.0 \tan(26.87^\circ) = 90.0 \quad VAr \\ Q_c &= -j |160.0 - 90.0| = -j 70.0 \quad VAr\end{aligned}\tag{39.3}$$

$$Z_c = \frac{|V|}{Q_c} = \frac{(200)}{j 70.0} = -j 57.14 \quad \Omega \quad X_c = 57.14 \quad \Omega$$

$$X_c = \frac{1}{C \omega} = \frac{1}{C \times 2\pi \times 60} \Rightarrow C = \frac{1}{120\pi \times 57.14} = 4.642 \times 10^{-6} F = 46.42 \mu F$$

توان کل و جریان جدید این چنین محاسبه می شود:

$$\begin{aligned}S' &= 120.0 + j 90.0 = 150.0 \angle 26.87^\circ \quad VA \\ I' &= \frac{S'}{V} = \frac{150.0 \angle -26.87^\circ}{200.0 \angle 0^\circ} = 7.5 \angle -26.87^\circ \quad A\end{aligned}\tag{40.3}$$

کاهش جریان تغذیه از $10A$ به $7.5A$ قابل توجه است.