

به نام خدا

شنبه ۲۱ فروردین ۱۳۹۵
hnaderi268.blog.ir
hnaderi268@gmail.com

حسین نادری
دانشجوی علوم کامپیوتر
صنعتی شریف

سری سوالات دهم

۱ تعداد زیرمجموعه های ۳۱ عضوی مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 5555\}$ که مجموع اعضایشان به پیمان ۵ برابر یک می شود را بیابید.

۲ یک نوار ناحیه ی بین دو خط موازی روی صفحه است. ثابت کنید نمی توان تمام صفحه را با نوار هایی که مجموع عرض هایشان متناهی باشد، پوشاند.

۳ نشان دهید هر گراف ساده را می توان طوری روی صفحه اقلیدسی نشان داد که اولاً یال های مرسوم بین دو راس به صورت پاره خطی صاف باشند و ثانیاً طول تمامی یال ها عددی طبیعی باشد و در ضمن هیچ سه رأسی نباید هم خط شوند.^۱

۳ اگر یک دسته ورق را به ۱۳ دسته دلخواه ۴ تایی افزایش دهیم، آیا می توان از هر دسته یک کارت انتخاب کرد و مجموعه کارت های انتخاب شده اعداد ۱ تا ۲۱۳ را تشکیل بدهند.

۴ در این سری و سری سوالات قبل به شرط هال و سوالاتی مطرح شده از آن اشاره شده بود. تا به حال در مورد وجود جوسازی بحث شده بود، اگر بخواهیم جوسازی پیدا کنیم چه می شود؟ علاوه بر این که شرط هال یک جوسازی کامل ارائه نمی دهد، زمان چک کردن از مرتبه نمایی دارد. پس سعی کنید یک الگوریتم بهتر ارائه دهید یا در موردش در وب جست و جو کنید.

در یکی از الگوریتم های یافتن جوسازی سعی می شود، به صورت تصادفی تصادفی رئوس را با یک دیگر جور کرد تا جایی که دیگر نتوان جوسازی را گسترش داد. یک نتیجه ابتدایی که با در نظر گرفتن شرط هال می توان به آن رسید این است که هر جوسازس گسترش نا پذیر از یک گرافی که جوسازی کامل داشته باشد، بیش از $\lfloor n/2 \rfloor$ راس در هر بخش دارد.

حال به سوال زیر پاسخ دهید:

آیا گرافی که جوسازی کامل ندارد، لزومن جوسازی گسترش ناپذیری دارد که کمتر از $\lfloor n/2 \rfloor$ راس در هر بخش داشته باشد.

^۱ در سری ۳ به نحوی دیگر به این سوال اشاره شده بود ولی این سوال و یک راه حل جدید را نگارنده از یاشار طالبی راد شنیده است.
^۲ فرض کنید صورت ها هم به صورت عدد اند.