Institute Of Physics & Mathematics

بسمه تعالی

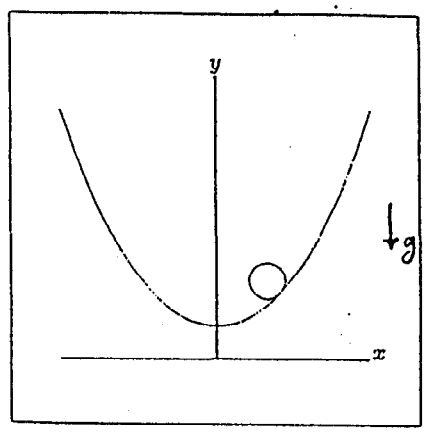
(۱)

امتحان اول المپیاد فیزیک (دوره‌ی ۷ نفر)

۸۲/۹/۲۷

وقت: ۳/۵ ساعت

۱ـ دیسکی به جرم m و شعاع R روی سطحی بامعادله‌ی $y = a\cosh(x/a)$، $(a > R)$ بدون لغزش می‌غلتد.



(۶)

زاویه‌ی ϕ، زاویه‌ی دوران دیسک حول مرکزش است. ϕ را چنان انتخاب کرده‌ایم که وقتی مرکز دیسک در $x = 0$ است، $\phi = 0$ باشد.

الف— بردارهای یکه‌ی مماس بر منحنی $\hat{t}$ و عمود بر آن $\hat{n}$ (در صفحه‌ی xy) را بر حسب ϕ به دست آورید.

ب— دیسک به اندازه‌ی ϕ غلتیده است. x و y، مختصات مرکز دیسک را به دست آورید.

ج— انرژی مکانیکی دیسک E را بر حسب ϕ و $\dot{\phi}$ به دست آورید.

د— برای وقتی که $\phi \ll a/R$ است، حرکت دیسک هماهنگ ساده است. فرکانس نوسان‌های کوچک دیسک را به دست آورید.

و— نیروی عمودی N و نیروی اصطکاک f وارد از سطح بر دیسک را به دست آورید.

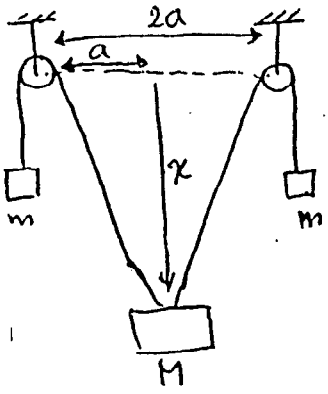
هـ— فرض کنید ضریب اصطکاک ایستایی سطح $\mu_s = 1/2$ باشد. اگر دیسک را از $\phi_0 > 0$ رها کنیم، آیا شرط $\phi_0 \ll a/R$ غلتش برقرار می‌ماند و یا دیسک شروع به لغزش می‌کند؟ مسئله در بعدی است.

۱

۱۴

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics



۲- در شکل مقابل، قرقره‌ها را کوچک و سبک بگیرید و از جرم ریسمان چشم بپوشید. در کل مسئله فرض کنید فاصله‌ی M از قرقره‌ها برابر است. سیستم در میدان گرانش زمین با شتاب g است.

الف- مقدار x در نقطه‌ی تعادل را بیابید.

ب- شتاب هر جرم m را برحسب شتاب و سرعت M بیابید.

ج- نیروی کشش ریسمان را برحسب مکان و سرعت M بیابید.

د- پس از آمد نوسانهای کوچک حول تعادل را بیابید.

۳- صفحه‌ی مداری ماه (صفحه‌ی ماه - زمین) با صفحه‌ی مداری زمین (صفحه‌ی زمین - خورشید) زاویه‌ی $\delta = 5^\circ$ می‌سازد. در هر ماه قمری با احتمال P ماه‌گرفتگی رخ می‌دهد (P را روی بازه‌ی زمان طولانی میانگین می‌کنیم).

در صورتی که فاصله‌ی زمین تا خورشید 1.5×10^8 km، فاصله‌ی ماه تا زمین 0.5×10^6 km و شعاع زمین 6400 km باشد، P چقدر خواهد بود؟

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

۴- خورشید به دلیل پدیده‌های اپتیکی به اندازهٔ زمان t دیرتر از آنچه انتظار می‌رود غروب (ظاهری) می‌کند. در صورتی که ضخامت لایهٔ هوای اطراف زمین h و شعاع زمین R و ضریب شکست هوا n باشد (چگالی هوا را تا ارتفاع h ثابت و پس از آن صفر در نظر بگیرید.)

الف- h را به عنوان تابعی از پارامترهای مسئله بیابید.

ب- اگر $t = 120\,s$ ، $R = 6400\,km$ ، و $n = 1.0003$ باشد، h چقدر است؟

۵- کرهٔ رسانایی به شعاع a و بار Q در فاصلهٔ دوری از یک پوستهٔ کروی رسانای با شعاع داخلی b و شعاع خارجی c است. پوستهٔ کروی بدون بار است و a کوچکتر از b است. کرهٔ به شعاع a را در مرکز پوستهٔ کروی قرار می‌دهیم.

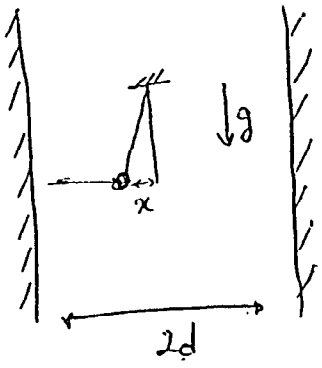
الف- تغییر انرژی الکترواستاتیک سیستم را به دست آورید.

ب- پتانسیل کرهٔ به شعاع a چقدر تغییر می‌کند؟

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

۶- یک بار نقطه‌ای به جرم m و با بار q، از یک نقطهٔ آویز با یک ریسمان به طول l آویخته شده است. در دو طرف این بار، دو صفحهٔ رسانا با فاصلهٔ مساوی d از نقطهٔ آویز، قرار داده شده است.



(۵)

بار مورد نظر در میان دو رسانی q (که موازی با صفحه‌های رسانا است) قرار دارد.

الف - مقدار x را چنان بیابید که نخ موازی با نیروی جاذبه است. شرطی روی پارامترهای مسئله به دست آورید که این نقطه، یک نقطهٔ تعادل پایدار باشد.

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}=\zeta(3)\cong 1.2\right)$$

فرض کنید رسانا‌ها ضریب رسانش سطحی α دارند. به این ترتیب اگر از سطح آنها چگالی سطحی جریان $\vec{K}$ داشته باشیم، میزان اتلاف انرژی در واحد سطح برابر با $\frac{K^2}{\alpha}$ است.

ب - فرض کنید d آن قدر بزرگ است که فقط اولین بازهای تصویری مهم هستند. با به دست آوردن چگالی بار سطحی روی رسانا‌ها و چگالی جریان سطحی را به دست آورید. (جواب را تا اولین مرتبه‌ی ناصفر از x و $\dot{x}$ حساب کنید.)

ج - توان اتلافی سیستم چقدر است؟ معادلهٔ نوسان بار را تصحیح کنید و با حل آن، حرکت بار را توصیف کنید.

موفق باشید

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

۸۲/۱۰/۱۴

وقت: ۴ ساعت

امتحان دوم المپیاد فیزیک (دوره ۷ ام)

(۲)

۱- یک ستاره به شکل کره‌ای به شعاع R است. چگالی و فشار را تابع فقط r (فاصله تا مرکز ستاره) و $\vec{g}$ (شدت میدان گرانشی) را به شکل $\vec{g} = -g(r)\hat{r}$ بگیرید.

(۶)

الف- معادله‌ی دیفرانسیلی برای تغییرات g نسبت به r بنویسید.

ب- معادله‌ی دیفرانسیلی برای تغییرات P نسبت به r بنویسید.

ج- g را حذف کنید و معادله‌ی دیفرانسیلی شامل P و ρ به دست آورید.

د- معادله‌ی حالت به شکل $\rho = \rho_0(1 + \frac{P}{B})$ بگیرید. (ρ و B ثابت‌اند.) با فرض این‌که B بزرگ است، P برحسب r را تا مرتبه‌ی یک نسبت به $\frac{1}{B}$ به دست آورید. (راهنمایی: در r=R فشار صفر است.)

هـ- جرم ستاره را M بگیرید و R را تا مرتبه‌ی یک نسبت به $\frac{1}{B}$ به دست آورید.

۲- اتومبیلی در پیچی به شعاع انحنای r با سرعت ثابت v حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک چرخها و سطح جاده μ است.

(۷)

نشان دهید:

i) ارتفاع مرکز جرم اتومبیل از زمین h، فاصله‌ی چرخهای سمت چپ با چرخهای سمت راست ℓ و جرم اتومبیل m

ii) نیروی پیش‌ران موتور به تساوی بین محور عقب و محور جلو تقسیم می‌شود.

iii) طول اتومبیل بسیار کوچکتر از شعاع انحنای جاده است.

iv) مقدار نیروی مقاومت هوا بر روی اتومبیل برابر با $k\ell^2$ و جهت آن خلاف جهت حرکت اتومبیل

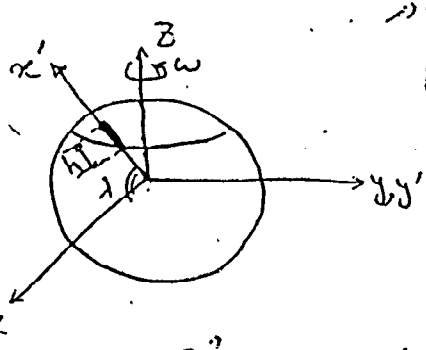
v) نیروی عکس‌العمل زمین وارد بر چرخ جلوی هر سمت اتومبیل با نیروی عکس‌العمل وارد بر چرخ عقب در همان سمت برابر است.

سؤال: حداکثر سرعت اتومبیل چقدر باشد تا در این پیچ نلغزد.

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

۳- ذره‌ای به جرم m از برجی به ارتفاع h بالای سطح زمین با بردار تکانه اولیه λ رها می‌شود. شعاع زمین R است و دستگاه $x'y'z'$ که x' جهت بیت الرأس است، دستگاهی ثابت در فضا است. معادله‌ی حرکت این ذره چون تحت تأثیر نیروی متناسب با $\frac{1}{r^2}$ زمین است، روی یک بیضی خواهد بود که معادله‌ی آن در مختصات $x'y'$ عبارت است از $\frac{1}{r} = B - A\cos\theta$ که در آن $B = -\frac{mk}{L^2}$ و $A = \sqrt{B^2 + \frac{2mE}{L^2}}$ و θ زاویه‌ی بین بردار مکان ذره و جهت مثبت محور x' است. سرعت زاویه‌ای زمین به دور خود برابر ω است.



(۷)

الف- مقادیر A و B را برحسب کمیتهای معلوم مشخص کنید.

ب- زاویه‌ی بین محل برخورد ذره با سطح زمین و محور x' (θ_0) را برحسب کمیتهای معلوم به دست آورید.

۴- شیشه‌ای با سطح مقطع A، ضخامت d و رسانایی گرمایی K در نظر بگیرید. در صورتی که دما در دو طرف این شیشه T_H و T_C باشد شارش گرما را H می‌نامیم.

(۶)

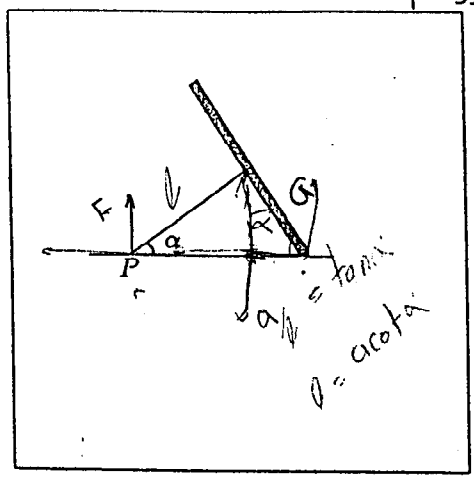
رسانایی هوا برحسب دما به صورت $K_{هوا} = cT^{\frac{1}{2}}$ است. در صورتی که دما در فاصله‌ی d از دو طرف شیشه به ترتیب T_H و T_C باشد شارش گرما را H' می‌نامیم ($H' = \alpha H$).

معادله‌ی جبری برای α برحسب ثابتهای مسئله به دست آورید. (مسئله یک نقدی است.)

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

۱۶ دیسکی به جرم m و شعاع a مطابق شکل توسط میله‌ای با جرم ناچیز به نقطه‌ی P لولا شده است. میله با سطح افق زاویه‌ی α می‌سازد. دیسک روی سطح می‌غلتد و زمان لازم برای آن که یک دور مداری حول P طی کند، T است. نیرویی که به سر میله در لولا وارد می‌شود چه‌قدر است؟ فرض کنید این نیرو قائم است.



iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

iopm.ir

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

نسبه تقاری

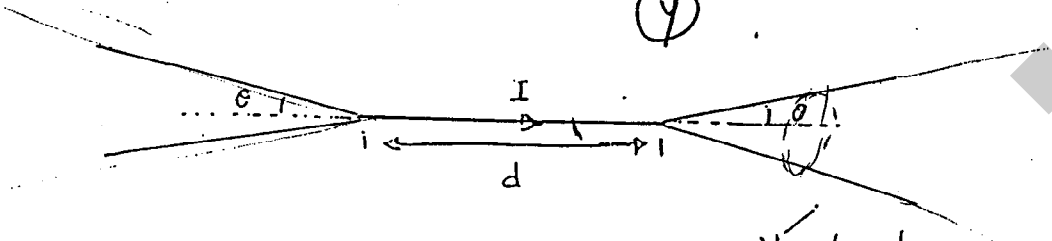
امتحان تئوری ترم الیاد فیزیک ۲ (دوره‌ی ۱۷ نفر)

وقت: ۴ ساعت

۸۴/۱۱/۱۲

۱- مانند شکل، دو مخروط ابررسانا، به زاویه‌ی راس θ، با یک سیم به هم وصل شده‌اند. محور تقارن مخروط‌ها بر هم منطبق‌اند و فاصله‌ی دو رأس مخروط برابر با d است. فرض کنید مخروط‌ها تا بی‌نهایت ادامه دارند. از سیم جریان ثابت I می‌گذرد. به عبارتی از مخروط اول جریان می‌گیرد و به دومی می‌دهیم.

(۶)

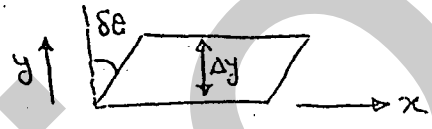


الف- چگالی جریان سطحی را روی دو مخروط حساب کنید.

ب- میدان مغناطیسی درست روی سطح مخروط‌ها چقدر است؟ (میدان مغناطیسی داخل ابررسانا نفوذ نمی‌کند.)

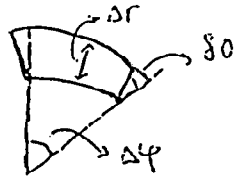
ج- میدان مغناطیسی را در تمام فضا بیابید.

۲- یک مایع به چگالی ρ و ضریب گران‌روی μ در نظر بگیرید. دو لایه‌ی این مایع در جهت x حرکت می‌کنند. این لایه‌ها در صفحه‌ی xz اند و فاصله‌یشان از هم Δy است. v تابع y است. مستطیلی در صفحه‌ی xy در نظر بگیرید که دو ضلع موازی آن در y (لایه‌ی اول) و $y+\Delta y$ (لایه‌ی دوم) اند. نقطه‌هایی از شاره که در زمان t روی ضلع‌های این مستطیل اند، در زمان $t+\delta t$ روی یک متوازی الاضلاع اند.



الف- نیروی ناشی از گران‌روی بین این دو لایه را برحسب $\frac{\delta\theta}{\delta t}$ و مساحت لایه‌ها (A) بنویسید.

سرعت یک شاره به شکل $\vec{v}=v(r)\hat{\varphi}$ است که (r,φ,z) مختصات استوانه‌ای اند. بخشی از شاره را که در زمان t بین φ و $\varphi+\Delta\varphi$، و r و $r+\Delta r$ است در نظر بگیرید. شکل این بخش، در زمان $t+\delta t$ مطابق شکل است.



۱۸

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

$\lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\theta}{\delta t}$ را به دست آورید.

ج - با استفاده از نتیجه‌های بخش الف و ب، نیروی ناشی از گرانروی بین دولایه‌ی شارهٔ بین φ و $\varphi+\delta\varphi$، یک لایه در شعاع r و یک لایه در شعاع $r+\delta r$ را به دست آورید.

(راه‌نمایی: این نیرو در راستای $\hat{\varphi}$ است.)

د - تعریف کنید $\omega = \frac{v}{r}$، و یک معادله‌ی دیفرانسیل برای ω به دست آورید.

هـ - بگیرید $\omega(r,t) = e^{-\alpha t}\Omega(r)$، که α یک مقدار ثابت است. یک معادله‌ی دیفرانسیل برای Ω به دست آورید.

و - بگیرید $\Omega(r) = \Omega_0[1 + a_1 r + a_2 r^2 + \cdots]$، که a_iها ثابت‌اند. اولین a_i غیرصفر را به دست آورید.

ز - فرض کنید در $r=R$، سرعت شاره صفر است. مقدار α را به دست آورید. (Ω را با دو جمله که در بخش (و) به دست آوردید، تقریب کنید.)

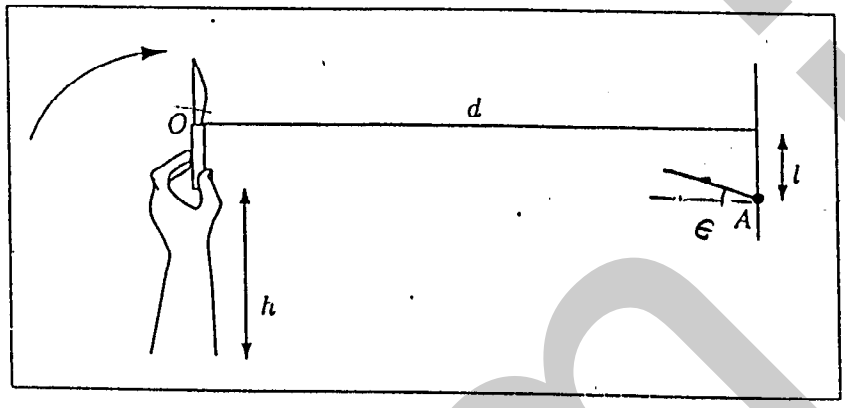
iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

فردی چاقویی به طولِ $2l$ را به سمتِ هدفی (نقطه‌ي A) که در شکل می‌بینید، پرتاب می‌کند. فرض کنید که برای پرتابِ چاقو دستش را حولِ مفصلِ آرنجش با سرعتِ زاویه‌اي Ω می‌چرخاند و هنگامی که چاقو از دستش رها می‌شود قائم است. O مرکزِ جرمِ میله و وسطِ آن است. براي سادگی در بررسي حرکتِ چاقو آن را مثلِ یک میله در نظر بگیرید.

الف— چه شرط و یا شرط‌هایی روي Ω، h، l، و یا d وجود دارد که نوکِ چاقو به طورِ قائم به هدف بخورد؟

ب— در صورتی که در زمانِ برخوردِ به هدف، اگر چاقو حداکثر به اندازهِ زاویه‌ي کوچکِ ϵ هم از خطِ قائم منحرف باشد، باز هم در هدف فرو برود، شرط و یا شرط‌هايِ بندِ قبل چه‌قدر تغییر می‌کنند؟ جوابِ خود را تا کوچک‌ترین توانِ غیرِصفرِ رتبه‌ي ϵ بنویسید.



(۷)

۱۹

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

نیم‌حلقه‌ای به جرم M روی سطحی اُفقی قراردارد. فرض کنید که صفحه‌ی نیم حلقه هم‌واره قائم می‌ماند. مطابق شکل دو دانه‌ی تسبیح هر یک به جرم m به طور متقارن از بالای نیم‌حلقه با اختلالی کوچک به پایین لغزیده‌اند.

الف– تحت چه شرطی زاویه‌ای مثل θ_0 وجود دارد که وقتی دانه‌های تسبیح به آن زاویه برسند نیرویی از سطح اُفقی بر نیم‌حلقه وارد نشود؟

می‌خواهیم ببینیم که در صورت برقرار بودن آن شرط آیا نیم‌حلقه از زمین بلند می‌شود. زمانی که دانه‌های تسبیح به زاویه‌ی θ_0 می‌رسند را T بگیرید. $\dot{\theta}_\pm$ و $\ddot{\theta}_\pm$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

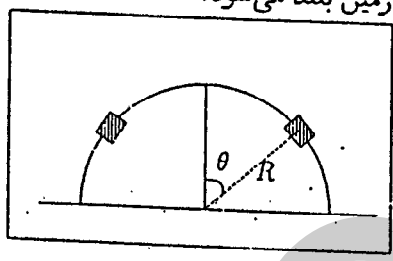
$$\begin{aligned} \dot{\theta}_\pm &= \lim_{\epsilon\to 0+} \dot{\theta}|_{t=T\pm\epsilon} \\ \ddot{\theta}_\pm &= \lim_{\epsilon\to 0+} \ddot{\theta}|_{t=T\pm\epsilon} \end{aligned} \qquad (1)$$

علامت اندیس $\pm$ برای کمیت‌های دیگر را نیز به همین صورت تعریف می‌کنیم.

ب– $\dot{\theta}_-$ و $\ddot{\theta}_-$ را به دست آورید.

ج– فرض کنید اگر حلقه از زمین بلند شود، ارتفاع مرکزش را با h نشان دهیم. $\dot{\theta}_+$، $\ddot{\theta}_+$ و $\ddot{h}_+$ را به دست آورید. در لحظه‌ی بلند شدن h_+ و $\dot{h}_+$ صفر هستند.

د– حالا $\ddot{\theta}_+$ و $\ddot{h}_+$ را محاسبه کنید. آیا حلقه از زمین بلند می‌شود؟



iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

نمره کامل

امتحان چهارم المپیاد فیزیک (دوره‌ی ۷۰ نفر) وقت: ۳ ساعت

۱- در ۲۵ ژوئن ۱۹۹۷ ایستگاه فضایی میر (Mir) روسیه در اثر برخورد با یک ظرف تدارکات حمل‌ای با مساحت A در آن به وجود می‌آید. بر اثر این حفره فشار داخل میر در مدت ۸ دقیقه از مقدار ۷۵۰ mmHg به ۶۷۵ mmHg کاهش می‌یابد. حجم ایستگاه فضایی میر ۳۹۰ m³ و دمای اولیه‌ی آن ۲۹۸ K بود. فرض کنید هوای داخل میر از قانون گاز ایده‌آل تبعیت می‌کند.

الف- مساحت سوراخ ایجاد شده روی دیواره‌ی میر را به دست آورید.

ب- پس از این مدت (۸ دقیقه) دمای میر چقدر تغییر کرد؟

ثابت بولتزمن $k = 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$

جرم متوسط مولکول‌های هوا $\bar{m} = 28 \times 1.66 \times 10^{-27}\ kg$

۲- یک موج ـ اسکالر ـ تخت ـ تک‌رنگ با بس‌آمد ـ زاویه‌ای ی ω با زاویه ی فرود ـ θ از محیط ـ 1 به فصل‌مشترک ـ محیط‌ها ی 1 و 2 می‌تابد. سرعت ـ انتشار ـ موج در محیط‌ها ی 1 و 2 به‌ترتیب v_1 و v_2، و امپدانس ـ محیط‌ها ی 1 و 2 به‌ترتیب z_1 و z_2 است.

الف) با استفاده از پی‌وسته‌گی ی تابع ـ موج و پایسته‌گی ی انرژی، نسبت ـ دامنه ی موج ـ بازتابیده به دامنه ی موج ـ فرودی را به دست آورید.

ب) با استفاده از نتیجه ی بخش ـ الف، یک رابطه ی پی‌وسته‌گی برا ی مشتق ـ تابع ـ موج به دست آورید.

۲۰

iopm.ir

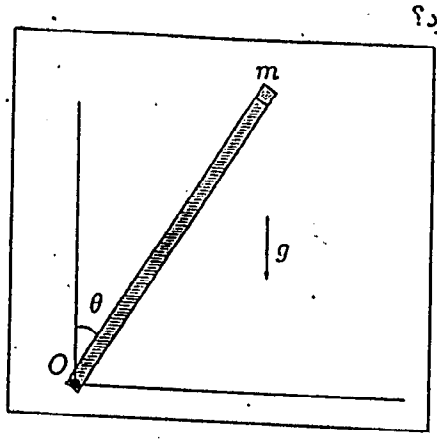
Institute Of Physics & Mathematics

۳ـ میله‌ای به طولِ l و جرمِ M از یک سرش در نقطه‌ي O لولا شده است. از اصطکاک در لولا چشم‌پوشی کنید.

الف— ذره‌ای به جرمِ m $(m \ll M)$ را روي سرِ میله‌ای قرار می‌دهیم. میله از زاویه‌ي θ_0 رها می‌شود. از اثرِ m روي حرکتِ میله چشم‌پوشی کنید. ضریبِ اصطکاکِ ایستایی بین m و سرِ میله، μ_s حداقل چه‌قدر باشد که m در لحظه‌ي اول جدا نشود؟

ب— در صورتی که شرطِ بندِ قبل برقرار باشد، جرمِ m در زاویه‌ي θ_1 است از میله جدا می‌شود. θ_1 چه‌قدر است؟

ج— جرمِ m در چه نقطه‌ای به زمین می‌خورد؟



iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

بسمه تعالی

امتحان پنجم المپیاد فیزیک (دوره‌ی ۲۷ ام)

۸۳/۲/۶

وقت: ۴ ساعت

مسئله ۱

الف) دست‌گاه ـ لخت ـ A با سرعت ـ $(v,0,0)$ نسبت به دست‌گاه ـ لخت ـ S حرکت می‌کند (محورهای ـ A و S موازی اند). دست‌گاه ـ لخت ـ B با سرعت ـ $(0,v,0)$ نسبت به دست‌گاه ـ لخت ـ A حرکت می‌کند (محورهای ـ B و A موازی اند). بردار و اندازه‌ی سرعت ـ B نسبت به S را به دست آورید.

ب) دست‌گاه ـ لخت ـ D با سرعت ـ $(0,v,0)$ نسبت به دست‌گاه ـ لخت ـ S حرکت می‌کند (محورهای ـ D و S موازی اند). دست‌گاه ـ لخت ـ E با سرعت ـ $(v,0,0)$ نسبت به دست‌گاه ـ لخت ـ D حرکت می‌کند (محورهای ـ E و D موازی اند). بردار و اندازه‌ی سرعت ـ E نسبت به S را به دست آورید.

مسئله ۲

اگر آینه ی ـ تخت ـ ی ساکن باشد، قانون‌ها ی ـ بازتابش در مورد ـ آن چنین اند:

- پرتو ی ـ تابیده، خط ـ عمود بر آینه، و پرتو ی ـ بازتابیده، هر سه در یک صفحه اند،
- زاویه ی ـ بازتابش برابر است با زاویه ی ـ تابش،
- بسامد ـ پرتو ی ـ بازتابیده، برابر است با بسامد ـ پرتو ی ـ تابیده.

اکنون آینه ی ـ تخت ـ ی در نظر بگیرید که عمود بر محور ـ x ها است، و با سرعت ـ v در امتداد ـ محور ـ x ها حرکت می‌کند. قانون‌ها ی ـ بازتابش را، از دید ـ ناظر ـ S که آینه را متحرّک می‌بیند، به دست آورید.

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

✓ مسئله ۳:

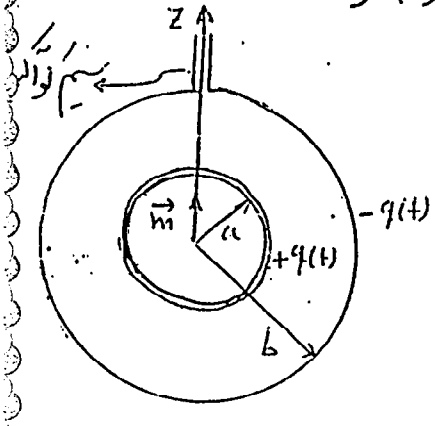
میدان مغناطیسی یک آهن ربای کروی در بیرون آن مثل یک دوقطبی مغناطیسی با گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{m}$ است.

اگر $\vec{m}$ در جهت محور z باشد، میدان مغناطیسی بیرون کره به صورت

$$\vec{B}(r,\theta) = \frac{\mu_0 m}{4\pi}\left(\frac{2\cos\theta\,\hat{r} + \sin\theta\,\hat{\theta}}{r^3}\right)$$

است که در آن (r,θ) مختصات کروی نقطه‌ای مورد نظر است.

آهن ربایی کروی با شعاع a و گشتاور دوقطبی مغناطیسی معادل $\vec{m}$ در امتداد z در نظر بگیرید. آهن ربا درون کره‌ی رسانایی با شعاع تقریباً همان a است ولی با آن تماس ندارد (مثلاً یک لایه‌ی نازک نارسانا بین آنها گذاشته‌ایم). کره‌ی رسانای دیگری با شعاع b (b>a) هم مرکز با کره‌ی اول است.



فرض کنید دو کره‌ی رسانا آزادند حول محور z بچرخند. در ابتدا دو کره‌ی رسانا ساکن‌اند. به تدریج و به آرامی به وسیله‌ی یک سیم کوآکسیال بار به دو کره به طور هم‌آهنگ جاری می‌شود (با یک سوراخ کوچک روی کره‌ی بزرگتر، مغزی سیم کوآکسیال را به کره‌ی داخلی وصل نمایید و بدنه‌ی آن را به کره‌ی بیرونی متصل نمایید). بار توسط این سیم در امتداد $\hat{\theta}$ روی روی رساناها جاری می‌شود تا بارهای آنها $+Q$ و $-Q$ شود.

با جاری شدن جریان روی رساناها، یک نیروی مغناطیسی بر آنها وارد می‌شود (میدان مغناطیسی را فقط ناشی از جریان روی رساناها حساب کنید).

کروی بلید دار میدان مغناطیسی ناشی از جریان روی رساناها حرف نظر کنید).

الف - با توجه به نیروی وارد بر رساناها، اندازه حرکت زاویه‌ای نهایی هریک از آنها را محاسبه کنید. مجموع اندازه حرکت زاویه‌ای را بنویسید.

می‌دانیم چگالی اندازه حرکت خطی یک میدان الکترومغناطیسی به صورت $\vec{g} = \frac{1}{c^2}\vec{S}$ است که در آن c سرعت نور و $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$ بردار پوینتینگ است. $(\mu_0\epsilon_0 = \frac{1}{c^2})$

ب - با توجه به بردار $\vec{g}$، اندازه حرکت زاویه‌ای میدان الکترومغناطیسی را به دست آورید.

ج - با توجه به مقادیر به دست آمده در قسمت (الف) و (ب) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

(۶)

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

مسئله ۴

یک پلاسما (شاره ای که ذره‌ها یش باردار اند) شامل ـ دو نوع ذره است. ذره‌ها ي با بار ـ مثبت پرجرم اند و می‌شود آن‌ها را ساکن گرفت. ذره‌ها ي با بار ـ منفی حرکت می‌کنند و بار ـ هر کدام ـشان q و جرم ـ هر کدام ـشان m است. تعداد بر واحد ـ حجم، چگالی ي بار، چگالی ي جرم، و سرعت ـ ذره‌ها ي با بار ـ منفی را با به‌ترتیب n، ρ، ρ_m، و v نشان می‌دهیم. فشار و میدان ـ الکتریکی را هم با به‌ترتیب P و $\mathbf{E}$ نشان می‌دهیم. چگالی ي بار ـ ذره‌ها ي مثبت مقدار ـ ثابت و یک‌نواخت ـ ρ^+ است. در حالت ـ تعادل، چگالی ي بار ـ کل، سرعت، و میدان ـ الکتریکی صفر اند، و تعداد ـ ذره‌ها ي با بار ـ منفی بر واحد ـ حجم ثابت و یک‌نواخت است.

الف) معادله ي پی‌وسته‌گی و معادله ي نیوتن برا ي ذره‌ها ي با بار ـ منفی، و معادله ي گاوس برا ي میدان ـ الکتریکی را بنویسید.

ب) فرض کنید انحراف از حالت ـ تعادل کوچک است. بخش ـ خطی ي معادله‌ها ي الف) نسبت به انحراف‌ها را بنویسید.

ج) مدول ـ کپه‌ای ي پلاسما برا ي ذره‌ها ي با بار ـ منفی را B بگیرید و معادله ای برا ي $\delta\rho$ (انحراف ـ چگالی ي بار ـ ذره‌ها ي با بار ـ منفی نسبت به حالت ـ تعادل) بنویسید.

د) معادله ي پاشنده‌گی ي موج ـ ج) (رابطه ي بس‌آمد ـ زاویه‌ای و عدد ـ موج) را بنویسید.

ه) سرعت ـ فاز و سرعت ـ گروه را بر حسب ـ عدد ـ موج به دست آورید.

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

معادله حالت گاز واندروالس

$$\begin{cases} \left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = RT \\ u = cT - \frac{a}{v} \end{cases}$$

است. که در آن $v = \frac{V}{N}$ حجم مولی، $u = \frac{U}{N}$ انرژی داخلی هر مول است. a و b و R ثابت هستند.

(۴)

الف) β ، κ ، c_p و c_v را برای این گاز محاسبه کنید.

ب) رابطه ماکسیمال بین دما و حجم را به دست آورید.

ج) dS را به عنوان تابعی از dT و dv به دست آورید.

د) هر کدام از ضرایب فوق را در حد a و b به صفر میل دهید و نتیجه را تحلیل کنید.

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

(9)

بسمه تعالی

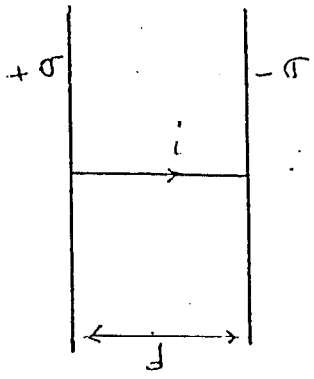
امتحان نهایی المپیاد فیزیک (۷ نفر)

شنبه ۸۳/۲/۱۹

وقت: ۱۵/۱ ساعت

(۶)

مسئله ۱



دو صفحه‌ی بزرگ رسانا به مساحت A را با یک تکه سیم با مقاومت R به هم وصل کرده‌ایم. روی یکی از صفحه‌ها چگالی بار $+\sigma$ و روی صفحه‌ی دوم چگالی بار $-\sigma$ قرار دارد. فاصله‌ی دو صفحه را d بگیرید. به خاطر اختلاف پتانسیل دو صفحه، جریانی بین دو صفحه ایجاد می‌شود. فرض کنید این جریان آن‌قدر کوچک است که بارهای روی دو صفحه تغییر ندارد تا آرایش خود را حفظ کنند.

الف - جریان سیم و چگالی بار سطحی صفحه‌ها را به عنوان تابعی از زمان به دست آورید.

ب - میدان مغناطیسی را در نزدیکی سیم، تا اولین مرتبه از وارون مساحت صفحه‌ها به دست آورید.

ج - برای بررسی بهتر، باید در نظر گرفت که سیم یک خودالقایی به اندازه‌ی L هم دارد. با در نظر گرفتن این موضوع، قسمت‌های الف و ب را دوباره حل کنید.

iopm.ir

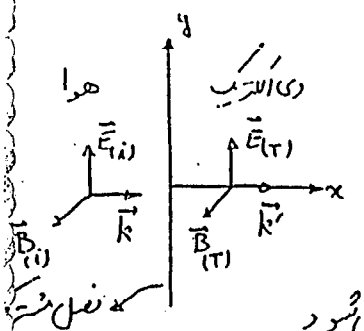
Institute Of Physics & Mathematics

مسئله ۲ـ

در این مسئله می‌خواهیم موج انتقال یافته به یک دی‌الکتریک را به دست آوریم. فرض کنید موجی با میدان الکتریکی

$$\vec{E}_{(i)} = E_0 e^{i(kx-\omega t)}\hat{j}$$

از هوا، عمود بر محیطی با ضریب شکست n می‌تابد.



می‌دانیم $n=\sqrt{1+\chi}$ است که χ پذیرفتاری دی‌الکتریک با ضریب شکست n است و $\epsilon = \epsilon_0(1+\chi)$ است.

می‌دانیم با اعمال میدان الکتریکی روی یک دی‌الکتریک، دوقطبی‌های آن تحریک می‌شود و قطبش آن از $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$ به دست می‌آید. این قطبش با توجه به قانون ماکسول-آمپر جریانی به اندازه‌ی $\vec{J}_P = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ ایجاد می‌کند. این جریان میدان الکتریکی جدیدی تولید می‌کند. میدان الکتریکی جدید دوباره محیط را قطبیده می‌کند و جریان جدیدی تولید می‌شود و این جریان میدان الکتریکی جدیدی تولید می‌کند و

و آیند ادامه می‌یابد.

می‌دانیم میدان الکتریکی در فاصله‌ی s از یک صفحه‌ی تخت با چگالی سطحی $\vec{K}(t)$ از $\vec{E} = -\frac{\mu_0 c}{2}\vec{K}(t-\frac{s}{c})$ به دست می‌آید که در آن c سرعت نور است.

فرض کنید در مرتبه‌ی صفرم نسبت به χ، میدان منتقل شده در دی‌الکتریک همان میدان فرودی است یعنی

$$\vec{E}^{(0)}_{(T)} = \vec{E}_{(i)}$$

الف ـ بردار قطبش مرتبه‌ی اول، $\vec{P}^{(1)}(x,t)$، را از روی میدان الکتریکی مرتبه‌ی صفرم $\vec{E}^{(0)}_{(T)}$ بنویسید و از روی آن جریان پلاریزاسیون مرتبه‌ی اول، $\vec{J}^{(1)}_P(x,t)$، را تعیین کنید و سپس از روی آن میدان الکتریکی تا مرتبه‌ی اول نسبت به χ محاسبه کنید.

ب ـ با میدان الکتریکی به دست آمده در قسمت (الف)، قطبش را تا مرتبه‌ی دوم نسبت به χ، $\vec{P}^{(2)}(x,t)$، را بنویسید و از روی آن میدان الکتریکی را به دست آورید و جریان قطبش مرتبه‌ی دوم، $\vec{J}^{(2)}_P(x,t)$، را بنویسید و از روی آن میدان الکتریکی مرتبه‌ی دوم نسبت به χ، $\vec{E}^{(2)}(x,t)$ را محاسبه کنید.

ج ـ می‌دانیم میدان الکتریکی کل منتقل شده در محیط دی‌الکتریک از $\vec{E}^{(T)} = \frac{2}{n+1}E_0 e^{i(k'x-\omega t)}\hat{j}$ به دست می‌آید که در آن n ضریب شکست دی‌الکتریک است. با بسط دادن این میدان برحسب χ نشان دهید که جملات اول، دوم، و سوم این بسط همان میدان منتقل شده‌ی مرتبه‌ی صفرم، مرتبه‌ی اول، و مرتبه‌ی دوم است که در قسمت‌های بالا

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

مسئلهٔ ۳

ناظری ناآگاه، هنگام غروب به آسمان نگاه می‌کند و از دید او سیاره‌ی زهره جسم عجیب به نظر می‌رسد. این شخص برای بررسی بیشتر، با دوربین دستی فیلم برداری از این جسم عجیب فیلم می‌گیرد.

الف - فرض کنید این شخص از حداکثر درشت نمایی دوربین، که ۲۰ برابر است، استفاده می‌کند. به خاطر لرزش‌های دست او، تصویر جسم عجیب دچار نوسان می‌شود. تخمین بزنید که دامنه‌ی این نوسان‌ها در یک تلویزیون معمولی چه قدر است. (دامنه‌ی دید دوربین در حالت عمد حدود ۶۰ درجه است.)

ب - به خاطر کمی نور در شب، دستگاه خودکار کانون کردن دوربین خوب کار نمی‌کند و تصویرها روی درختی که در حدود ۵ متری شخص قرار دارد کانون می‌شود. در نتیجه تصویر زهره به صورت خرده تار در می‌آید. تخمین بزنید شعاع این قرص در صفحه‌ی تلویزیون چه قدر می‌شود.

می‌دانید فاصله‌ی کانون عدسی دوربین را حدود 5cm، قطر روزنه‌ی دوربین را حدود 1m و ابعاد CCD (یعنی جایی که تصویر تشکیل می‌شود) را 5mm بگیرید.

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

مسئلهٔ ۴

الف) نشان دهید که فاصله ی ـ هندسی ی ـ افق، آن طور که ناظر ی در ارتفاع ـ h متر می‌بیند، تقریباً $H = 3.5\,h^{1/2}\,\mathrm{km}$ است.

لایه ای از مادّه ی ـ شفاف در نظر بگیرید که ضریب ـ شکست اش در امتداد ـ محور ـ y تغییر کند. محور ـ y بر محور ـ x عمود است. پرتو ی ـ نور ی در نظر بگیرید که در این مادّه در امتداد ی نزدیک به امتداد ـ محور ـ x حرکت کند. می‌توان نشان داد که این پرتو می‌خمد، به طور ی که دیگر مسیر ـ پرتو خط ـ راست نیست، بل که دایره ای است به شعاع ـ

$$R = n\left(\frac{dn}{dy}\right)^{-1}. \qquad (1)$$

ب) فرض کنید که تغییر ـ ضریب ـ شکست ـ جو، تنها ناشی از تغییر ـ فشار، و به شکل ـ نمایی با طول مشخصه ی ـ 10 km باشد، یعنی اگر y ارتفاع از سطح ـ زمین باشد داشته باشیم

$$n(y) = n(0) + (\Delta n)\exp\left(-\frac{y}{d}\right), \qquad d = 10\,\mathrm{km}. \qquad (2)$$

ضریب ـ شکست ـ جو در نزدیکی ی ـ سطح ـ زمین تقریباً 1.00028 است. با استفاده از (1) حساب کنید که خمیده شدن ـ نور در جوّ چه تأثیر ی بر عمق ـ افق ـ دید ـ ناظر دارد (یعنی رابطه ی ـ $H = 3.5\,h^{1/2}\,\mathrm{km}$ چه تغییر ی می‌کند).

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

مسئله ۵

مدل ـ یک موتور الکتریکی به شکل ـ سه عنصر است که با هم سری اند: یک مقاومت ـ R، یک خودالقا ي L، و یک موتور ـ آرمانی. موتور ـ آرمانی همه ي توان ـ الکتریکی یی را که دریافت می‌کند به توان ـ مکانیکی تبدیل می‌کند، و رابطه ي ولتاژ ـ دوسر ـ ش (V_m) با سرعت ـ زاویه‌ای ي محور ـ ش (ω) به شکل ـ $V_m = k\omega$ است، که k ثابت است. به دوسر ـ موتور ـ واقعی ولتاژ ـ $V(t)$ اعمال می‌کنیم، که

$$V(t) = \begin{cases} V_0, & 0 < t < T_1 \\ 0, & T_1 < t < T \end{cases}$$

و $V(t+T) = V(t)$.

a فرض کنید موتور با سرعت ـ زاویه‌ای ي ثابت ـ ω می‌چرخد. جریان ـ گذشته از موتور در حالت ـ دائمی را بر حسب ـ زمان به دست آورید. منظور از حالت ـ دائمی حالت ی است که جریان بر حسب ـ زمان دوره‌ای شده باشد.

b فرض کنید موتور با سرعت ـ زاویه‌ای ي ثابت ـ ω می‌چرخد و متوسط ـ زمانی ي گشتاور ـ مکانیکی ي مقاوم ي وارد بر آن τ است. T_1/T را حساب کنید.

۲۶

۹

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

iopm.ir

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

یکشنبه ۱۳۹۲۰
وقت: ۴٫۳۰

امتحان پایان المپیاد فیزیک (۷ نفر) - ادامه

مسئلهٔ ۶

با استفاده از تحلیل ابعادی می‌خواهیم اطلاعاتی در موردِ امواج و موجک‌هاي سطحی به دست آوریم.
امواج در آبِ عمیق– امواجی سطحی با طولِ موجِ λ در آب با چگالي ρ حرکت می‌کنند. نیروي بازگرداننده گرانش است. شتابِ گرانش g است.
الف– سرعتِ فاز را برحسبِ داده‌هاي بالا و تا حدِ یک ضریبِ ثابت و بی‌بُعد به دست آورید.
ب– نسبت سرعتِ گروه به سرعتِ فاز را به دست آورید.
موجک‌هاي سطحی– براي بعضی از موج‌هاي سطحی نیروي مربوط به کششِ سطحي σ به عنوانِ نیروي بازگرداننده از نیروي گرانش بزرگ‌تر است. این موج‌ها را موجک‌هاي سطحی می‌نامیم.
ج– سرعتِ فاز موجک‌هاي سطحی را تا حدِ یک ضریبِ ثابت و بی‌بُعد به دست آورید.
د– نسبت سرعتِ گروه به سرعتِ فاز را براي موجک‌هاي سطحی به دست آورید.
ه– در حالتِ کلی هر دو نوع موج وجود دارند. کششِ سطحي آب $\sigma = 0.07\ \mathrm{N/m^2}$ است. تخمین بزنید به ازاي چه طولِ موج‌هایی رابطه‌ي پاشندگي موجک‌هاي سطحی غالب است و در چه چه طولِ موج‌هایی رابطه‌ي پاشندگي مربوط به امواجِ گرانی غالب است؟

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

مسئلهٔ ۷

یک پلاسما (شاره ای که ذره‌ها یَش باردار اند) شامل ـ دو نوع ذره است. ذره‌ها ي با بار ـ مثبت پرجرم اند و می‌شود آن‌ها را ساکن گرفت. ذره‌ها ي با بار ـ منفی حرکت می‌کنند و بار ـ هر کدام ـشان q و جرم ـ هر کدام ـشان m است. تعداد بر واحد ـ حجم، چگالی ي بار، چگالی ي جرم، و سرعت ـ ذره‌ها ي با بار ـ منفی را با به‌ترتیب n، ρ، ρ_m، و $\mathbf{v}$ نشان می‌دهیم. فشار و میدان ـ الکتریکی را هم با به‌ترتیب P و $\mathbf{E}$ نشان می‌دهیم. چگالی ي بار ـ ذره‌ها ي مثبت مقدار ـ ثابت و یک‌نواخت ـ ρ^+ است. سیستم در میدان ـ مغناطیسی ي یک‌نواخت ـ $\mathbf{B}$ است، و از میدان ـ مغناطیسی ي حاصل از حرکت ـ ذره‌ها ي باردار چشم می‌پوشیم. در حالت ـ تعادل، چگالی ي بار ـ کل، سرعت، و میدان ـ الکتریکی صفر اند، و تعداد ـ ذره‌ها ي با بار ـ منفی بر واحد ـ حجم ثابت و یک‌نواخت است.

a معادله ي پی‌وستگی و معادله ي نیوتن برا ي ذره‌ها ي با بار ـ منفی، و معادله ي گاوس برا ي میدان ـ الکتریکی را بنویسید.

b فرض کنید انحراف از حالت ـ تعادل کوچک است. بخش ـ خطی ي معادله‌ها ي a نسبت به انحراف‌ها را بنویسید.

c مدول ـ کپه‌ای ي پلاسما برا ي ذره‌ها ي با بار ـ منفی را B بگیرید. انحراف نسبت به حالت ـ تعادل را یک موج ـ تخت با بس‌آمد ـ زاویه‌ای ي ω و بردارموج ـ $\mathbf{k}$ بگیرید (یعنی انحراف‌ها را متناسب با $\exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})$ بگیرید، که t زمان و $\mathbf{r}$ مکان است). معادله ای شامل ـ فقط $\mathbf{V}$، ω، $\mathbf{k}$، و ثابت‌ها ي c، ω_p، و ω_c به دست آورید. داریم

$$\mathbf{v}(t,\mathbf{r}) = \mathbf{V}\exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})$$

و

$$c := \sqrt{B/\rho_m}, \quad \omega_p := \sqrt{n q^2/(\epsilon_0 m)}, \quad \omega_c := qB/m$$

(این ثابت‌ها با مقدارها ي حالتِ‌تعادل حساب می‌شوند.)

d بگیرید

$$\mathbf{B} = B\,\mathbf{e}_3, \quad \mathbf{k} = k_2\,\mathbf{e}_2 + k_3\,\mathbf{e}_3, \quad \mathbf{V} = V_1\,\mathbf{e}_1 + V_2\,\mathbf{e}_2 + V_3\,\mathbf{e}_3$$

که $\mathbf{e}_1$، $\mathbf{e}_2$، و $\mathbf{e}_3$ سه بردار ـ یکه ي متعامد اند.

d1 فرض کنید $\mathbf{V}$ با $\mathbf{B}$ موازی است. $\mathbf{k}$ را بر حسب ـ ω و ثابت‌ها ي c، ω_p، و ω_c به دست آورید.

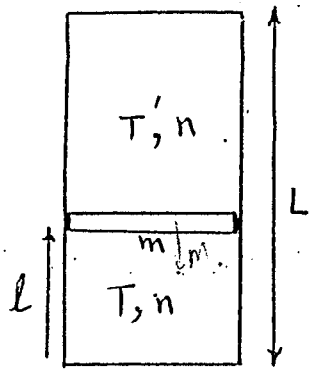
d2 فرض کنید $\mathbf{V}$ با $\mathbf{B}$ موازی نیست. V_1 و V_3 را بر حسب ـ V_2، ω، ثابت‌ها ي c، ω_p، و ω_c، و مئلفه‌ها ي $\mathbf{k}$ به دست آورید. از این‌جا رابطه ای بین ـ $\mathbf{k}$ و ω، بر حسب ـ ثابت‌ها ي c، ω_p، و ω_c به دست آورید.

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

مسئله ۸

لوله‌ای استوانه‌ای به طول L و سطح مقطع A که با گاز تک اتمی ($C_V = \frac{3}{2}R$) پر شده، همچنین عمودی روی زمین قرار داده شده است. در میان این لوله یک قرص با جرم m و ضخامت ناچیز قرار دارد که می‌تواند با اصطکاک ناچیز در لوله حرکت کند و ضمناً مانع جابه‌جا شدن گاز بین دو بخش این لوله باشد. تعداد مول‌های گاز در هر سوی لوله برابر و مساوی n است و دمای اولیه‌ی گاز در دو سوی لوله برابر T_0 و T'_0 است.



الف - فاصله‌ی صفحه را از کف لوله l می‌نامیم. معادله‌ی حرکت قرص را به دست آورید. (توجه کنید که تنها پارامتر متغیر در این معادله l باشد)

ب - با کمک جواب قسمت الف مکان تعادل را به دست آورید.

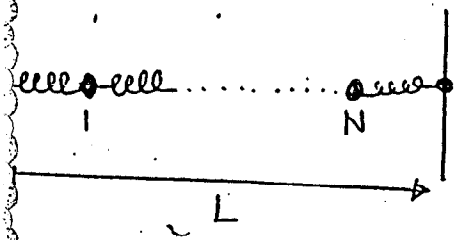
۲۷

iopm.ir

Institute Of Physics & Mathematics

مسئله ۹

سیستمی از N جرم (N در حد ترمودینامیکی است) که با فنرهایی یکدیگر بسته شده‌اند، تشکیل شده است. جرم‌های اول و آخر به دو دیواره با فاصله L متصل هستند. مسئله یک بُعدی است. طول طبیعی فنرها a و ثابت آنها k است. دمای این سیستم T و نیروی که به دیواره‌ها وارد می‌شود F است. برای محاسبه‌ی پتانسیلی که هر ذره احساس می‌کند می‌توان فرض کرد که دو ذره‌ی هم‌جوار آن ساکن و در موضع تعادل‌شان هستند.



ضمناً دیواره را به صورت دو ذره‌ی کاملاً ساکن که به همان شکل نیرو وارد می‌کنند، فرض کنید.

الف- معادله‌ی حالت سیستم (رابطه‌ی بین T، L، و F) و انرژی داخلی سیستم (به‌عنوان تابعی از T و L) را به دست آورید.

ب- C_F، و C_L این سیستم را محاسبه کنید.

iopm.ir