

**بسم الله الرحمن الرحيم**

**جزوه کلاسی درس خطوط انتقال مخابراتی**

**دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب**

**استاد دکتر محمد باقر علایی**

**نیمسال دوم سال تحصیلی 91**

**برگرفته از وب سایت دکتر علایی**

**تهیه کننده: محسن درویش کسا**

**شماره دانشجویی 9212912871**

[www.darvishkasa.blog.ir](http://www.darvishkasa.blog.ir)

به نام خدا

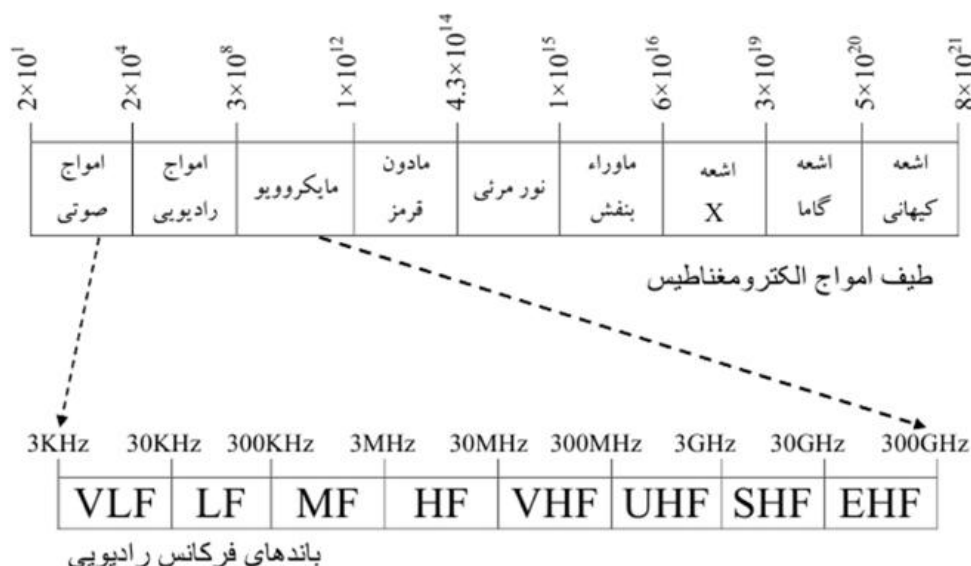
جلسه اول ۱۳۹۰/۱۱/۳۰

خطوط انتقال مخابراتی

هر سیستم مخابراتی به طور معمول از فرستنده، گیرنده و محیط انتقال (کانال) تشکیل می گردد. کانال انتقال، محیط رابط بین فرستنده و گیرنده می باشد که از طریق آن، سیگنال منتقل می شود. معمولترین محیط انتقال شامل خطوط انتقال می باشد.

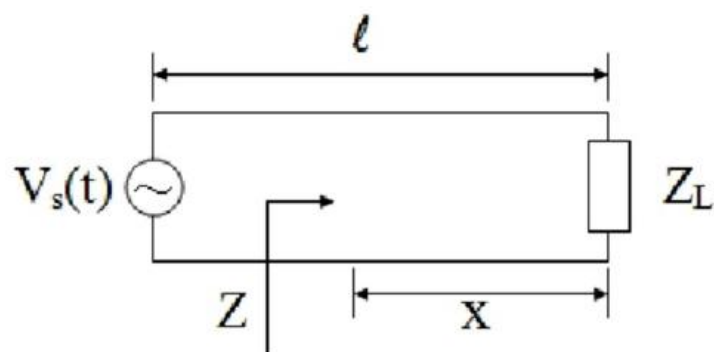
### باند های فرکانسی:

با توجه به این که پارامترهای یک سیستم مخابراتی تابع فرکانس می باشند دانستن باندهای فرکانسی اهمیت خاصی می یابد. در واقع با تغییر فرکانس معمولاً نیاز به تغییر خط انتقال و انتخاب خط مناسب برای باند فرکانسی مربوطه به خوبی حس می شود. امواج مایکروویو که در مخابرات مورد استفاده قرار می گیرند دارای محدوده فرکانسی از ۳۰۰ مگاهرتز تا ۱۰۰۰ گیگاهرتز می باشند.



با بالا رفتن فرکانس طول موج کم شده، در این حالت مدار فشرده نیست بلکه تبدیل به مدار گسترده می شود و دیگر از قوانین کیرشهف (KVL, KCL) پیروی نمی کند بلکه می بایست از معادلات ماکسول استفاده شود. در خطوط انتقال مخابراتی با انتشار امواج، انعکاس امواج و معادلات ماکسول سر و کار داریم.

در درس خطوط انتقال مخابراتی مسئله زیر در حالات مختلف بررسی خواهد شد. مسئله: یک خط انتقال مخابراتی وجود دارد که به یک بار  $(Z_L)$  متصل است. با فرض این که ژنراتور به ورودی خط متصل باشد (شکل زیر)، می خواهیم مقادیر ولتاژ و جریان را در حالت های مختلف بار انتهایی بررسی کنیم. به عبارت دیگر م حاسبه مقادیر ولتاژ و جریان از فرکانس های پایین تا فرکانس های بالا در حد چند گیگا هرتز مد نظر می باشد.



(شکل 1)

$V_s(t)$  = ولتاژ ژنراتور (فرض می کنیم منبع ولتاژ سینوسی است-AC)

$l$  = طول خط (بر حسب Km, m, cm, mm)

$Z_L$  = بار انتهایی خط (بر حسب  $\Omega$ )

$X$  = فاصله هر نقطه دلخواه تا بار (بر حسب Km, m, cm, mm)

\*) گاه لازم است  $X$  را فاصله هر نقطه دلخواه تا ژنراتور در نظر گرفت.

انواع خطوط انتقال مخابراتی عبارتند از:

۲- کابل کواکسیال

۱ زوج سیم

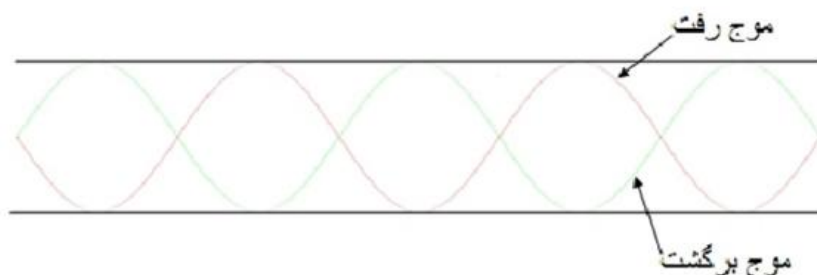
۴- کابل نوری

۳- موجبر

۵- فضا

روابطی که در خطوط انتقال مخابراتی نوشته می شود برای تمامی خطوط فوق (به جز مواردی که خط انتقال فضاست) معتبر می باشد.

در محاسبات ولتاژ و جریان هر نقطه دلخواه روی خط انتقال علاوه بر مطالب ارائه شده در درس مدارهای الکتریکی باید به انتشار امواج بین دو خط توجه کرد و روابط آنها را که از معادلات ماکسول نتیجه می شود در نظر گرفت.



در معادلات مربوط به انتشار امواج یک موج رفت وجود دارد و یک موج برگشت (شکل فوق) که موارد زیر در مورد این امواج باید بررسی شود:

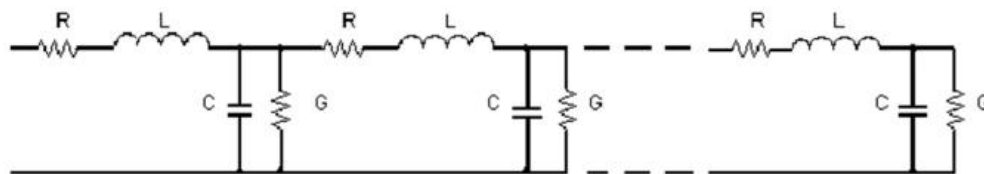
۱ در اثر برخورد موج رفت و برگشت یک نقاط با ولتاژ ثابت روی خط به وجود می آید که باید آنها را محاسبه کرد . به این نقاط ((موج ایستا)) گویند و شامل ولتاژهای مینیمم، ماکزیمم و صفر می شود.

۲ نقاط مینیمم، ماکزیمم و صفر در هر  $\frac{\lambda}{2}$  تکرار می شود به عبارت دیگر رفتار موج در هر  $\frac{\lambda}{2}$  مجدداً تکرار می شود . پس بررسی موضوعات مختلف روی خط یعنی

بررسی در طول  $\frac{\lambda}{2}$  از خط زیرا بعد از طول  $\frac{\lambda}{2}$  همه موضوعات تکراری است.

۳- می توان کاری کرد که موج انعکاس وجود نداشته باشد (یعنی موج رفت دارد ولی برگشت ندارد). در این حالت بار و خط را تطبیق شده می گویند.

۴- علت ((انتشار موج)) در خط انتقال مخابراتی این است که بین سیم در فرکانس مخابراتی یک خازن  $C$  دیده می شود و یک عنصر هدایت  $G$  (عکس مقاومت) برای انتقال جریان روی سیم یک حالت القایی که همان رفتار سلف را دارد و یک عنصر مقاوت که همان مقدار اهمی سیم است . پس می توان خط انتقال مخابراتی را به صورت یک تعداد عناصر الکتریکی در نظر گرفت که در طول خط تکرار می شوند شکل آن به صورت زیر است:



(مدار معادل خط انتقال مخابراتی)

بنابراین معادلات مورد نیاز برای انتشار موج و محاسبه ولتاژ و جریان را از روی مدل مداری فوق می نویسیم . این معادلات شامل رابطه ولتاژ و جریان است و سپس حل این معادلات، که در آن با موضوعات زیر روبرو می شویم:

- |                             |                                         |
|-----------------------------|-----------------------------------------|
| ۱- امپدانس خط و امپدانس بار | ۲- ادمیتانس خط و ادمیتانس بار           |
| ۳- ضریب انعکاس موج          | ۴- ضریب انتشار موج                      |
| ۵- شرایط تطبیق با خط        | ۶- روش های تطبیق با خط                  |
| ۷- نسبت موج ایستا           | ۸- روش انتقال بیشترین توان متوسط به بار |

موضوعات فوق را به صورت بررسی می نمایم:

۱- با استفاده از روابط

۲- با استفاده از دیاگرام اسمیت (بدون نیاز به استفاده از روابط ریاضی)  
معادلاتی که در حل مسئله به کار می بریم:

$$\frac{dV}{dx} = -Zi$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \gamma^2 v$$

$$\frac{di}{dx} = -Yv$$

$$\frac{d^2i}{dx^2} = \gamma^2 i$$

$$\gamma = \sqrt{ZY}$$

گاما واحد ندارد گاما ثابت انتشار است.\*

$$Z = R + j\omega L \quad \text{امپدانس روی سیم}$$

$$Y = G + j\omega C \quad \text{ادمیتانس بین دو سیم}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad \text{بنابراین داریم:}$$

که  $\alpha$  ضریب تضعیف می باشد و واحد آن نپر بر متر ( $\frac{NP}{m}$ ) است و  $\beta$  ضریب فاز بوده و بر حسب رادیان بر متر ( $\frac{rad}{m}$ ) می باشد.

90/12/7

## جلسه دوم

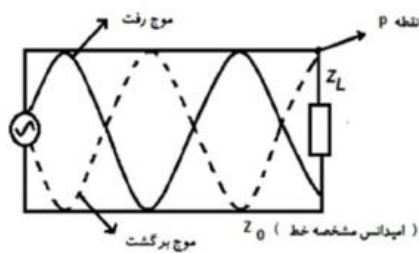
ضریب انعکاس:

نسبت ولتاژ برگشت به ولتاژ رفت.

$$\Gamma = \frac{V_R}{V_i}$$

$V_R$  = ولتاژ برگشت یا ولتاژ بازتابش

$V_i$  = ولتاژ رفت یا ولتاژ تابش



نسبت موج ایستا (SWR) Standing Wave Ratio :

نسبت دامنه ولتاژ Max به دامنه ولتاژ min . یا نسبت دامنه جریان Max به دامنه جریان min .

$$SWR = \frac{|V_{Max}|}{|V_{min}|} = \frac{|I_{Max}|}{|I_{min}|}$$

اگر رابطه  $\Gamma$  را ساده کنیم، برحسب  $Z_L$  و  $Z_0$  به صورت زیر بدست می آید:

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{\frac{Z_L}{Z_0} - 1}{\frac{Z_L}{Z_0} + 1} = \frac{\bar{Z}_L - 1}{\bar{Z}_L + 1}$$

$\bar{Z}_L$  = امپدانس نرمالیزه  $Z_L$



با ساده کردن SWR رابطه آن ( $\Gamma$ ) به صورت زیر می شود:

$$SWR = S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad \rightarrow \quad |\Gamma| = \frac{SWR - 1}{SWR + 1}$$

(SWR واحد ندارد.)

### یادآوری:

اگر  $\Gamma$  یک یک عبارت مختلط باشد، می توان آن را به دو صورت نشان داد:

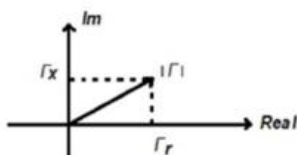
$$\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_x \quad \text{1- در مختصات دکارتی}$$

$$\Gamma = |\Gamma| \angle \Gamma \quad \text{2- در مختصات قطبی}$$

که رابطه آنها به صورت زیر است:

$$|\Gamma| = \sqrt{\Gamma_r^2 + \Gamma_x^2} \quad , \quad \angle \Gamma = \text{ArcTan}\left[\frac{\Gamma_x}{\Gamma_r}\right]$$

که این روابط از رسم  $\Gamma$  در صفحه ی دستگاه مختصات بدست می آید:



و مقادیر  $\Gamma_r$  و  $\Gamma_x$  بر حسب  $|\Gamma|$  و  $\angle \Gamma$  به صورت زیر است:

$$\Gamma_r = |\Gamma| \cos[\angle \Gamma] \quad , \quad \Gamma_x = |\Gamma| \sin[\angle \Gamma]$$

### مثال:

در یک خط انتقال مخابراتی  $Z_0$  و  $Z_L$  به صورت زیر داده شده است:

$$Z_L = 50 + j100 \quad , \quad Z_0 = 50\Omega$$

مطلوب است مقادیر  $\Gamma$  ,  $\bar{Z}_L$  , SWR

حل:

$$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1 + j2 \quad , \quad \Gamma = \frac{1 + j2 - 1}{1 + j2 + 1} = \frac{j}{1 + j} \quad \rightarrow \quad |\Gamma| = \frac{|j|}{|1 + j|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$SWR = S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

اگر رابطه  $\Gamma$  را بر حسب  $\bar{z}_L$  بنویسیم، با توجه به این که  $\bar{z}_L$  یک کمیت مختلط است، باید آنرا به صورت زیر نوشت:

$$\bar{z}_L = R + jx$$

حال اگر  $\Gamma$  را بر حسب  $\bar{z}_L$  بنویسیم و به جای  $\bar{z}_L$  از  $R + jx$  استفاده کنیم و به جای  $\Gamma$  نیز از  $\Gamma_r$ ،  $\Gamma_x$  استفاده کنیم. رابطه  $\Gamma_x$  و  $\Gamma_r$  با  $R$  به صورت زیر خواهد شد:

$$\left(\Gamma_r - \frac{R}{1+R}\right)^2 + \Gamma_x^2 = \left(\frac{1}{1+R}\right)^2$$

رابطه فوق رابطه یک دایره است به شعاع  $\frac{1}{1+R}$  و مرکز  $(\frac{R}{1+R}, 0)$  که به ازای  $R$  های مختلف مرکز و شعاع آن متفاوت است، اما همه از یک نقطه عبور می کنند که به آنها دایره  $R$  ثابت می گویند.

رابطه  $\Gamma_x$  و  $\Gamma_r$  با  $x$  به صورت زیر خواهد شد:

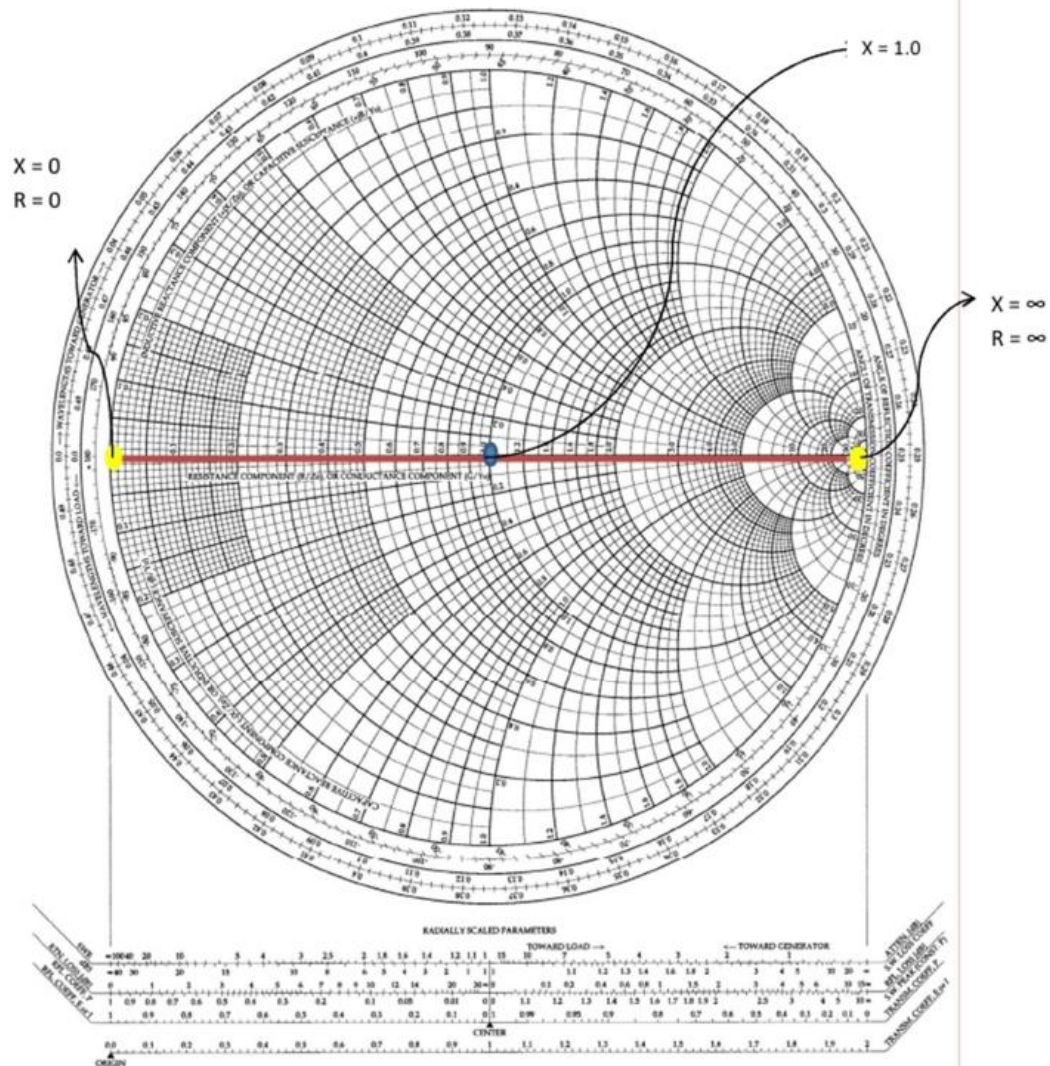
$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

رابطه فوق معادله دایره هایی است که  $x$  آنها ثابت است و به آنها دوایر  $x$  ثابت می گوئیم. یعنی به ازای هر  $x$  یک دایره وجود دارد. شعاع دایره  $\frac{1}{x}$  و مرکز آن  $(1, \frac{1}{x})$  است.

دیاگرام اسمیت:

## The Complete Smith Chart

### Black Magic Design



مرکز دیاگرام اسمیت نقطه O نام دارد که با یک دایره ی آبی روی خط افقی قرمز، وسط نمودار، مشخص شده است. مقدار این نقطه  $R = 1.0$  است و نقطه زرد مشخص شده ی سمت راست، روی محیط دایره، دارای مقادیر  $R = \infty$  و  $X = \infty$  و نقطه ی زرد سمت چپ دارای مقادیر  $X = 0$  و  $R = 0$  می باشند.

روی خط افقی مقادیر R و روی محیط دایره مقادیر X قرار دارند یعنی مثلاً اگر دایره ی  $R = 3$  را بخواهیم باید روی خط افقی عدد 3 را بیابیم، دایره ای که از آن عبور می کند، دایره ی مورد نظر است. به همین ترتیب برای دایره ی  $X = 3$  عمل می کنیم، به این ترتیب که روی محیط دایره (در نیم کره ی بالا) مقدار 3 را یافته، منحنی ای که از آن عبور می کند جواب مورد نظر است. از نیم کره ی پایین برای X ها با مقادیر منفی استفاده می کنیم.

دایره هایی که برای X مشخص می کنیم، روی نمودار اسمیت به طور کامل کشیده نشده و فقط قسمتی از آن دوایر روی نمودار مشخص اند. (مانند مثال های 5 تا 7)

محیط دایره هم به همین ترتیب مدرج شده است. نیم کره ی بالا مقادیر مثبت هستند و نیم کره ی پایین مقادیر منفی. به مرکز O و شعاع op دایره ای رسم می کنیم. این دایره را دایره SWR می نامند. یعنی به ازای هر  $\bar{z}_L$  یک دایره SWR وجود دارد.

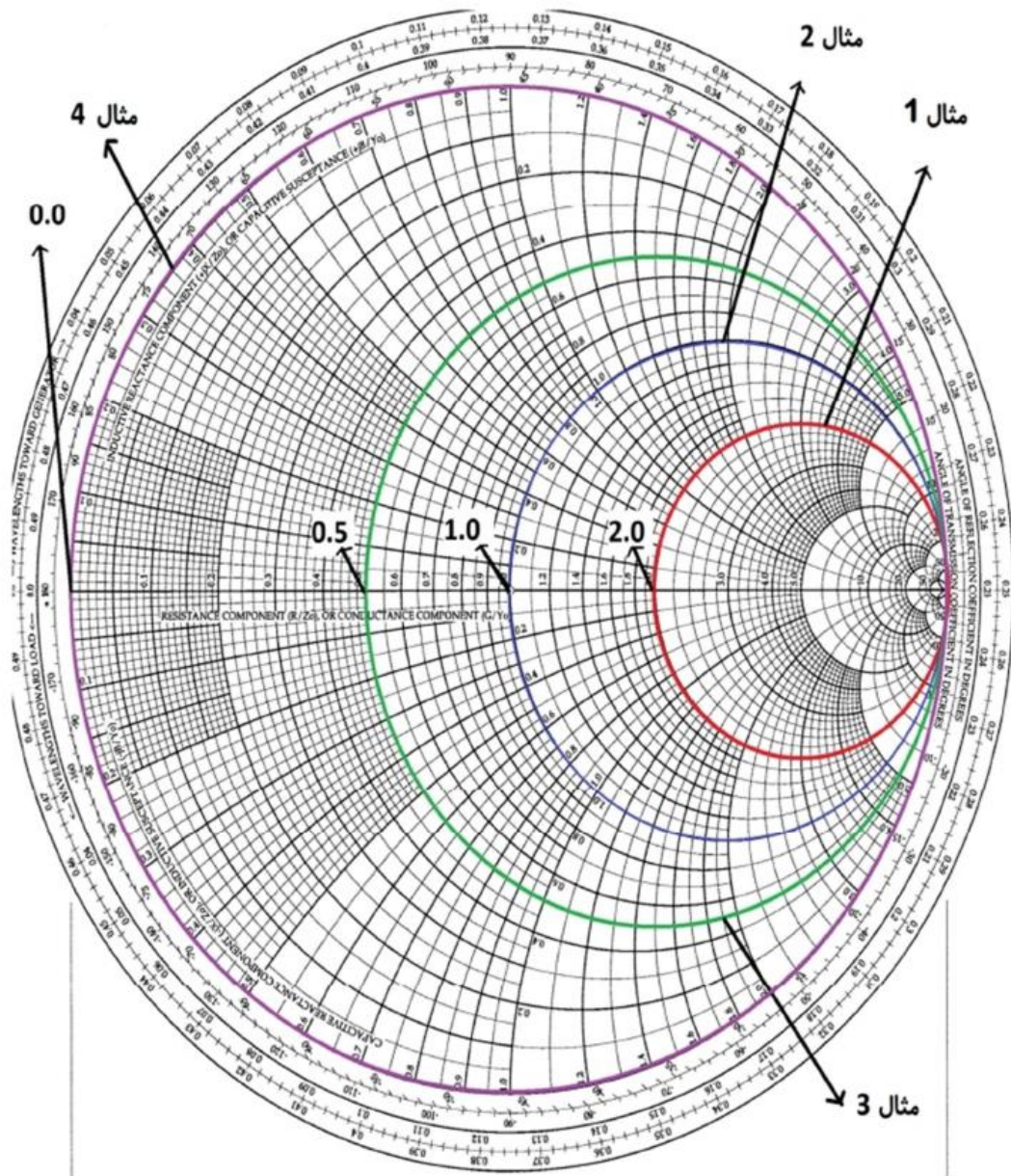
حرکت روی خط انتقال مخابراتی یعنی حرکت روی دایره SWR در دیاگرام اسمیت.

اعداد بیرونی روی دیاگرام اسمیت فاصله را مشخص می کنند.

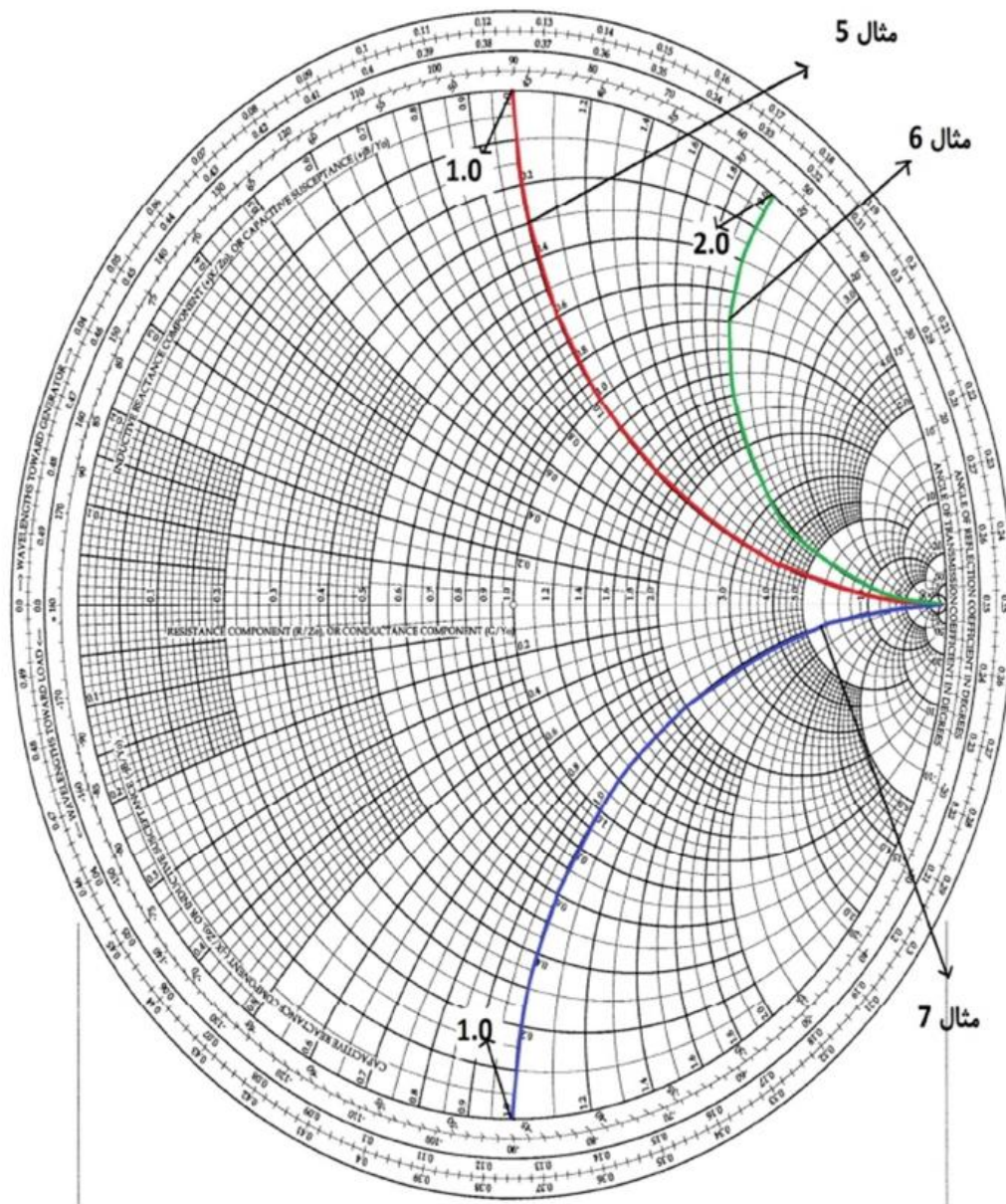
یک دور روی دایره برابر  $\frac{\lambda}{2}$  است. روی دیاگرام عبارت  $\lambda$  نوشته نشده است، هر عددی که دیده می شود باید در  $\lambda$  ضرب شود.

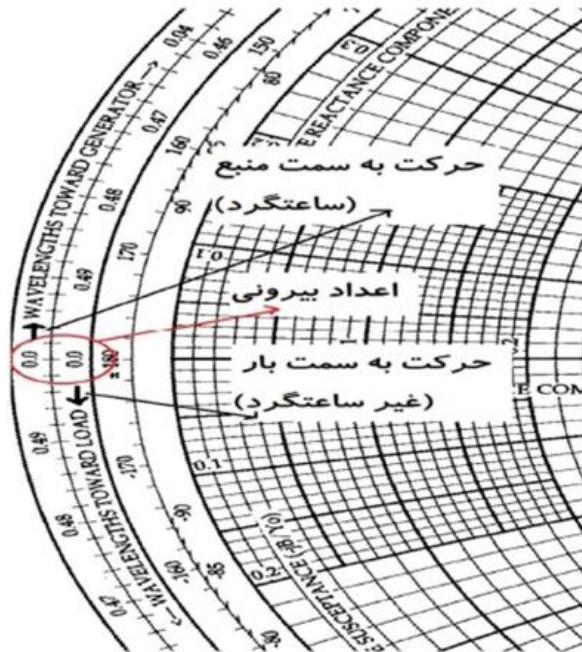
### مثال:

- 1- شعاع  $\frac{1}{3}$ ، مرکز  $(\frac{2}{3}, 0)$ ،  $R = 2$
- 2- شعاع  $\frac{1}{2}$ ، مرکز  $(\frac{1}{2}, 0)$ ،  $R = 1$
- 3- شعاع  $\frac{2}{3}$ ، مرکز  $(\frac{1}{3}, 0)$ ،  $R = 0.5$
- 4- شعاع 1، مرکز  $(0, 0)$ ،  $R = 0$
- 5- شعاع 1، مرکز  $(1, 1)$ ،  $X = 1$
- 6- شعاع  $\frac{1}{2}$ ، مرکز  $(1, \frac{1}{2})$ ،  $X = 2$
- 7- شعاع -1، مرکز  $(-1, 1)$ ،  $X = -1$









### مثال 1:

در یک خط انتقال مقادیر  $Z_L$ ,  $Z_0$  به صورت زیر داده شده است. مطلوب است مقادیر  $\bar{Z}_L$  و محل آن یعنی نقطه P روی دیاگرام اسمیت.

$$Z_L = 50 - 100j$$

$$Z_0 = 10 + 10j$$

حل:

$$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{50 - j100}{10 + j10} \times \frac{10 - j10}{10 - j10} = -2.5 - j7.5 \rightarrow R = 2.5, X = -7.5$$

R همواره مقدار مثبتی دارد، هر وقت مقدار R منفی شد، مثبت در نظر می گیریم.

### مثال 2:

در یک خط انتقال مخابراتی مقادیر  $Z_L$  و  $Z_0$  به صورت زیر داده شده است. مطلوب است مقدار  $\bar{Z}_L$  و P روی دیاگرام اسمیت و رسم دایره SWR

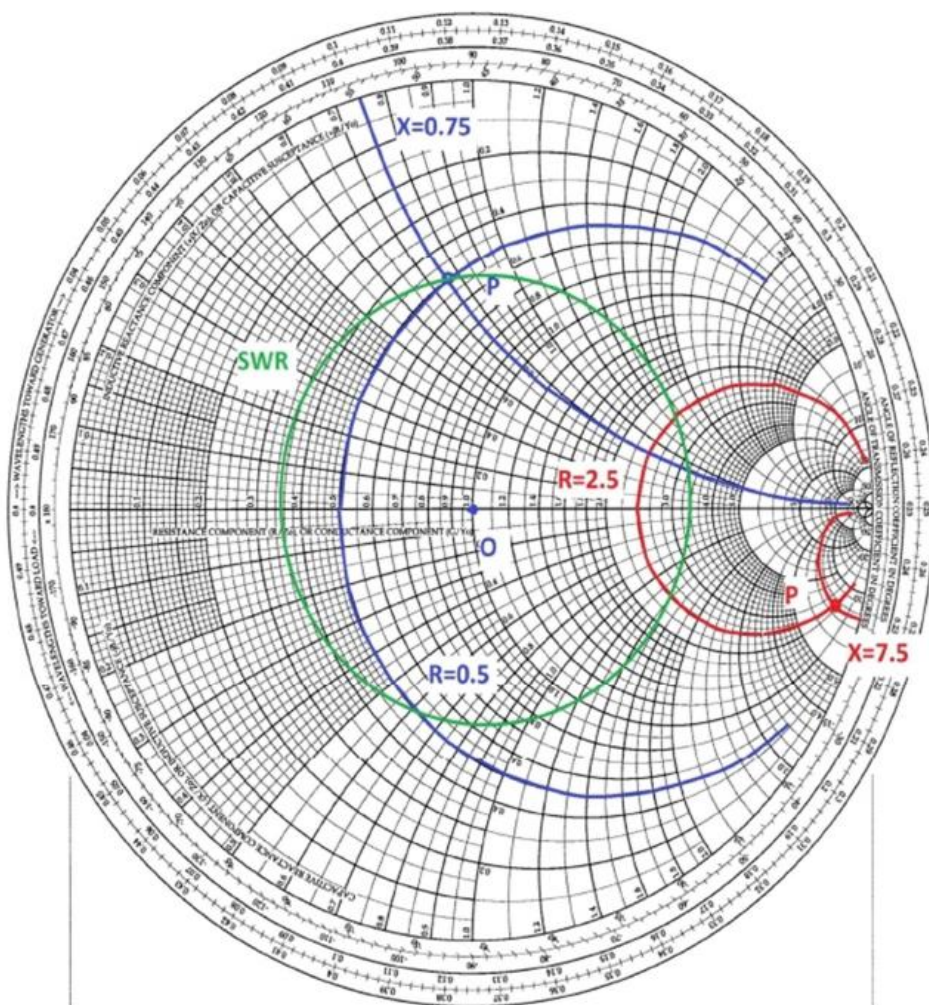
$$Z_L = 50 + 75j$$

$$Z_0 = 100$$

حل:

$$\bar{z}_L = 0.5 + j0.75$$

SWR = دایره ای به مرکز O و شعاع P





مثال:

در یک خط انتقال مخابراتی مقادیر زیر داده شده است:

$$l = 3.1\lambda, \quad Z_L = 50 + j100, \quad Z_0 = 10 - j5$$

مطلوب است:

$$\bar{Z}_L - 1$$

$$\bar{y}_L = \frac{1}{\bar{Z}_L} - 2$$

$$\bar{Z}_{in} \text{ و } Z_{in} \text{ مقدار امپدانس ورودی} - 3$$

$$\text{مقدار حداکثر ولتاژ Max} - 4$$

$$\text{مقدار حداکثر ولتاژ min} - 5$$

$$\text{مقدار حداکثر امپدانس} - 6$$

$$\text{مقدار حداکثر جریان} - 7$$

$$\text{مقدار حداقل امپدانس} - 8$$

$$\text{مقدار حداقل جریان} - 9$$

حل:

$$\bar{Z}_L = \frac{50+j100}{10-j5} \times \frac{10+j5}{10+j5} = j10 = P$$

$$\bar{y}_L = \frac{1}{\bar{Z}_L} = \frac{1}{j10} = -j0.1 = Q$$

برای بدست آوردن مقدار  $\bar{y}_L$  و محل آن (نقطه Q) باید محل  $\bar{Z}_L$  (نقطه P) را بدست آورد و دایره SWR آن را رسم کرد محل تقاطع قطر OP با دایره SWR مقدار  $\bar{y}_L$  و محل آن یعنی نقطه Q را مشخص می کند.

برای محاسبه  $\bar{Z}_{in}$  کافی است از محل  $\bar{Z}_L$  (نقطه P) روی دایره SWR در جهت ساعتگرد به اندازه ی طول خط  $l$  حرکت کنیم، نقطه بدست آمده مقدار  $Z_{in}$  را مشخص می کند.

$$\bar{Z}_{in} = -j1.75 \text{ از روی نمودار}$$

$$\rightarrow Z_{in} = \bar{Z}_{in} \times Z_0 = -j1.75(10 - j5) = -8.75 - j17.5$$

سمت راست محور افقی مقادیر زیر را مشخص می کند:

$$\text{مقدار ولتاژ Max} - 1$$

$$\text{مقدار امپدانس Max} - 2$$

3- مقدار جریان min

که برای هر بار از محل برخورد دایره SWR با سمت راست با سمت چپ محور افقی بدست می آید.  $\leftarrow 0.0$

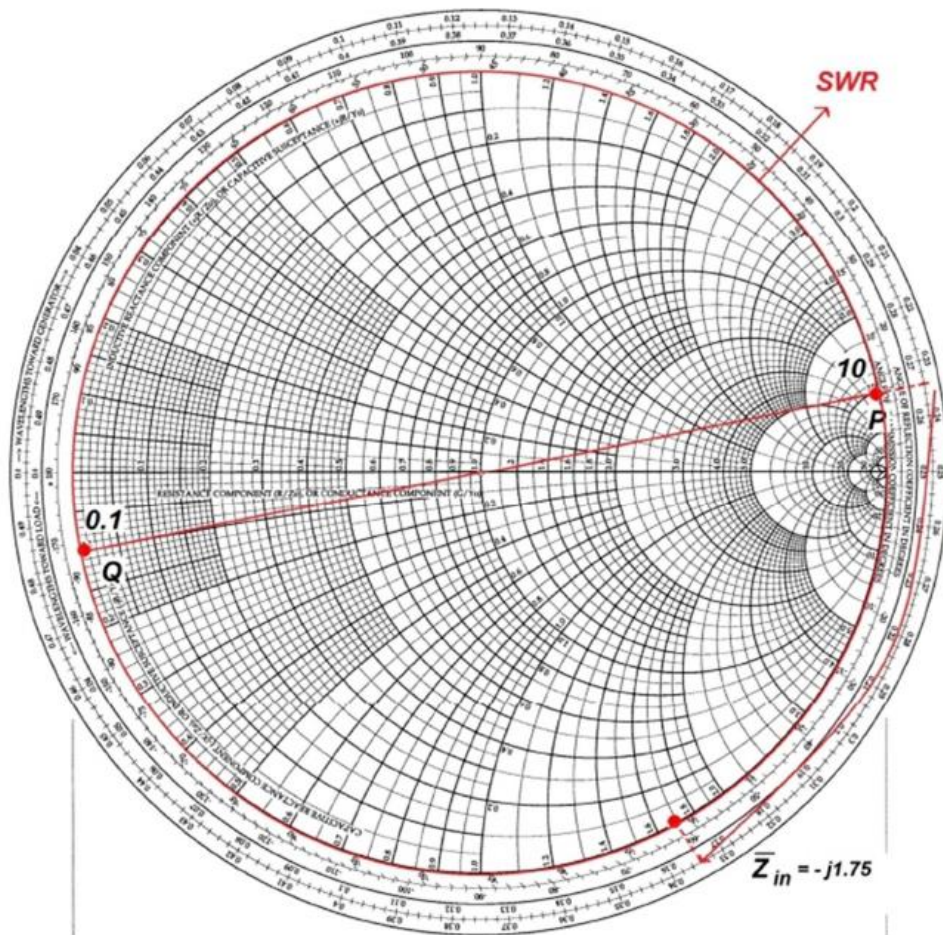
سمت چپ محور افقی مقادیر زیر را مشخص می کند:

1- مقدار ولتاژ min

2- مقدار امپدانس min

3- مقدار جریان Max

که برای هر بار از محل برخورد دایره SWR با سمت چپ محور افقی بدست می آید.  $\leftarrow 0.0$



### مثال:

در یک خط انتقال مقادیر زیر داده شده است:

$$l = 2.125\lambda, \quad Z_L = 50 + j100, \quad Z_0 = 150$$

مطلوب است مقادیر زیر:

1- مقدار  $\bar{Z}_L$  و محل آن روی دیاگرام اسمیت. (نقطه P)

2- مقدار  $\bar{y}_L$  و محل آن روی دیاگرام اسمیت. (نقطه Q)

3- مقدار امپدانس ورودی  $Z_{in}$  و  $\bar{Z}_{in}$

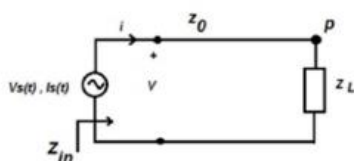
4- مقدار ولتاژ Max و امپدانس Max و جریان min

5- مقدار ولتاژ و امپدانس min و جریان Max روی خط

6- فاصله بار تا مقدار اولین ماکزیمم ولتاژ بر حسب  $\lambda$

7- فاصله بار تا مقدار اولین مینیمم ولتاژ بر حسب  $\lambda$

شکل به صورت زیر است:



حل:

$$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{50 + j100}{150} = 0.33 + j0.66 = P$$

$$\bar{y}_L = \frac{1}{\bar{Z}_L} = 0.6 - j1.2$$

$$Z_{in} = \bar{Z}_{in} \times Z_0 = 5 + j330 (\Omega)$$

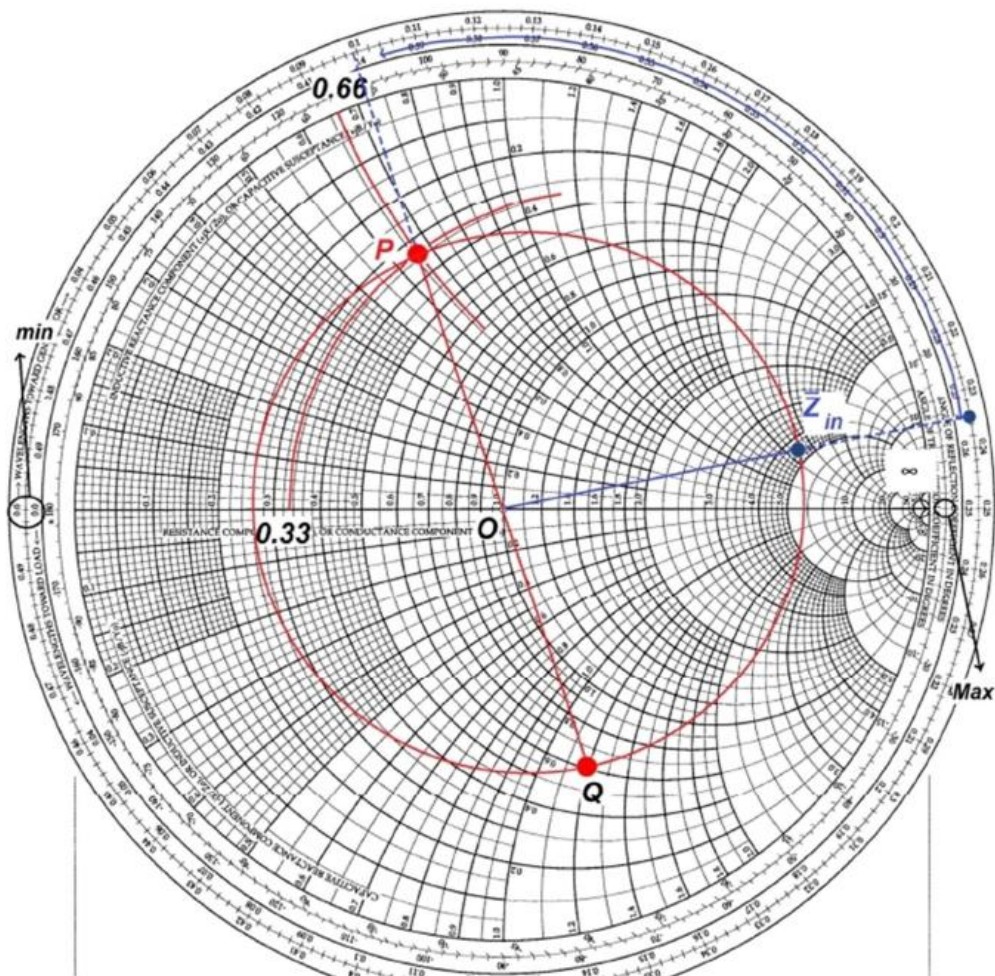
$$V_{Max} = Z_{Max} = I_{min} = 4.6$$

$$V_{min} = Z_{min} = I_{Max} = 0.22$$

نقطه P را مشخص می کنیم. از P به O وصل می کنیم، به شعاع OP دایره می زنیم، که همان دایره ی SWR خواهد بود.

شعاع OP را ادامه می دهیم تا محیط دایره را در نقطه Q قطع کند. مقدار آن را از روی شکل می توان خواند.

شعاع OP را تا دایره ی بیرونی ساعتگرد ادامه می دهیم، از نقطه ی بدست آمده، به اندازه ی  $\lambda$  روی محیط دایره و ساعتگرد حرکت می کنیم (باید توجه داشته باشیم که هر دور دایره  $\frac{\lambda}{2}$  است). نقطه حاصل را به O وصل می کنیم. تقاطع این خط با دایره ی SWR (که با شعاع OP رسم کردیم)  $Z_{in}$  خواهد بود.



فاصله بار  $Z_L^-$  (نقطه P) تا سمت راست محور افقی در جهت ساعتگرد، مقدار فاصله بار تا اولین ماکزیمم ولتاژ را مشخص می‌کند (بر حسب  $\lambda$ )

فاصله بار تا سمت چپ محور افقی در جهت ساعتگرد یا به عبارت دیگر یعنی فاصله بار تا مقدار اولین ماکزیمم ولتاژ  $0.25\lambda +$



## مثال:

مشخصات بار و خط انتقال به صورت زیر داده شده است:

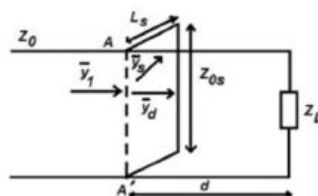
$$Z_L = 75 - j45$$

$$Z_0 = 50$$

$$f = 3\text{GHz}$$

اگر برای تطبیق بار و خط از یک استاب اتصال کوتاه استفاده کنیم، مطلوب است فاصله اتصال کوتاه تا بار ( $d = ?$ ) و طول

استاب اتصال کوتاه ( $L_s$ ) بر حسب  $\lambda$



حل:

برای انجام تطبیق بار و خط از یک قطعه ی فلزی که به صورت موازی با بار که روی خط قرار می گیرد استفاده می کنند که آن قطعه استاب نام دارد. استاب یا اتصال کوتاه است یا مدار باز. در این درس فقط از استاب اتصال کوتاه استفاده می کنیم. پس از اتصال استاب، بین خط و بار، از منبع تا استاب تطبیق به وجود می آید یعنی انعکاس وجود ندارد. اما بین استاب و بار، انعکاس وجود دارد (یعنی بین استاب و بار تطبیق نیست). پس باید فاصله استاب تا بار ( $d$ ) تا آنجا که ممکن است کوتاه باشد.

در این مثال می خواهیم فاصله بار  $\bar{y}_L$  تا استاب اتصال کوتاه که در نقطه  $AA'$  قرار دارد را حساب کنیم. یعنی از  $d$ ، سپس طول  $L_s$  استاب را بدست می آوریم.

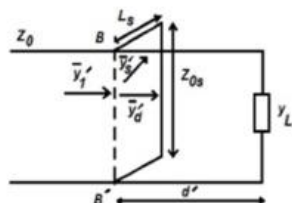
محل تطبیق روی دایره اسمیت فقط مرکز دیاگرام، یعنی نقطه  $O$  می باشد. پس برای تطبیق باید از محل  $\bar{y}_L$  روی دایره  $SWR$  به سمت منبع (ساعتگرد) حرکت کرده تا دایره ی واحد  $1$  را قطع کند. روی دیاگرام، دایره ی بیرونی، فاصله محل  $\bar{y}_L$  (نقطه  $Q$ ) تا نقطه  $A$  را  $d$  می نامیم (بر حسب  $\lambda$ ).

اگر از رابطه  $\lambda = \frac{c}{f}$  مقدار  $\lambda$  را حساب کنیم فاصله  $d$  بر حسب واحد طول بدست می آید.



دایره ی SWR دایره ی 1 را در دو نقطه قطع می کند. یکی همان نقطه ی A است که فاصله  $d(=0.105\lambda)$ ، و دیگری نقطه B است که فاصله  $(d' = 0.283\lambda)$  را می دهد.

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^9} = 0.1m = 10cm \quad \rightarrow \quad d = 2.83cm$$



$\bar{Y}_d$  مقدار ادمیتانس نقطه A یعنی ادمیتانس در محل استاب می باشد (بدون وصل استاب). پس از اتصال استاب بلافاصله تطبیق انجام می شود، یعنی در محل نقطه A پس از اتصال استاب به مرکز دیاگرام اسمیت متصل شده ایم. همیشه  $\bar{Y}_1 = 1$  خواهد بود.

اگر ادمیتانس استاب را  $\bar{Y}_s$  بنامیم، رابطه بین  $\bar{Y}_1$ ،  $\bar{Y}_s$ ،  $\bar{Y}_d$  به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_s + \bar{Y}_d$$

از این رابطه  $\bar{Y}_s$  را بدست می آوریم:

$$\bar{Y}_s = \bar{Y}_1 - \bar{Y}_d$$

$$\bar{Y}_s = 1 - \bar{Y}_d$$

برای محاسبه  $L_s$  فاصله سمت راست محور افقی تا  $\bar{Y}_s$  را در جهت ساعتگرد بدست می آوریم.

$\bar{Y}_s$  همیشه موهومی است و مقدار حقیقی آن صفر است. بنابراین  $\bar{Y}_s$  را سوسپتانس می گویند. سوسپتانس یعنی مقدار موهومی ادمیتانس.

$$L_s = 0.138\lambda = 1.38cm$$

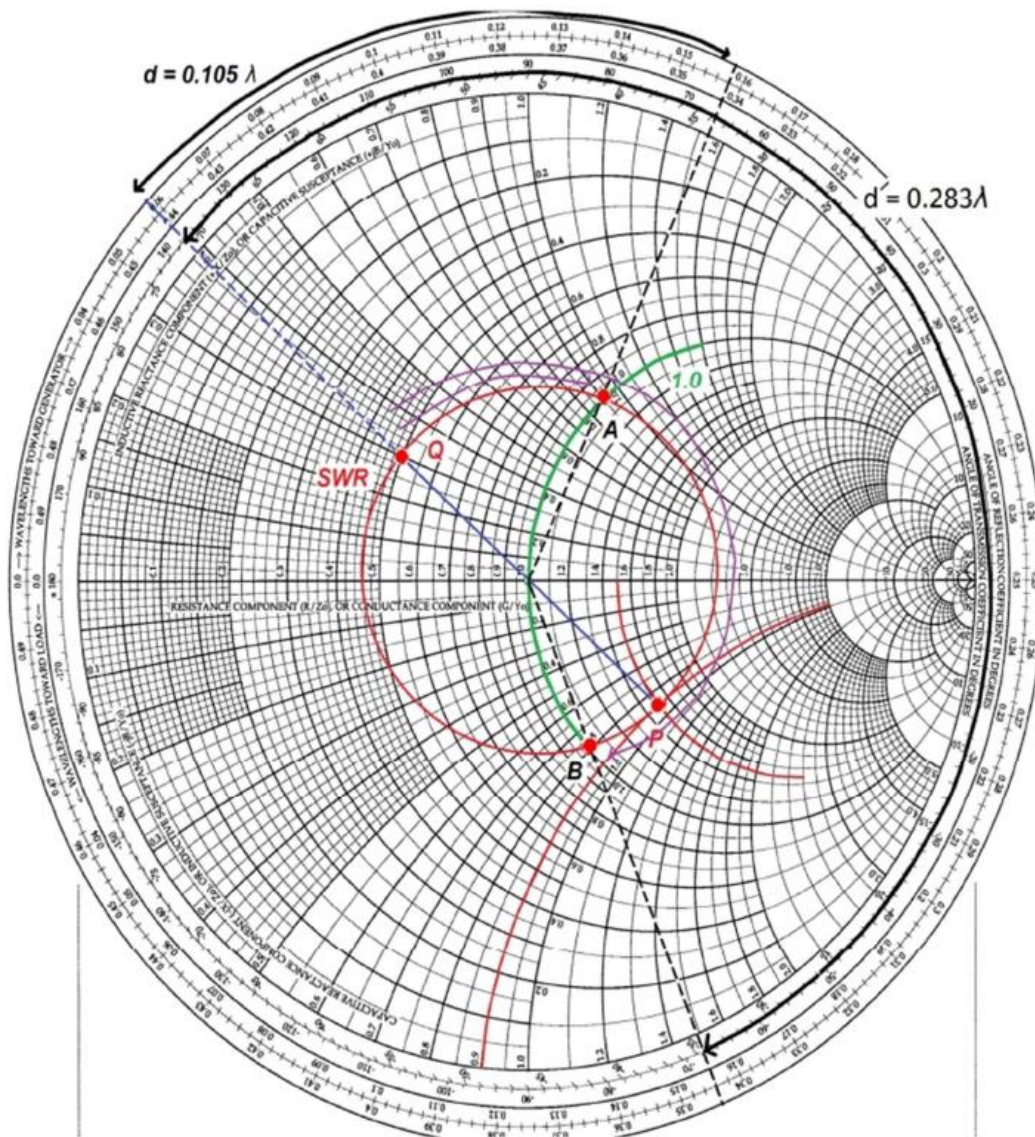
$$\bar{Y}_1' = \bar{Y}_s' + \bar{Y}_d' \quad \rightarrow \quad \bar{Y}_s' = 1 - \bar{Y}_d'$$

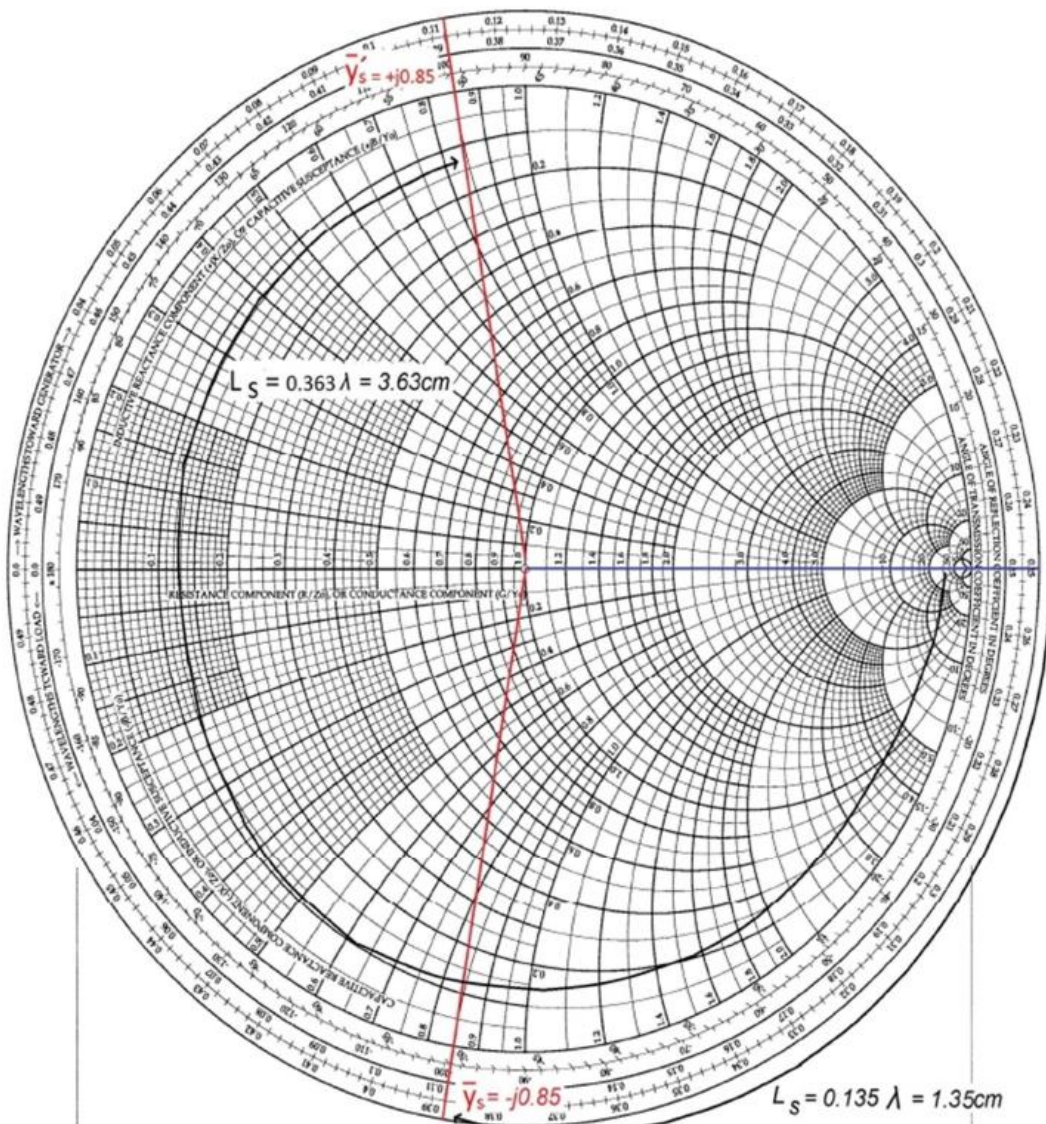
$$\frac{Z_L}{Z_0} = 1.5 - j0.9 = P$$

$$Q = \bar{Y}_L = 0.5 + j0.3$$

$$A = \bar{Y}_d = 1 + j0.85, \quad \bar{Y}_1 = 1 \quad \rightarrow \quad \bar{Y}_s = -j0.85$$

$$B = 1 - j0.85, \quad \bar{Y}_1' = 1 \quad \rightarrow \quad \bar{Y}_s' = j0.85$$





### مثال:

در یک خط انتقال مخابراتی با بار داده شده  $Z_L$  و امپدانس مشخصه  $Z_0$  برای تطبیق از یک استاب اتصال کوتاه با امپدانس مشخصه  $Z_{0s}$  استفاده می کنیم، مطلوب است:

$$d, d' \quad -1$$

$$L_s, L_s' \quad -2$$

$$Z_L = 100 - j50$$

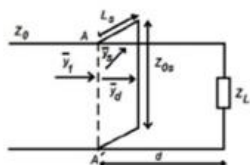
$$Z_0 = 50\Omega$$

$$Z_{0s} = 100\Omega$$

حل:

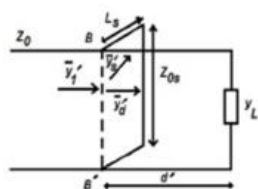
وقتی  $Z_0$  و  $Z_{0s}$  با هم مساوی نیستند باید از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\bar{y}_s = \bar{y}_s' \times \frac{Z_0}{Z_{0s}} \quad \text{یا} \quad \bar{y}_s' = \bar{y}_s \times \frac{Z_{0s}}{Z_0}$$



$$\bar{Z}_L = 2 - j1, \quad \bar{y}_L = 0.4 + j0.2$$

$$A = \bar{y}_d = 1 + j1, \quad \bar{y}_1 = 1 \rightarrow \text{بدست آمده } \bar{y}_s = -j \rightarrow \text{واقعی } \bar{y}_s = -j1 \times \frac{1}{2} = -j0.5 \rightarrow L_s = 0.176$$



$$B = \bar{y}_d' = 1 - j1, \quad \bar{y}_1 = 1 \rightarrow \text{بدست آمده } \bar{y}_s' = j1 \rightarrow \text{واقعی } \bar{y}_s = j \times \frac{1}{2} = j0.5 \rightarrow L_s' = 0.323\lambda$$

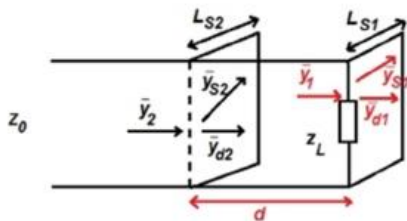




## تطبیق با دو استاب

مثال:

برای تطبیق بار  $Z_L = 100 + j200$  در یک خط انتقال با امپدانس مشخصه  $Z_0 = 100$  از دو استاب اتصال کوتاه استفاده شده است. اگر استاب اول روی بار و فاصله ی دو استاب  $d = 0.32\lambda$  باشد، مطلوب است طول استاب ها: ( $L_{s2}$  و  $L_{s1}=?$ )



حل:

اگر چند تا استاب داشته باشیم فقط بعد از آخرین استاب تطبیق برقرار است. در این مثال بعد از استاب دوم بار و خط تطبیق هستند یعنی امپدانس  $\bar{y}_2 = 1$  می باشد. وقتی تطبیق برقرار است در مرکز دیاگرام اسمیت قرار داریم.

$$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1 + j2$$

$$\bar{y}_2 = \bar{y}_{d2} + \bar{y}_{s2} \Rightarrow \bar{y}_{s2} = \bar{y}_2 - \bar{y}_{d2}$$

$\bar{y}_{d2} \leftarrow$  ادمیتانس محل استاب دوم قبل از اتصال استاب دوم

$\bar{y}_{s2} \leftarrow$  ادمیتانس استاب دوم (حتماً موهومی است).

$\bar{y}_2 \leftarrow$  ادمیتانس بعد از استاب دوم

$\bar{y}_1 \leftarrow$  ادمیتانس بعد از اتصال استاب اول در محل استاب اول

$\bar{y}_{d1} \leftarrow$  ادمیتانس محل استاب اول قبل از اتصال استاب اول

$\bar{y}_{s1} \leftarrow$  ادمیتانس استاب اول (حتماً موهومی است).



مقدار حقیقی  $y_{d2}^- = 1$  می باشد و حتماً روی دایره 1 می باشد.

$$\bar{y}_1 = y_{d1} + y_{s1} \Rightarrow y_{s1}^- = \bar{y}_1 - y_{d1}^-$$

طبق رابطه ی بالا و اینکه  $y_{s1}^-$  حتماً موهومی است، می توان نتیجه گرفت قسمت حقیقی  $\bar{y}_1$  و  $y_{d1}^-$  برابر است.

در این مثال چون استاب روی بار است:

$$y_{d1}^- = y_{d1} = \frac{1}{Z_L} = \bar{y}_L$$

اگر فرض کنیم مقدار حقیقی  $\bar{y}_1 = y_{d1}^- = A$  باشد، وقتی آن را به اندازه ی  $0.32\lambda$  ساعتگرد حرکت دهیم، مقدار حقیقی  $\bar{y}_2 = y_{d2}^- = 1$  بدست می آید. پس می توان گفت A همان دایره 1 است که به اندازه ی  $0.32\lambda$  غیر ساعتگرد جا به جا شده است.

$$\bar{y}_1 = y_{d1} + y_{s1} \quad , \quad y_{d1}^- = \frac{1}{Z_L} = \bar{y}_L = 0.2 - j0.4 \quad \rightarrow \quad \bar{y}_1 = 0.2 - j0.4 + y_{s1}^-$$

$$\rightarrow y_{s1}^- = \bar{y}_1 - 0.2 + j0.4$$

با توجه به اینکه مقدار حقیقی  $y_1 = 0.2$  می باشد مقدار موهومی آن از حرکت روی دایره حقیقی 0.2 ثابت، بدست می آید و مقدار آن برابر است با محل تقاطع دایره 0.2 ثابت با دایره انتقال یافته 1.

برای رسم شکل به این ترتیب عمل می کنیم:

ابتدا دایره ی 1 را رسم کرده و مرکز آن را مشخص می کنیم و آن را  $O'$  می نامیم (دایره ی قرمز رنگ).

سپس نقطه ی P را مشخص کرده و با شعاع OP دایره می زنیم (دایره ی بنفش).

حال برای انتقال دایره ی 1، دایره ای به شعاع  $OO'$  می زنیم به مرکز O (دایره ی آبی). از سمت راست

غیر ساعتگرد (به سمت بار) به اندازه ی d حرکت می کنیم، این نقطه ی بدست آمده (1) را به مرکز

O وصل می کنیم.

محل تقاطع این خط و دایره  $OO'$  را  $O''$  نامیده، سپس دایره ی دیگری به شعاع  $OO''$  رسم می

کنیم (دایره ی قهوه ای). در این حالت می توان گفت دایره با مرکز  $O'$  منتقل شده است.

$$y_{s2}^- = 1 - 1 + j1.8 = j1.8, \quad y_{d2}^- = 1 - j1.8 \rightarrow L_{s2} = 0.42\lambda$$

برای بدست آوردن مقدار  $y_1^-$  باید روی دایره 0.2 ثابت، حرکت کرد تا محل برخورد آن با دایره ی انتقال یافته را بدست آید. دایره ی 0.2 ثابت در دو نقطه دایره ی انتقال یافته به مرکز  $O''$  را قطع کرده که مقادیر این نقاط به صورت زیر می باشد:

$$y_1^- = 0.2 - j0.03 \\ y_1'^- = 0.2 - j0.9$$

دایره ی  $Oy_1^-$  (دایره سبز) و همچنین دایره ی  $Oy_1'^-$  (دایره زرد) را رسم می کنیم.  
مقدار  $y_{s1}^-$  را نیز بدست می آوریم:

$$y_{s1}^- = 0.2 - j0.03 - 0.2 + j0.4 = j0.37$$

نقطه ی  $j0.37$  را روی دایره مشخص می کنیم، از  $O$  به آن وصل کرده و تا دایره ی بیرونی آن را ادامه می دهیم (2). فاصله ی سمت راست به صورت ساعتگرد تا این نقطه مقدار  $L_{s1} = 0.305\lambda$  را مشخص می کند.

$$y_{s1}' = y_1'^- - 0.2 + j0.4 \rightarrow y_{s1}' = 0.2 - j0.9 - 0.2 + j0.4 = -j0.5 \rightarrow L_{s1}' = 0.176\lambda$$

نقطه ی  $-j0.5$  را روی شکل پیدا می کنیم و آن را تا دایره ی بیرونی ادامه می دهیم. از سمت راست دایره ی SWR حرکت کرده و تا این نقطه را می شماریم در نتیجه مقدار  $L_{s1}'$  حاصل می شود.

نقطه ی  $y_{s2}^-$  را روی شکل پیدا می کنیم فاصله ی سمت راست تا این نقطه همان  $L_{s2}$  است.

نقطه ی  $y_1$  را مشخص می کنیم سپس به شعاع  $Oy_1^-$  دایره می زنیم (دایره آبی رنگ).

برای بدست آوردن  $y_{d2}^-$  باید  $y_1^-$  را به اندازه ی  $d = 0.32\lambda$  ساعتگرد حرکت داد. حرکت روی خط یعنی حرکت روی دایره ی SWR مربوط به  $y_1^-$  (همان تقاطع دایره  $y_1^-$  با دایره به مرکز  $O'$ ). دایره ی  $y_1^-$  و همچنین دایره ی  $y_1'^-$ ، دایره ی واحد 1 را در دو نقطه قطع می کند برای بدست آوردن مقدار درست  $y_{d2}^-$  باید از  $y_1^-$  به اندازه ی  $0.32\lambda$  به صورت ساعتگرد حرکت کنیم، به این طریق به یکی از

آن دو نقطه ی تقاطع می رسمیم که این مقدار، مقدار درست می باشد. برای بدست آوردن مقدار درست  $y_{d2}'$  نیز به همین ترتیب عمل می کنیم (البته از  $y_{1}'$  حرکت می کنیم).

$$y_{s2}' = y_2' - y_{d2}'$$

برای بدست آوردن  $L_{s2}'$  نقطه ی  $-j2.8$  را روی دایره اسمیت پیدا می کنیم، سپس از سمت راست،

ساعتگرد حرکت می کنیم تا به این نقطه برسیم. در نتیجه  $L_{s2}' = 0.055\lambda$

## Black Magic Design

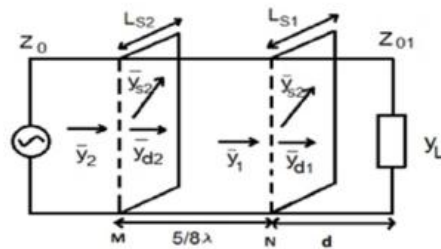


## مثال:

یک خط انتقال با امپدانس مشخصه  $Z_0 = 200\Omega$  به بار  $Z_L = 200 + j200$  متصل است و با دو استاب اتصال کوتاه تطبیق شده است. اگر امپدانس مشخصه استاب اول  $Z_{01} = 200\Omega$  و به فاصله  $d$  از بار قرار گرفته باشد و امپدانس مشخصه استاب دوم  $Z_{02} = 100$  و به فاصله  $\frac{5}{8}\lambda$  از استاب اول قرار گرفته باشد و طول استاب دوم  $0.1\lambda$  باشد مطلوب است:

1- فاصله  $d$ 2- طول استاب اول ( $L_{S1}$ )

3- مقدار SWR بین دو استاب



حل:

$$\bar{Z}_L = 1 + j = P, \quad Q = \bar{y}_L = 0.5 - j0.5$$

از سمت راست محور افقی ساعتگرد به اندازه  $0.1\lambda$  روی دایره ی بیرونی حرکت می کنیم، این نقطه را می خوانیم: (1). اما بدلیل وجود  $Z_{02}$  این مقدار واقعی نیست (امپدانس مشخصه ی استاب دوم با امپدانس مشخصه ی خط متفاوت است). مقدار واقعی  $\bar{y}_{S2}$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\bar{y}_2 = 1$$

$$\bar{y}_{S2} \times \frac{Z_0}{Z_{02}} = \bar{y}_{S2} \times \frac{200}{100} = -j1.38 \times \frac{100}{200} = -j0.69 \rightarrow \bar{y}_{S2} = -j1.38 \text{ بدست آمده}$$



دایره ی OP (دایره مشکی) و دایره ی 1 ( دایره ی قرمز) را رسم می کنیم. برای انتقال دایره ی 1، مرکز این دایره را مشخص کرده O' می نامیم به شعاع OO' و مرکز O دایره می زنیم (دایره ی سبز). محل استاب دوم روی دایره واحد 1 است (چون تطبیق شده است). محل استاب اول روی دایره انتقال یافته 1 است ( یعنی از دایره 1 به اندازه ی  $\frac{5}{8}\lambda$  یا  $0.625\lambda$  به سمت بار (غیر ساعتگرد)).

$$\lambda \times \frac{5}{8} \times \frac{12.5}{12.5} = \frac{62.5}{100} \lambda = 0.625\lambda$$

از سمت راس محور افقی غیرساعتگرد به اندازه ی  $0.625\lambda$  حرکت کرده سپس مقدار نقطه بدست آمده را می خوانیم (2) از این نقطه به O وصل می کنیم، تقاطع این خط با دایره OO' را O'' می نامیم. به شعاع OO'' و مرکز O'' یک دایره می زنیم (دایره ی زرد). حال دایره ی 1 منتقل شده است. حال  $y_{d2}$  را محاسبه می کنیم. مقدار آن را روی اسمیت چارت مشخص کرده و آن را M می نامیم :

$$y_2 = y_{d2} + y_{s2} \rightarrow 1 = y_{d2} - j0.69 \rightarrow y_{d2} = 1 + j0.69 = M$$

به شعاع OM و مرکز O دایره می زنیم ( دایره آبی). این دایره، دایره ی انتقال یافته (دایره زرد) را در دو نقطه قطع می کند بنابراین  $y_1$  ،  $y_1'$  بدست می آید:

$$N = y_1 = 0.52 + j0.12$$

$$N' = y_1' = 1.8 + j0.4$$

می دانیم قسمت حقیقی  $y_1$  با قسمت حقیقی  $y_{d1}$  برابر است. برای بدست آوردن قسمت موهومی  $y_{d1}$  ( همان  $y_L$  است که به اندازه ی d منتقل شده) باید روی دایره حقیقی ثابت 0.52 حرکت کنیم تا دایره SWR مربوط به Q را قطع کند.

$$y_{d1} = 0.52 + j0.54$$

$$y_{d1}' = 0.52 - j0.54$$

برای استاب اول چون مقدار مشخصه امپدانس خط و استاب اول برابر است، مقادیر  $y_{d1}^-$  ،  $y_{d1}^-$  همان مقادیر واقعی شان هستند.

مقدار  $y_{s1}^-$  را روی شکل پیدا می کنیم، از سمت راست محور افقی به صورت ساعتگرد تا این نقطه را می خوانیم که همان مقدار  $L_{s1}$  بدست می آید. به همین ترتیب  $y_{s1}^-$  را نیز روس شکل مشخص کرده و از سمت راست محور افقی تا این نقطه را خوانده تا مقدار  $L_{s1}'$  حاصل شود.

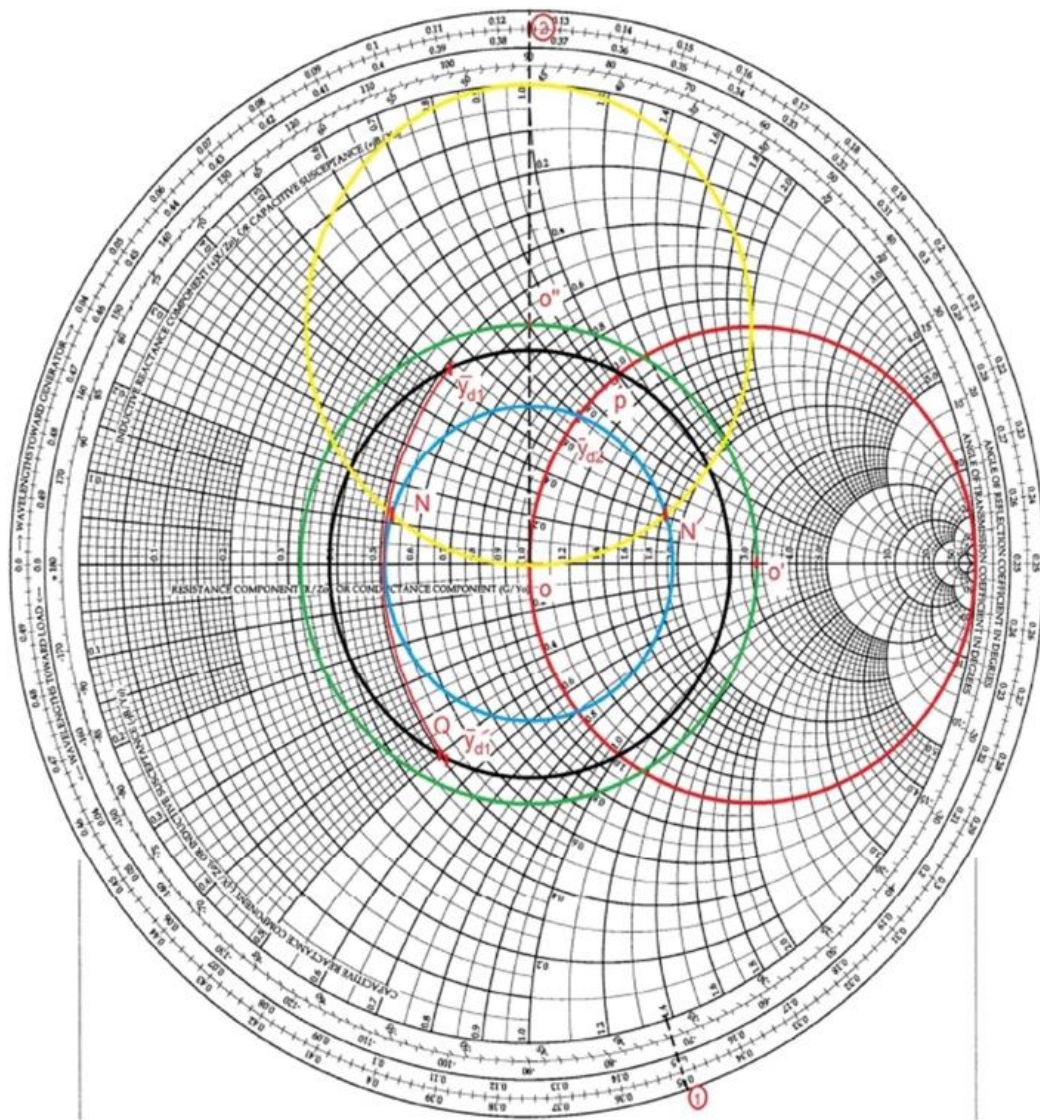
$$\begin{aligned} \bar{y}_1 &= y_{d1}^- + y_{s1}^- \\ 0.52 + j0.12 &= 0.52 + j0.54 + y_{s1}^- \\ y_{s1}^- &= -j0.42 \\ L_{s1} &= 0.187 \\ y_{s1}' &= \bar{y}_1' - y_{d1}' = 0.52 + j0.12 - 0.52 + j0.54 = j0.66 \\ L_{s1}' &= 0.343 \end{aligned}$$

برای محاسبه  $d$  باید روی دایره  $SWR$  مربوط به  $y_L$  ، از نقطه  $Q$  به صورت ساعتگرد تا  $y_{d1}^-$  حرکت می کنیم (روی دایره خارجی)، فاصله  $y$  بدست آمده همان مقدار  $d$  است. برای محاسبه  $d'$  نیز فاصله  $Q$  تا  $y_{d1}'$  را ساعتگرد از روی دایره خارجی می خوانیم.

$$\begin{aligned} d &= 0.18\lambda \\ d' &= 0.496\lambda \end{aligned}$$

میزان  $SWR$  بین دو استاب مربوط به دایره  $SWR$  ادمیتانس  $\bar{y}_1$  است که سمت راست محور افقی را قطع می کند (یعنی ببینیم دایره آبی کجا محور افقی را قطع کرده است)

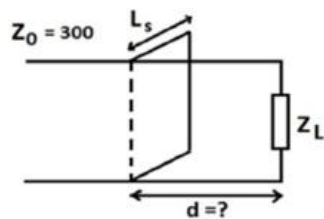
$$SWR = 1.9$$



1- یک خط انتقال مخابراتی با مقادیر داده شده به یک بار  $Z_L$  متصل است. اگر با یک استاب اتصال

کوتاه موازی تطبیق انجام شود، مطلوب است طول استاب و فاصله ی آن تا بار

$$Z_L = 100\angle -45^\circ = 100e^{-j45}$$



حل:

$$100e^{-j45} = 100\cos[-45] + 100j\sin[-45] = 100(0.707 - 0.707j) = 70.7 - 70.7j$$

$$\bar{Z}_L = \frac{70.7 - 70.7j}{300} = 0.23 - j0.23 = P$$

$$\bar{y}_L = 2.2 + j2.2 = Q$$

ابتدا دایره ی واحد 1 را رسم می کنیم. نقطه ی P را روی دیاگرام مشخص کرده دایره به شعاع OP و مرکز O رسم می کنیم. شعاع OP را ادامه می دهیم تا دایره را در Q قطع کند. این دایره، دایره ی واحد 1 را در دو نقطه ی A و B قطع می کند.

فاصله ی Q تا دو نقطه ی A و B مقدار d و d' را می دهد. برای محاسبه ی d و d' نقاط Q, A, B را تا دایره ی بیرونی ادامه می دهیم. از Q تا A ساعتگرد حرکت می کنیم مقدار d بدست می آید. برای بدست آوردن d' هم به همین ترتیب از Q تا B را ساعتگرد می شماریم.

$$d = 0.47\lambda$$

$$d' = 0.11\lambda$$

مقدار  $y_{S1}^-$  و  $y_{S1}'^-$  را نیز از روابط زیر بدست می آوریم:

$$\begin{aligned} \bar{y}_1 &= y_{s1}^- + y_{d1}^- \\ y_{s1}^- &= 1 - 1 - 1.6j \rightarrow y_{s1}^- = -1.6j \\ \bar{y}_1' &= y_{s1}'^- + y_{d1}'^- \\ y_{s1}'^- &= 1 - 1 + 1.6j \rightarrow y_{s1}'^- = 1.6j \end{aligned}$$

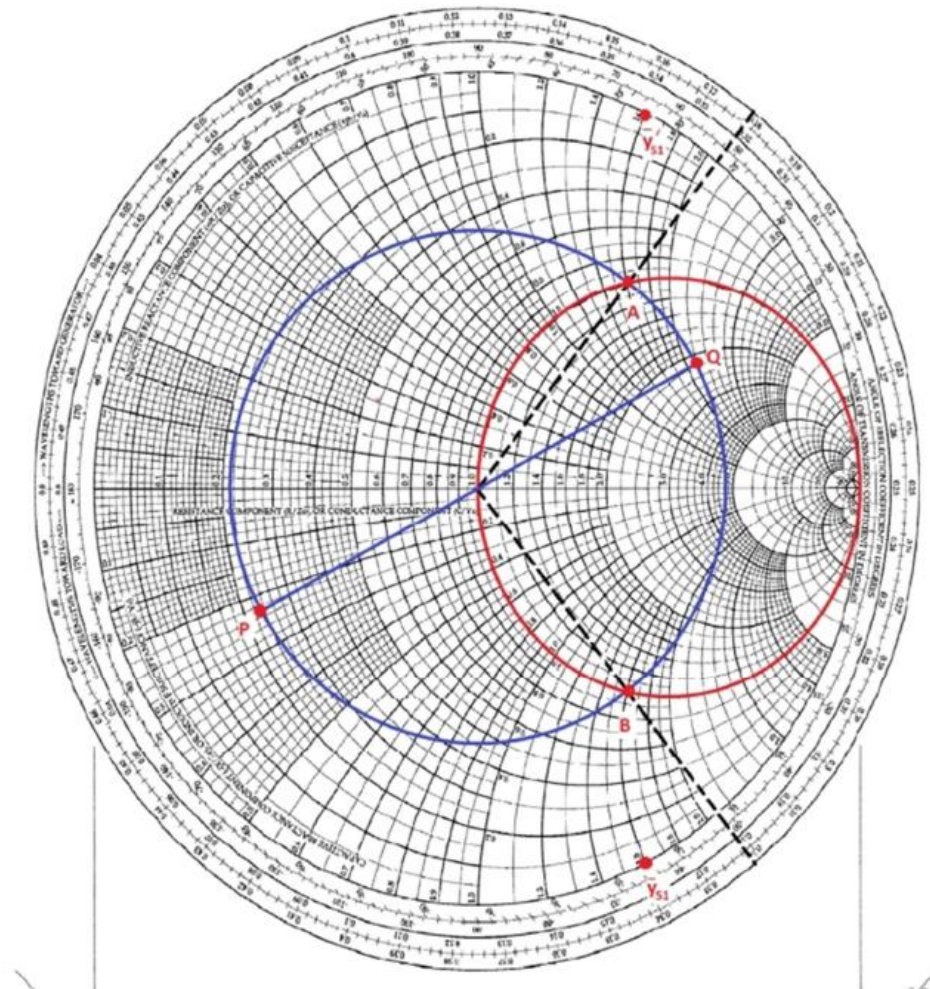
این نقاط را روی دیاگرام مشخص می کنیم، از سمت راست محور افقی ساعتگرد تا این نقاط می شماریم،  $L_{S1}$  و  $L_{S1}'$  بدست می آیند.

$$\begin{aligned} L_{S1} &= 0.88\lambda \\ L_{S1}' &= 0.411\lambda \end{aligned}$$



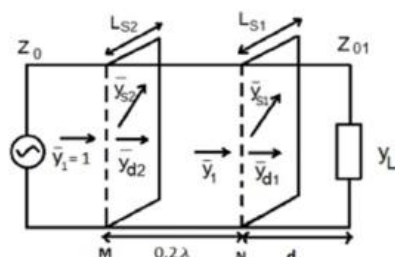
## The Complete Smith Chart

Black Magic Design



2- امپدانس یک خط انتقال و امپدانس بار  $Z_L$  با مقادیر زیر داده شده است. تطبیق با دو استاب اتصال کوتاه انجام می شود اگر امپدانس مشخصه هر دو استاب  $Z_{01} = Z_{02} = 100$  باشد و استاب اول به فاصله  $d$  از بار قرار گرفته باشد و فاصله دو استاب  $0.2\lambda$  باشد و طول استاب دوم  $0.15\lambda$  باشد، مطلوب است فاصله بار تا استاب اول و طول استاب اول

$$Z_L = 200 + j100$$



حل:

برای ترسیم دیاگرام ابتدا نقطه P را روی شکل مشخص می کنیم سپس دایره ی OP را رسم می کنیم و این شعاع را ادامه می دهیم تا دایره را در نقطه ی Q قطع کند.

$$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1 + j0.5 = P$$

$$Q = 0.8 - j0.4$$

از سمت راست محور افقی ساعتگرد به اندازه ی  $0.15\lambda$  روی دایره ی بیرونی حرکت می کنیم، این نقطه را می خوانیم: (1). اما بدلیل وجود  $Z_{02}$  (امپدانس مشخصه ی استاب دوم با امپدانس مشخصه ی خط متفاوت است). مقدار واقعی  $y_{S2}$  باید در ضربی ضرب شود. به صورت زیر محاسبه می شود:

$$y_{S2}^{\text{واقعی}} = -j0.725 \rightarrow \text{بدست آمده} \quad y_{S2}^{\text{واقعی}} = y_{S2}^{\text{واقعی}} \times \frac{Z_{02}}{Z_0} = -j0.35$$

$$y_{d2}^- = 1 - y_{s2}^- = 1 + j0.35$$

دایره ی واحد 1 را منتقل می کنیم. به این ترتیب که مرکز این دایره را  $O'$  می نامیم، دایره ی  $OO'$  را رسم می کنیم. محل استاب دوم روی دایره واحد 1 است (چون تطبیق شده است). محل استاب اول روی دایره انتقال یافته 1 است. ( یعنی از دایره 1 به اندازه  $0.2\lambda$  به سمت بار (غیر ساعتگرد)). از سمت راست محور افقی غیرساعتگرد به اندازه  $0.2\lambda$  حرکت کرده سپس مقدار نقطه بدست آمده را می خوانیم (2) از این نقطه به  $O$  وصل می کنیم، تقاطع این خط با دایره  $OO'$  را  $O''$  می نامیم. به شعاع  $OO''$  و مرکز  $O''$  یک دایره می زنیم. حال دایره ی 1 منتقل شده است. حال  $y_{d2}^-$  را محاسبه کرده و مقدار آن را روی اسمیت چارت مشخص می کنیم :

$$y_{d2}^- = 1 - y_{s2}^- = 1 + j0.35$$

به شعاع  $Oy_{d2}^-$  و مرکز  $O$  دایره می زنیم ( دایره ). این دایره، دایره ی انتقال یافته (دایره) را در دو نقطه قطع می کند بنابراین  $y_1^-$ ،  $y_1'^-$  بدست می آید:

$$N = y_1^- = 0.65 + j0.85$$

$$N' = y_1'^- = 0.34 - j0.24$$

می دانیم قسمت حقیقی  $y_1^-$  با قسمت حقیقی  $y_{d1}^-$  برابر است. برای بدست آوردن قسمت موهومی  $y_{d1}^-$  ( همان  $y_L$  ) است که به اندازه  $d$  منتقل شده) باید روی دایره حقیقی ثابت 0.65 حرکت کنیم تا دایره SWR مربوط به  $Q$  را قطع کند.

$$y_{d1}^- = 0.65 + j0.2$$

$$y_{d1}'^- = 0.65 - j0.2$$

مقدار  $y_{S1}^-$  را روی شکل پیدا می کنیم، از سمت راست محور افقی به صورت ساعتگرد تا این نقطه را می خوانیم که همان مقدار  $L_{S1}$  بدست می آید. به همین ترتیب  $y_{S1}'^-$  را نیز روس شکل مشخص کرده و از سمت راست محور افقی تا این نقطه را خوانده تا مقدار  $L_{S1}'$  حاصل شود.

$$y_{S1}^- = y_1^- - y_{d1}^- = 0.65 + j0.85 - 0.65 - j0.2 = j0.65$$

$$L_{S1} = 0.332\lambda$$

$$y_{S1}'^- = y_1' - y_{d1}' = 0.65 - j0.85 + j0.2 - 0.65 = j0.85$$

$$L_{S1}' = 0.352\lambda$$

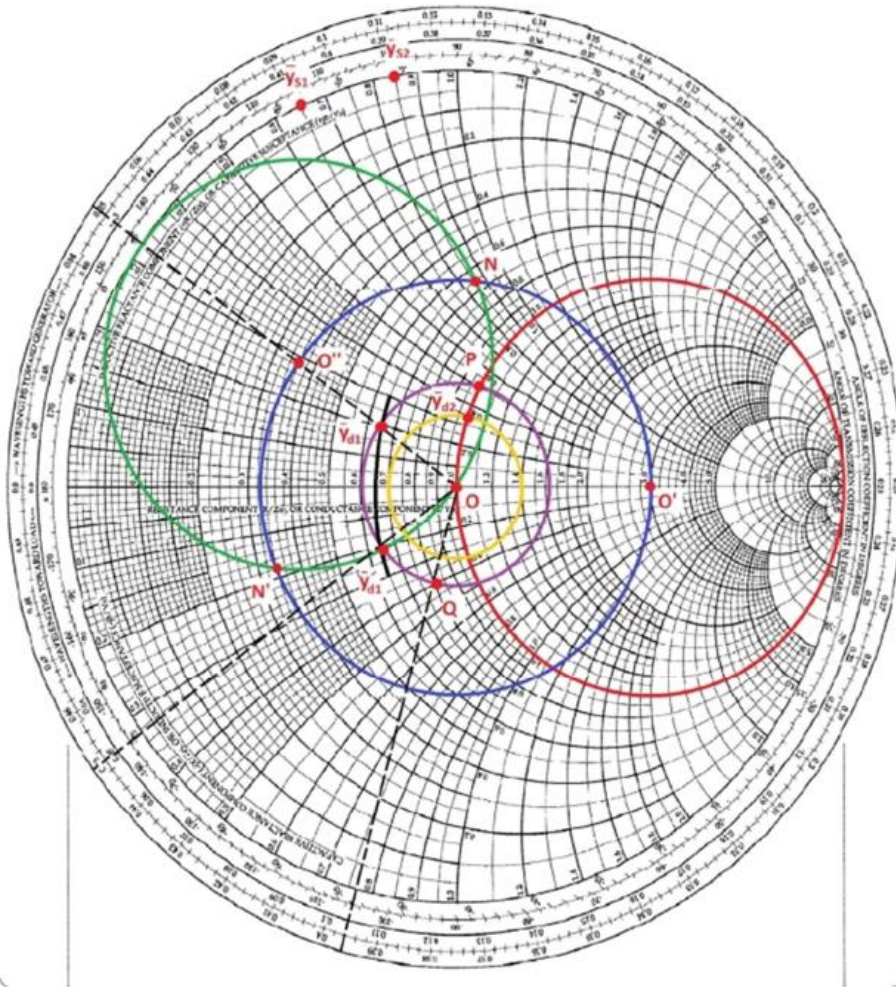
برای محاسبه  $d$  باید روی دایره ی SWR مربوط به  $y_L$  ، از نقطه ی  $Q$  به صورت ساعتگرد تا  $y_{d1}^-$  حرکت می کنیم (روی دایره خارجی)، فاصله ی بدست آمده همان مقدار  $d$  است. برای محاسبه ی  $d'$  نیز فاصله ی نقطه ی  $Q$  تا  $y_{d1}'^-$  را ساعتگرد از روی دایره خارجی می خوانیم.

$$d = 0.154\lambda$$

$$d' = 0.54\lambda$$

## The Complete Smith Chart

Black Magic Design



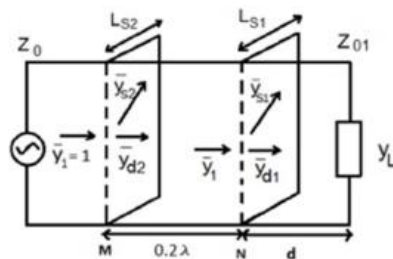


جلسه هشتم:

91/1/10

امپدانس یک خط انتقال و امپدانس بار  $Z_L$  با مقادیر زیر داده شده است. تطبیق با دو استاب اتصال کوتاه انجام می شود اگر امپدانس مشخصه هر دو استاب  $Z_{01} = Z_{02} = 100$  باشد و استاب اول به فاصله  $d$  از بار قرار گرفته باشد و فاصله دو استاب  $0.2\lambda$  باشد و طول استاب دوم  $0.15\lambda$  باشد، مطلوب است فاصله بار تا استاب اول و طول استاب اول

$$Z_L = 100 + j50$$



حل:

برای ترسیم دیاگرام ابتدا نقطه P را روی شکل مشخص می کنیم سپس دایره ی OP را رسم می کنیم و این شعاع را ادامه می دهیم تا دایره را در نقطه ی Q قطع کند.

$$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 0.5 + j0.25 = P$$

$$Q = 1.6 - j0.8$$

از سمت راست محور افقی ساعتگرد به اندازه ی  $0.15\lambda$  روی دایره ی بیرونی حرکت می کنیم، این نقطه را می خوانیم. اما بدلیل وجود  $Z_{02}$  (امپدانس مشخصه ی استاب دوم با امپدانس مشخصه ی خط متفاوت است). مقدار واقعی  $\bar{Y}_{S2}$  باید در ضربی ضرب شود. به صورت زیر محاسبه می شود:

$$y_{s2}^- = -j0.73 \rightarrow \text{بدست آمده } y_{s2}^- = y_{s2}^- \times \frac{Z_{02}}{Z_0} = -j0.365$$

دایره ی واحد 1 را منتقل می کنیم. به این ترتیب که مرکز این دایره را  $O'$  می نامیم، دایره ی  $OO'$  را رسم می کنیم. محل استاب دوم روی دایره واحد 1 است (چون تطبیق شده است). محل استاب اول روی دایره انتقال یافته 1 است. ( یعنی از دایره 1 به اندازه ی  $0.2\lambda$  به سمت بار (غیر ساعتگرد)). از سمت راست محور افقی غیرساعتگرد به اندازه ی  $0.2\lambda$  حرکت کرده سپس مقدار نقطه بدست آمده را می خوانیم. از این نقطه به  $O$  وصل می کنیم، تقاطع این خط با دایره  $OO'$  را  $O''$  می نامیم. به شعاع  $OO''$  و مرکز  $O''$  یک دایره می زنیم. حال دایره ی 1 منتقل شده است. حال  $y_{d2}$  را محاسبه کرده و مقدار آن را روی اسمیت چارت مشخص می کنیم :

$$y_{d2} = 1 - y_{s2}^- = 1 + j0.365$$

به شعاع  $Oy_{d2}^-$  و مرکز  $O$  دایره می زنیم ( دایره سبز ). این دایره، دایره ی انتقال یافته (دایره مشکی) را در دو نقطه قطع می کند بنابراین  $y_1^-$  ،  $y_1'^-$  بدست می آید:

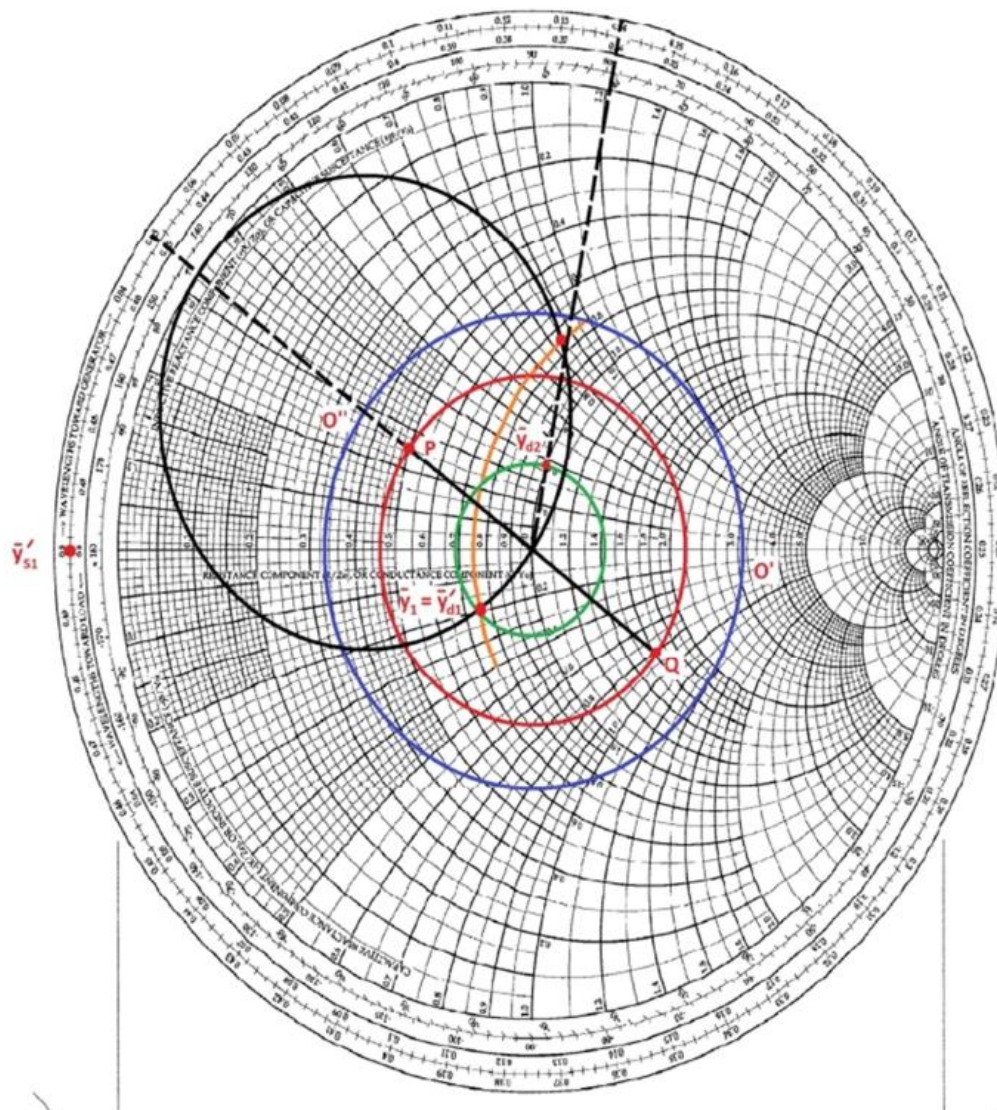
$$N = y_1^- = 0.75 + j0. \\ N' = y_1'^- = 0.75 - j0.2$$

می دانیم قسمت حقیقی  $y_1^-$  با قسمت حقیقی  $y_{d1}^-$  برابر است. برای بدست آوردن قسمت موهومی  $y_{d1}^-$  ( همان  $y_L$  است که به اندازه ی  $d$  منتقل شده) باید روی دایره حقیقی ثابت 0.75 حرکت کنیم تا دایره SWR مربوط به  $Q$  را قطع کند.

$$y_{d1}^- = 0.75 + j0.85 \\ y_{d1}'^- = 0.75 - j0.2$$

## The Complete Smith Chart

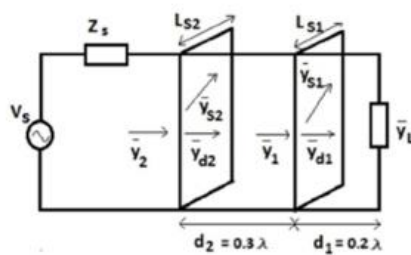
Black Magic Design



مقدار سوسپتانس های  $y_{S1}$  و  $y_{S2}$  را بدست آورید. همچنین مقدار  $V_{SWR}$  روی خط بین دو استاب را مشخص کنید.

$$\bar{y}_L = 0.5 + 0.25j$$

$$Z_0 = Z_{01} = Z_{02} = 50$$

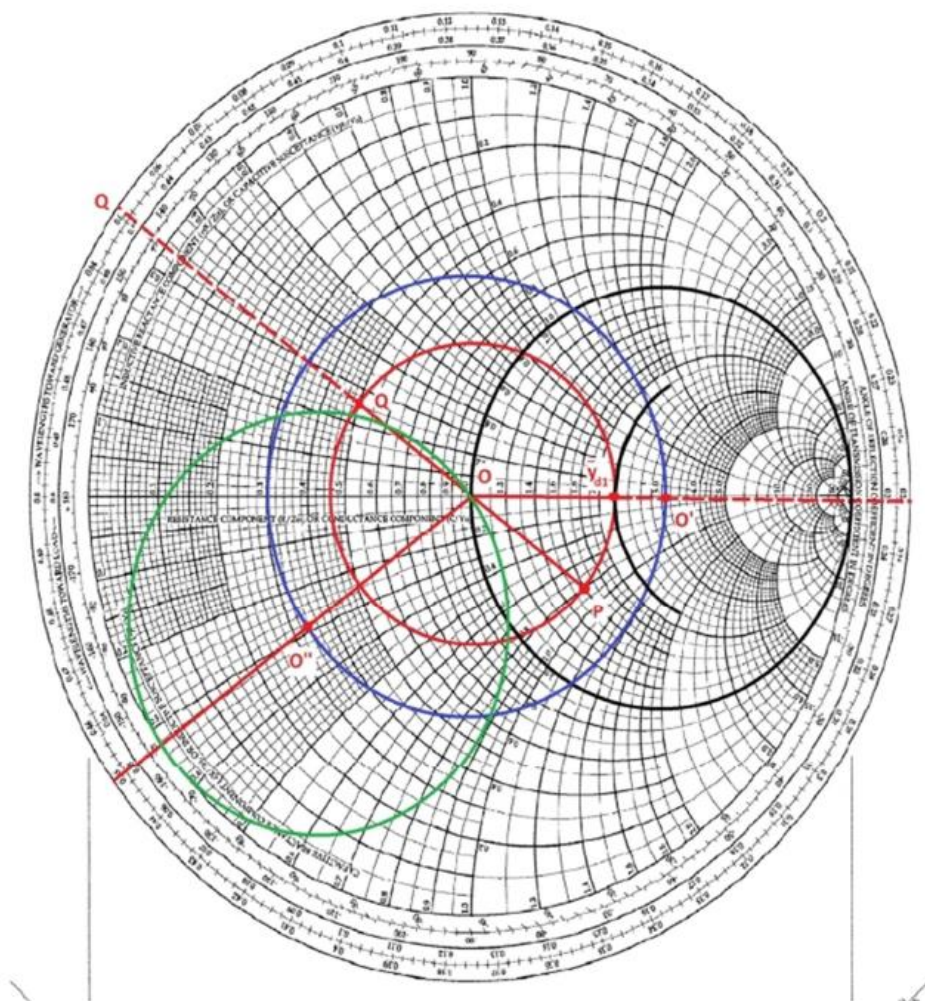


مراحل حل:

- 1- مشخص کردن  $\bar{y}_L$
  - 2- رسم دایره SWR مربوط به  $\bar{y}_L$
  - 3- حرکت روی دایره SWR مربوط به  $\bar{y}_L$  به اندازه  $d_1$  ساعتگرد و مشخص کردن  $\bar{y}_{d1}$
  - 4- انتقال دایره واحد 1 به اندازه  $d_2$  غیر ساعتگرد
  - 5- حرکت روی دایره حقیقی ثابت مربوط به  $\bar{y}_{d1}$  تا قطع کردن دایره انتقال یافته که  $\bar{y}_1$  بدست می آید.
- در این مسأله دایره حقیقی ثابت مربوط به  $\bar{y}_{d1}$  دایره انتقال یافته را قطع نمی کند پس با این مقادیر مسأله حل نمی شود.

## The Complete Smith Chart

Black Magic Design





### تمرین 1:

مقدار  $\bar{y}_L = 0.5 - j0.25$  در نظر بگیرید و مسأله را حل کنید.

اگر در مثال بالا دایره حقیقی ثابت  $\bar{y}_{d1}$  دایره ی انتقال یافته را قطع می کرد:

6- دو مقدار  $\bar{y}_1$  و  $\bar{y}_1'$  بدست می آمد.

7- از رابطه  $\bar{y}_1 = \bar{y}_{s1} + \bar{y}_{d1}$  مقدار  $\bar{y}_{s1}$  بدست می آید.

8- از روی  $\bar{y}_{s1}$  مقدار  $L_{s1}$  بدست می آید. برای محاسبه آن از سمت راست محور افقی تا محل  $\bar{y}_{s1}$  را ساعتگرد بدست می آوریم.

9- روی دایره SWR مربوط به  $\bar{y}_1$  ساعتگرد به اندازه  $d_2$  حرکت می کنیم مقدار  $\bar{y}_{d2}$  بدست می آید. حتماً  $\bar{y}_{d2}$  روی دایره 1 قرار دارد.

10- از روی رابطه  $\bar{y}_2 = \bar{y}_{s2} + \bar{y}_{d2}$  مقدار  $\bar{y}_{s2}$  بدست می آید.

11- از روی  $\bar{y}_{s2}$  طول  $L_{s2}$  و از روی  $\bar{y}_{s2}'$  طول  $L_{s2}'$  بدست می آید.

12- محل تقاطع دایره SWR مربوط به  $\bar{y}_1$  یا  $\bar{y}_{d2}$  با سمت راست محور افقی مقدار  $V_{SWR}$  بین دو استاب را مشخص می کند.

## تمرین 2:

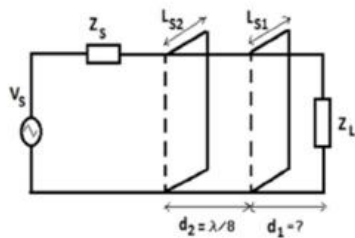
مقدار  $d_1$  و  $L_{S1}$  را بدست آورید و مقدار  $V_{SWR}$  بین دو شاخه را مشخص کنید.

$$Z_0 = 100$$

$$Z_L = 50 - j50$$

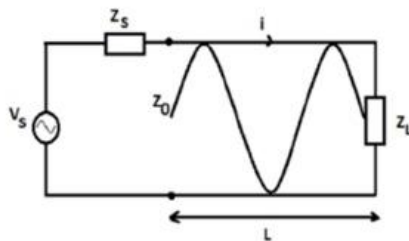
$$Z_{01} = 100\Omega$$

$$Z_{02} = 200\Omega$$



روابط و فرمول های درس خطوط انتقال:

یادآوری:



1- وقتی در اثر منبع ورودی  $V_s$  جریان  $i$  در مدار برقرار می شود. بین دو سیم امواج انتشار می یابد. اگر بار  $Z_L$  برابر با بار  $Z_0$  مدار باشد ( $Z_L = Z_0$ ) خط با بار تطبیق است. زیرا داریم:

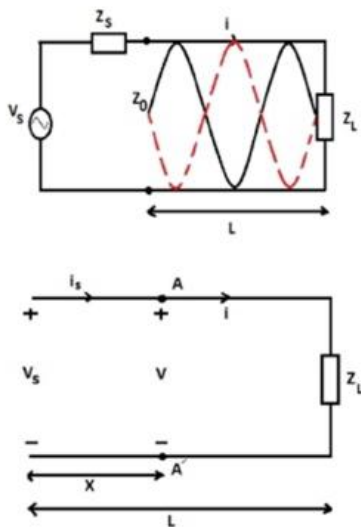
$$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{Z_0}{Z_0} = 1$$

وقتی تطبیق وجود دارد یعنی در مرکز دیاگرام اسمیت قرار داریم. روی خط موج انعکاسی نخواهیم داشت و فقط موج رفت وجود دارد.

2- طول خط بی نهایت است. در این حالت نیز خط با بار تطبیق است. یعنی در مرکز دیاگرام اسمیت قرار داریم و موج برگشت وجود ندارد.

طول خز بی نهایت مانند طول محدود  $L$  خط با بار  $Z_L = Z_0$  است.

3- طول خط محدود است و  $Z_L \neq Z_0$ . در این حالت انعکاس وجود دارد و در هر نقطه دلخواه روی خط باید روابط ولتاژ و جریان را بنویسیم.



از روی مدار  $V_s = V$  و  $i = i_s$  می باشد. ورودی مدار را در خطوط انتقال اصطلاحاً انتهای ارسال می گویند. اگر بخواهیم در یک نقطه دلخواه مثل نقطه A مقدار  $V$  و  $i$  را بدست آوریم از روابط زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \gamma^2 V$$

$$\frac{d^2 i}{dx^2} = \gamma^2 i$$

$$\gamma = \sqrt{zy} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

$$V = ae^{\gamma x} + be^{-\gamma x}$$

$$i = ce^{\gamma x} + de^{-\gamma x}$$

برای محاسبه ضرایب  $a, b, c, d$  از توابع هیپربولیک استفاده می کنیم. داریم:

$$e^{\gamma x} = \cosh[\gamma x] + \sinh[\gamma x] \quad , \quad \cosh[\gamma x] = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}$$

$$e^{-\gamma x} = \cosh[\gamma x] - \sinh[\gamma x] \quad , \quad \sinh[\gamma x] = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}$$

$$V = A \cosh[\gamma x] + B \sinh[\gamma x] \quad , \quad C = \frac{c + d}{2}$$

$$i = C \cosh[\gamma x] + D \sinh[\gamma x] \quad , \quad D = \frac{c - d}{2}$$

می توان ضرایب  $C, D$  را بر حسب  $A, B$  بدست آورد:

از روی مدار:

$$\text{if } x = 0 \rightarrow V = V_S \quad , \quad i = i_S$$

یعنی ابتدای ورودی باشد.

$$V_S = A \cosh[\gamma \times 0] + B \sinh[\gamma \times 0] \rightarrow V_S = A$$

اگر رابطه ی  $Z_0, A, B, C, D$  را بنویسیم خواهیم داشت:

$$i = \frac{-1}{Z_0} (A \sinh[\gamma x] + B \cosh[\gamma x])$$

$$\text{if } x = 0 \rightarrow V = V_S \quad , \quad i = i_S$$

$$i_S = \frac{-1}{Z_0} (A \sinh[\gamma \times 0] + B \cosh[\gamma \times 0]) \rightarrow i_S = \frac{-1}{Z_0} B \rightarrow B = -i_S \cdot Z_0$$

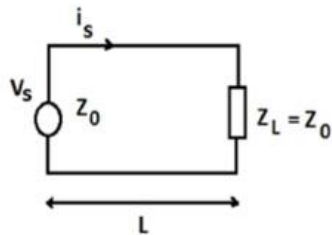
$$V = V_S \cosh[\gamma x] - i_S \cdot Z_0 \cdot \sinh[\gamma x]$$

$$i_S = \frac{-1}{Z_0} (V_S \sinh[\gamma x] - i_S \cdot Z_0 \cdot \cosh[\gamma x])$$

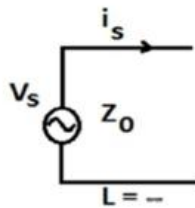
$$\Rightarrow i = \frac{-V_S}{Z_0} \sinh[\gamma x] + i_S \cosh[\gamma x]$$



1- اگر بار  $Z_L = Z_0$  باشد بار با خط تطبیق است. و انعکاس وجود ندارد.

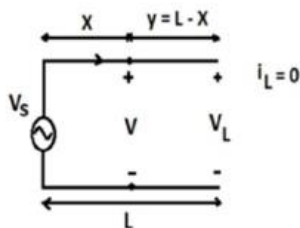


2- اگر طول خط  $L = \infty$  باشد باز بار با خط تطبیق است و انعکاس وجود ندارد.

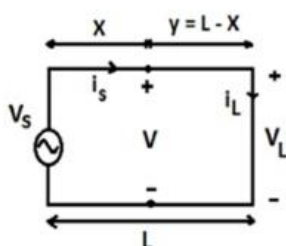


3- اگر طول خط محدود و برابر  $L$  باشد و آخر خط مدار باز باشد یعنی  $Z_L = \infty$ ، تطبیق وجود

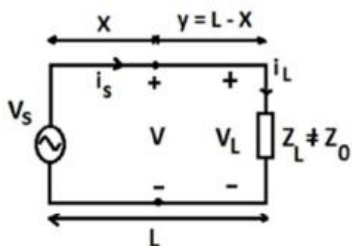
ندارد و باید با استاب آن را تطبیق کرد.



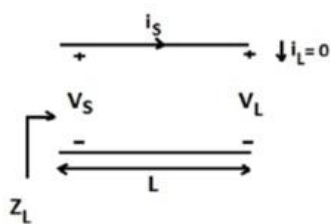
4- اگر طول خط محدود و برابر  $L$  باشد و آخر خط اتصال کوتاه باشد یعنی  $Z_L = 0$ ، تطبیق وجود ندارد و باید با استاب آن را تطبیق کرد.



5- اگر  $Z_L \neq Z_0$  و طول خط محدود و برابر  $L$  باشد، انعکاس وجود دارد و برای از بین بردن انعکاس باید از استاب استفاده کرد.



1- وقتی بار  $Z_L = \infty$  است یعنی انتهای خط مدار باز است می خواهیم امپدانس ورودی را بدست آوریم.



در رابطه ی  $i$  به جای  $X$  مقدار طول  $L$  و به جای  $i$  مقدار  $i_L$  قرار می دهیم خواهیم داشت:

$$i_L = \frac{-1}{Z_0} (-i_s \cdot Z_0 \cdot \cosh[\gamma L] + V_s \cdot \sinh[\gamma L])$$

$$0 = i_s \cdot \cosh[\gamma L] - \frac{V_s}{Z_0} \sinh[\gamma L]$$

$$Z_{in} = \frac{V_s}{i_s} = Z_0 \frac{\cosh[\gamma L]}{\sinh[\gamma L]} = Z_0 \coth[\gamma L]$$

$$Z_{in}(oc) = Z_0 \coth[\gamma L]$$

امپدانس ورودی وقتی آخر خط مدار باز است.

$$Z_{in}(oc) = Z_{oc} = Z_0 \coth[\gamma L]$$

2- در حالتی که آخر خط اتصال کوتاه است یعنی  $X = L$  و  $V_L = 0$  است در رابطه ی ولتاژ به جای  $V$  مقدار  $V_L = 0$  و به جای  $X$  مقدار  $L$  را قرار می دهیم.

خواهیم داشت:

$$V_L = V_s \cosh[\gamma L] - i_s \sinh[\gamma L]$$

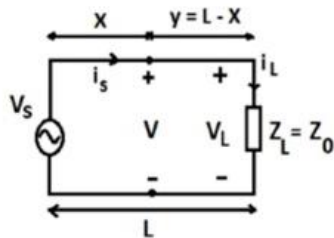
$$0 = V_s \cosh[\gamma L] - i_s \sinh[\gamma L]$$

$$\frac{V_s}{i_s}(sc) = \frac{Z_0 \sinh[\gamma L]}{\cosh[\gamma L]} = Z_0 \tanh[\gamma L] = Z_{sc}$$

$$Z_{sc} \cdot Z_{oc} = Z_0 \coth[\gamma L] \cdot \tanh[\gamma L] \rightarrow Z_0 = \sqrt{Z_{sc} \cdot Z_{oc}}$$

در حالتی که  $Z_L = Z_0$  است باید مجدداً روابط  $V$  و  $i$  روی هر نقطه دلخواه روی خط به فاصله  $X$  از منبع ورودی را بر حسب  $A$  و  $B$  بنویسیم.

در شکل زیر داریم:



$$V = A \cosh[\gamma x] + B \sinh[\gamma x]$$

$$i = \frac{-1}{Z_0} (A \sinh[\gamma x] + B \cosh[\gamma x])$$

با توجه به اینکه بار نامتقارن است باید  $A$  و  $B$  را بدست آوریم.

اگر رابطه اول برای محل بار بدست آوریم یعنی  $V = V_L$  و  $i = i_L$  باشد و  $x = L$  شود داریم:

$$V_L = A \cosh[\gamma L] + B \sinh[\gamma L]$$

$$i_L = \frac{-1}{Z_0} (A \sinh[\gamma L] + B \cosh[\gamma L])$$

برای محاسبه  $A$  و  $B$  رابطه  $V_L$  را در  $\frac{\cosh[\gamma L]}{Z_0}$  و  $i_L$  را در ضرب کرده و دو رابطه ی  $V_L$  و  $i_L$  را با هم جمع می کنیم:

$$A = V_L \cosh[\gamma L] + i_L \cdot Z_0 \sinh[\gamma L]$$

$$B = -(V_L \sinh[\gamma L] + i_L \cdot Z_0 \cosh[\gamma L])$$

این مقادیر  $A$  و  $B$  را در رابطه ی  $V$  و  $i$  قرار می دهیم خواهیم داشت:

$$i = \frac{V_L}{Z_0} \sinh[\gamma y] + i_L \cosh[\gamma L]$$

وقتی بار  $Z_L$  تطبیق نیست یعنی  $Z_L \neq Z_0$

محاسبه امپدانس ورودی وقتی بار تطبیق نیست

$$V_S = V_L \cosh[\gamma y] + i_L \cdot Z_0 \sinh[\gamma y]$$

$$i_S = \frac{V_L}{Z_0} \sinh[\gamma y] + i_L \cosh[\gamma L]$$

$$Z_{in} = \frac{V_S}{i_S} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh[\gamma L]}{Z_0 + Z_L \tanh[\gamma L]}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

اگر تلفات روی خط صفر باشد یعنی  $\alpha = 0$

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh[j\beta L]}{Z_0 + Z_L \tanh[j\beta L]} \xrightarrow{\tanh[j\beta L] = \tanh[\beta L]} Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh[\beta L]}{Z_0 + Z_L \tanh[\beta L]}$$

$$\gamma = \sqrt{RG + j\omega CR + j\omega LG - \omega^2 LC} = \alpha + j\beta \rightarrow j\beta = j\omega\sqrt{LC} \rightarrow \beta = \omega\sqrt{LC}, \omega = 2\pi f$$

رابطه امپدانس ورودی با ضریب انعکاس  $\Gamma$

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma e^{-2\gamma L}}{1 - \Gamma e^{-2\gamma L}}$$

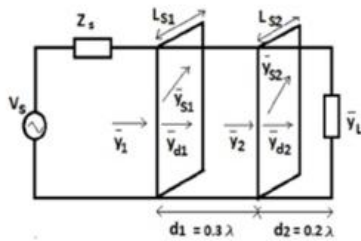
$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

## حل تمرین 1 جلسه نهم:

مقدار سوسپتانس های  $y_{S1}$  و  $y_{S2}$  را بدست آورید. همچنین مقدار  $V_{SWR}$  روی خط بین دو استاب را مشخص کنید.

$$\bar{y}_L = 0.5 - j0.25$$

$$Z_0 = Z_{01} = Z_{02} = 50\Omega$$



1- رسم دایره SWR مربوط به  $\bar{y}_L$  (دایره مشکی)

2- انتقال  $\bar{y}_L$  به اندازه  $0.2\lambda$  ساعتگرد و محاسبه  $y_{S2}$

$$y_{d2} = 0.95 + j0.8$$

3- برای محاسبه  $\bar{y}_2$  باید دایره انتقال یافته 1 را رسم می کنیم (دایره آبی) و به اندازه  $0.3\lambda$

ساعتگرد حرکت کنیم و روی دایره 0.95 ثابت حرکت کنیم تا دایره انتقال یافته را در دو

نقطه قطع کند. در این حالت  $\bar{y}_2$  و  $\bar{y}_2'$  بدست می آید.

$$\bar{y}_2 = 0.95 - j0.7$$

$$\bar{y}_2' = 0.95 + j0.04$$



4- از رابطه زیر  $y_{S2}^-$  بدست می آید:

$$\bar{y}_2 = y_{S2}^- + y_{d2}^- \rightarrow y_{S2}^- = \bar{y}_2 - y_{d2}^-$$

$$y_{S2}^- = 0.95 - j0.7 - 0.95 - j0.8 = -j1.5$$

از سمت راست محور افقی ساعتگرد تا  $y_{S2}^- = -j1.5$  طول  $L_{S2}$  را می دهد.

$$L_{S2} = 0.094$$

هم چنین برای محاسبه  $y_{S2}'^-$  از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$\bar{y}_2' = y_{S2}'^- + y_{d2}'^- \rightarrow y_{S2}'^- = \bar{y}_2' - y_{d2}'^- = -j0.76$$

از سمت راست محور افقی تا مقدار  $y_{S2}'^- = -j0.76$  ساعتگرد حرکت می کنیم مقدار بدست می آید.

$$L_{S2}' = 0.148\lambda$$

5- برای محاسبه  $y_{d1}^-$  ،  $\bar{y}_2$  را روی دایره SWR خودش به اندازه  $0.3\lambda$  ساعتگرد حرکت می

دهیم. حتماً روی دایره 1 واقع خواهد شد و از رابطه زیر  $y_{S1}^-$  را بدست می آوریم:

$$y_{d1}^- = 1 + j0.85$$

$$\bar{y}_1 = y_{S1}^- + y_{d1}^-$$

$$y_{S1}^- = 1 - 1 - j0.85 = -j0.85$$

از سمت راست محور افقی تا  $y_{S1}^- = -j0.85$  حرکت می کنیم بدست می آید.

$$L_{S1} = 0.138\lambda$$

هم چنین برای محاسبه  $y_{S1}'^-$  از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$\bar{y}_1' = y_{S1}'^- + y_{d1}'^- \rightarrow y_{S1}'^- = \bar{y}_1' - y_{d1}'^-$$

$$y_{d1}'^- = 1 - j0.1 \quad , \quad y_{S1}'^- = 1 - 1 + j0.1 = j0.1$$

از سمت راست محور افقی تا مقدار  $y_{S1}'^- = j0.1$  ساعتگرد حرکت می کنیم مقدار  $L_{S1}'$  بدست می آید.

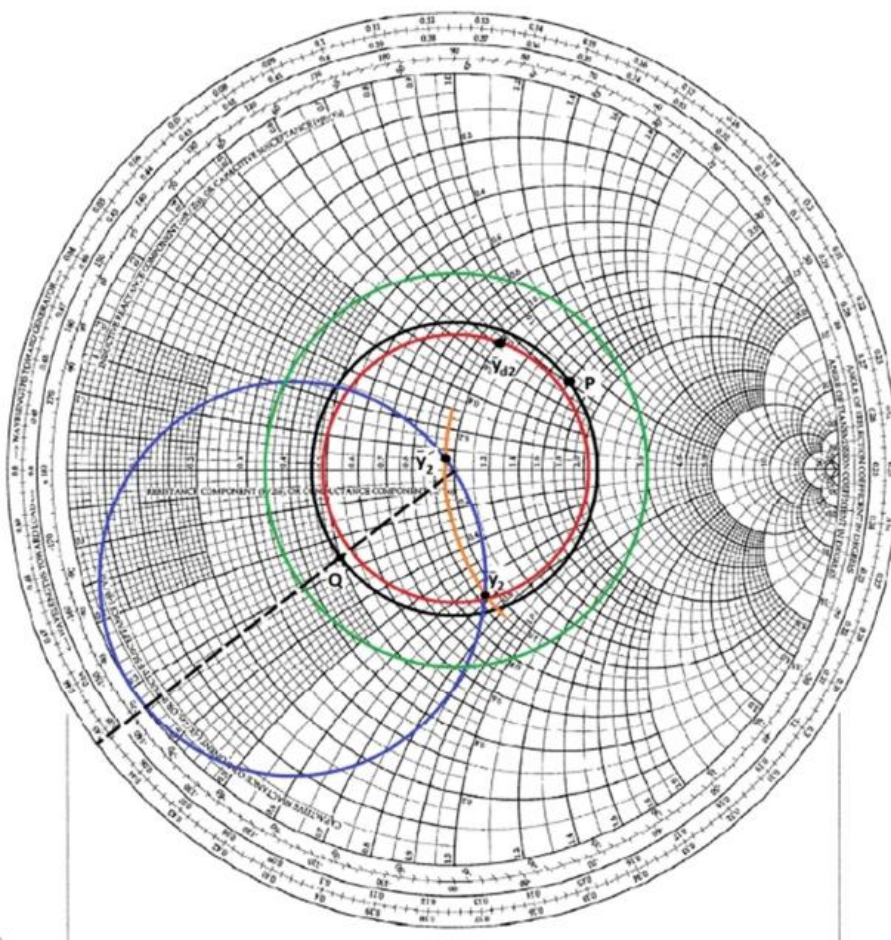
6- در این حالت  $V_{SWR}$  دو مقدار خواهد داشت یکی برای  $\bar{y}_2$  و یکی برای  $\bar{y}_2'$

که از محل برخورد دایره  $SWR$  با سمت راست محور افقی بدست می آید.

$$V_{SWR\bar{y}_2} = 2.2 \quad \text{و} \quad V_{SWR\bar{y}_2'} = 1.1$$

## The Complete Smith Chart

Black Magic Design



حل تمرین 2 جلسه نهم:

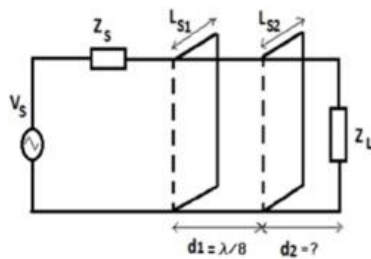
مقدار  $d_1$  و  $L_{S1}$  را بدست آورید و مقدار  $V_{SWR}$  بین دو شاخه را مشخص کنید.

$$Z_0 = 100$$

$$Z_L = 50 - j50$$

$$Z_{01} = 100\Omega$$

$$Z_{02} = 200\Omega$$



1- محاسبه  $\bar{Z}_L$

$$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{50 + j50}{100} = 0.5 + j0.5$$

2- محاسبه  $\bar{y}_L$  از روی دایره SWR مربوط به  $\bar{Z}_L$

$$\bar{y}_L = 1 - j$$

3- محاسبه  $\bar{y}_{S1}$  از روی  $L_{S1}$ ، از سمت راست محور افقی ساعتگرد حرکت می کنیم تا به  $L_{S1}$

برسیم. مقدار واقعی  $\bar{y}_{S1}$  بدست می آید.

$$L_{S1} \rightarrow \bar{y}_{S1}(\text{واقعی}) = -j1.4$$

$$\bar{y}_{S1}(\text{محاسباتی}) = \bar{y}_{S1}(\text{واقعی}) \times \frac{Z_{01}}{Z_0} = -j2.8$$

4- از رابطه  $\bar{y}_1 = \bar{y}_{S1} + \bar{y}_{d1}$  مقدار  $\bar{y}_{d1}$  بدست می آید.

$$\bar{y}_{d1} = \bar{y}_1 - \bar{y}_{S1} = 1 + j2.8$$

5- مقدار  $y_{d1}$  را از روی دایره SWR مربوط به خودش به اندازه  $\frac{\lambda}{8}$  غیر ساعتگرد حرکت می دهیم. مقدار  $y_2$  بدست می آید که حتماً روی دایره انتقال یافته 1 است.

$$\frac{\lambda}{8} = 0.125\lambda \rightarrow y_2 = 0.14 + j0.5$$

6- نقطه  $y_2$  حتماً روی دایره انتقال یافته 1 است.

7- برای محاسبه  $y_{d2}$  باید روی دایره حقیقی ثابت  $R=0.14$  حرکت کنیم تا دایره SWR مربوط به  $y_L$  را قطع کند.

8- در این مثال دایره حقیقی ثابت 0.14 ، دایره SWR مربوط به  $y_L$  را قطع نمی کند. بنابراین هیچ مقداری برای  $y_{d2}$  و  $y_{s2}$  وجود ندارد اما اگر قطع می کرد دو مقدار  $y_{d2}$  و  $y_{d2}'$  بدست می آمد.

## The Complete Smith Chart

Black Magic Design

