

به نام خداوند بخشنده مهربان

تمرین ریاضی مهندسی - نیمسال اول ۹۴-۹۳ - سری ۱

انتگرالهای زیر به ازای $n = 0, 1, 2, \dots$ محاسبه کنید. نیازی به اثبات انتگرالهای نامعین مربوطه نیست.

1) $\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos nx \, dx$

2) $\int_0^{\pi} \sin nx \, dx$

3) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos nx \, dx$

4) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \sin nx \, dx$

5) $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin nx \, dx$

6) $\int_0^{\pi} x \sin nx \, dx$

7) $\int_0^{\pi} x^2 \cos nx \, dx$

8) $\int_0^{\pi} e^x \cos nx \, dx$

9) $\int_{-\pi}^0 e^x \sin nx \, dx$

توابع زیر متناوب با دوره تناوب داده شده هستند. نمودار توابع را در سه دوره تناوب رسم کنید و سپس ضرایب سری فوریه آن‌ها را به دست آورید.

10) $f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < 0 \\ 1 & 0 < t < \pi \end{cases}, \quad T = 2\pi$

11) $f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < 0 \\ 1 & 0 < t < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}, \quad T = 2\pi$

12) $f(t) = t^2, \quad -\pi < t < \pi, \quad T = 2\pi$

13) $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\pi + t & -\pi < t < 0 \\ \frac{1}{2}\pi - t & 0 < t < \pi \end{cases}, \quad T = 2\pi$

14) $f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < 0 \\ t^2 & 0 < t < \pi \end{cases}, \quad T = 2\pi$

15) $f(t) = |t|, \quad T = 2\pi$

16) $f(t) = e^{-t}, \quad 0 < t < 1, \quad T = 1$

17) $f(t) = e^{-|t|}, \quad 0 < t < 1, \quad T = 1$

18) $f(t) = E \cos \omega_0 t$

19) $f(t) = \begin{cases} 0 & -\frac{\pi}{\omega_0} < t < -\frac{\pi}{2\omega_0} \\ E \cos \omega_0 t & -\frac{\pi}{2\omega_0} < t < \frac{\pi}{2\omega_0} \\ 0 & \frac{\pi}{2\omega_0} < t < \frac{\pi}{\omega_0} \end{cases}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

20) $f(t) = \cos \alpha t, \quad -\pi < t < \pi, \quad T = 2\pi$

α عدد غیر صحیحی است

با استفاده از سری فوریه مسأله (۱۲) سریهای زیر را ثابت کنید:

21) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$

22) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots = \frac{\pi^2}{12}$