

ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سوم امتحان نهایی درس: حسابان
سال سوم آموزش متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹			مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات	نمره
۱	نمودار تابع f را چنان کامل کنید که نمایش یک تابع زوج باشد.	۰/۵
۲	اگر $f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x}$ و $g(x) = [x+1]$ باشند، مطلوب است دامنه تابع $(fog)(x)$:	۱/۵
۳	اگر α و β ریشه‌های معادله $m^3 - 3mx + 4 = 0$ باشند، m را چنان تعیین کنید که داشته باشیم: $\alpha\beta^2 + 4 = 0$	۱/۲۵
۴	نمودار تابع زیر را رسم کرده، یک به یک بودن آن را بررسی کنید، سپس ضابطهٔ وارون f را در صورت وجود به دست آورید.	۱/۷۵
۵	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. (الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x - \sin \alpha x}{\sqrt{1 - \cos 4x}}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 3}{x^3 - 9}$ (ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x^2 - 4} - \frac{3}{2x - 4}$ (د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \sqrt{4x^2 - 1}}{5x + x + 4 }$	۳/۲۵
۶	تابع f به معادله زیر در نقطه $x=3$ پیوسته است، $a+b$ را به دست آورید.	۱/۷۵
	$f(x) = \begin{cases} \frac{ x^2 - 9 }{x-3} + ax + 5 & x < 3 \\ 2 & x = 3 \\ \frac{2x - 6}{x^2 - 5x + 6} + bx & x > 3 \end{cases}$	
۷	الف) مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). $f(x) = \text{ArcSin} \pi x + \sin(\frac{\pi x}{x-1})$ $g(x) = \sqrt[3]{x}(x^2 + 3x - 1)^5$ ب) اگر $y = f(\tan 2x) = \sqrt{2x-1}$ مشتق تابع $y = f(tan 2x)$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	ادامه سوالات در صفحهٔ دوم»	۰/۷۵

سال سوم آموزش متوسطه	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سوم امتحان نهایی درس: حسابان
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹	تاریخ امتحان: ۱۳/۹/۳	۱۳۸۹		

مرکز سنجش آموزش و پژوهش

<http://aee.medu.ir>

ردیف	سوالات	نمره
۸	تابع $y = ax + b + \frac{x^2}{x+2}$ را در نظر بگیرید. a و b را چنان حساب کنید که این تابع هموگرافیک شود و مرکز تقارنش روی خط $y = 2x$ باشد.	۱/۲۵
۹	از نقطه $(0, 1)$ خارج منحنی $y = x^2 + 2x - 1$ دو مماس بر منحنی رسم شده است. طول نقاط برخورد خطوط مماس با منحنی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۰	نشان دهید تابع $f(x) = \text{Cot}(\frac{x}{\pi})$ متناوب است سپس دوره تناوب اصلی آن را پیدا کنید.	۱
۱۱	نمودار تابع $y = \frac{\sqrt{\sin x}}{\sin x + 1}$ را در $[0, 2\pi]$ رسم کنید. (رسم جدول تغییرات ضروری است).	۱/۷۵
۱۲	با توجه به نقاط مشخص شده در نمودار داده شده به سوالات زیر پاسخ دهید: الف) نقطه عطف تابع کدام است? ب) تابع در چه نقطه‌ای مینمم نسبی دارد؟ ج) تابع در چه نقطه‌ای ماکزیمم مطلق دارد؟ د) علامت y' در $(2, 4)$ چگونه است? ه) علامت y'' در $(2, 4)$ چگونه است? و) تابع در چه نقطه‌ای مشتق پذیر نیست؟	۱/۵
۱۳	تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} [x] & 1 \leq x < 3 \\ x-1 & x > 3 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. ابتدا نمودار تابع را رسم کرده سپس مقدار $\int_1^5 f(x) dx$ را محاسبه نمایید.	۱/۲۵
	«موفق باشید»	جمع نمره

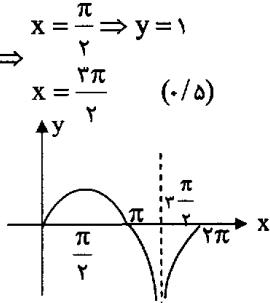
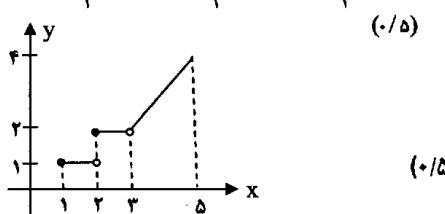
ساعت شروع: ۸ صبح تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۹	رشته: ریاضی فیزیک سال سوم آموزش متوسطه	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹ http://aee.medu.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>(+/-)</p>	+/۵
۲	$D_g = \mathbb{R} \quad (./25)$ $\begin{cases} x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \\ 3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow D_f = \{3\} \quad (./25)$ $(./25)$ $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid [x+1] = 3\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x+1 < 4\} = [2, 3] \quad (./25) \quad (./25) \quad (./25)$	۱/۵
۳	$\alpha\beta^r + r = (\alpha\beta)\beta + r = P\beta + r = 0 \quad (./25)$ $(./25)P = r \quad (./25)$ $\beta = -1 \Rightarrow 1 + rm + r = 0 \Rightarrow m = \frac{-1}{r} \quad (./25)$ <p>روشه معادله است</p>	۱/۲۵
۴	<p>با توجه به نمودار، تابع f روی دامنه اش اکیداً صعودی است پس یک به یک است.</p> $y_1 = x^r + 1 \Rightarrow x^r = y_1 - 1 \Rightarrow x = \sqrt[r]{y_1 - 1} \quad (./25)$ $y_2 = x^r - 1 \Rightarrow x^r = y_2 + 1 \Rightarrow x = \sqrt[r]{y_2 + 1} \quad (./25)$ $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt[r]{x-1} & x \geq 1 \\ \sqrt[r]{x+1} & x < -1 \end{cases} \quad (./25)$ <p>(+/-)</p>	۱/۷۵
۵	<p>(الف)</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt[2]{\sin(-rx)} \cdot \cos rx}{\sqrt[2]{ \sin rx }} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt[2]{\sin rx} \cos rx}{-\sqrt[2]{\sin rx}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt[2]{\cos rx}}{\sqrt[2]{\sin rx}} = \frac{\sqrt[2]{\cos 0}}{\sqrt[2]{\sin 0}} = \frac{\sqrt[2]{1}}{\sqrt[2]{0}} \quad (./25)$ <p>(ب)</p> $\frac{[3^+] - 3}{0} = \frac{0}{0} = 0 \quad (./5)$ <p>مطلق حدی</p>	۳/۲۵
	«ادامه در صفحه دوم»	

با اسمه تعالی

ساعت شروع: ۸: صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
۱۳۸۹ / ۳ / ۹	تاریخ امتحان:	سال سوم آموزش متوسطه
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در ثبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹ http://aee.medu.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty + \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2 - 3x - 6}{2(x-2)(x+2)} = \frac{-10}{0^-} = +\infty \quad (./25)$ $\text{د) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2x }{5x + x } = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{5x} = 1 \quad (./25)$	
۵	$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x-3)(x+3)}{x-3} + ax + b = 3a - 1 \quad (./25) \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2(x-3)}{(x-3)(x-2)} + bx = 2 + 3b \quad (./25) \\ f(3) &= 2 \end{aligned}$ $\left. \begin{aligned} 3a - 1 &= 2 \Rightarrow a = 1 \\ 2 + 3b &= 2 \Rightarrow b = 0 \\ a + b &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (./25)$	۱/۷۵
۶	$\begin{aligned} \text{الف) } f'(x) &= \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} + \frac{-2}{(x-1)^2} \cos\left(\frac{\pi x}{x-1}\right) \quad (./5) \\ g'(x) &= \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} (x^2 + 2x - 1)^5 + 5(2x+2)(x^2 + 2x - 1)^4 \sqrt[3]{x} \quad (./25) \\ \text{ب) } f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{2x-1}} \quad y' = 2(1 + \tan^2 2x) \times f'(\tan 2x) = 2(1 + \tan^2 2x) \frac{1}{\sqrt{2\tan 2x - 1}} \quad (./25) \end{aligned}$	۱/۲۵
۷	$y = \frac{x^2(a+1) + (2a+b)x + 2b}{x+2} \quad (./25)$ $\text{تابع هموگرافیک} \Rightarrow a+1=0 \rightarrow a=-1 \quad (./25) \Rightarrow y = \frac{(b-2)x + 2b}{x+2}$ $\text{مرکز تقارن: } (-2, b-2) \Rightarrow b-2=-4 \Rightarrow b=-2 \quad (./25)$	۱/۲۵
	ادامه در صفحه سوم	

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
۱۳۸۹ / ۳ / ۹	تاریخ امتحان:	سال سوم آموزش متوسطه
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹	مرکز سنجش آموزش و پژوهش	http://aee.medu.ir
راهنمای تصحیح		
ردیف	نمره	راهنمای تصحیح
۹	۱/۲۵	<p>نقشه تماس: $(\alpha, \alpha^2 + 2\alpha - 1)$, $y' = 2x + 2 \quad (\cdot/25) \Rightarrow m = 2\alpha + 2 \quad (\cdot/25)$</p> $\begin{aligned} y - (\alpha^2 + 2\alpha - 1) &= (2\alpha + 2)(x - \alpha) \quad A(1, 0) \\ \Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 1 &= 0 \Rightarrow \alpha = 1 \pm \sqrt{2} \quad (\cdot/5) \end{aligned}$
۱۰	۱	<p>D_f = R - {x = 2kπ} $\quad (\cdot/25)$</p> <p>دامنه متقابن است</p> $f(x+c) = f(x) \Rightarrow \text{Cot}\left(\frac{x+c}{2}\right) = \text{Cot}\frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x+c}{2} = k\pi + \frac{x}{2} \Rightarrow c = 2k\pi \Rightarrow T = 2\pi \quad (\cdot/25)$
۱۱	۱/۷۵	<p>$\sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \quad (\cdot/25)$ مجذب قائم</p> $y' = \frac{\gamma \sin x \cos x + \gamma \cos x - \gamma \sin x \cos x}{(\sin x + 1)^2} = \frac{\gamma \cos x}{(\sin x + 1)^2} = 0 \quad (\cdot/25)$ <p>$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = 1$</p> <p>$x = \frac{3\pi}{2} \quad (\cdot/5)$</p>  <p>$\begin{array}{ccccccc} x & & 0 & \frac{\pi}{2} & \pi & \frac{3\pi}{2} & 2\pi \\ \hline y & & + & 0 & - & + & + \\ y & & 0 & 1 & 0 & -\infty & -\infty \end{array} \quad (\cdot/25) \quad (\cdot/5)$</p>
۱۲	۱/۵	<p>(ه) مورد (+/25) ه) مثبت (د) مثبت (ب) C (ج) B (و) B (ه) مثبت (ا) الف (+/5)</p>
۱۳	۱/۲۵	$\int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = 1 + 2 + 6 = 9 \quad (\cdot/25)$ <p>$\quad (\cdot/5)$</p>  <p>$\quad (\cdot/5)$</p>
۲۰	جمع نمره	ضمن عرض خسته نباشید؛ برای راه حلها صیغه به تناسب نمره منظور شود.