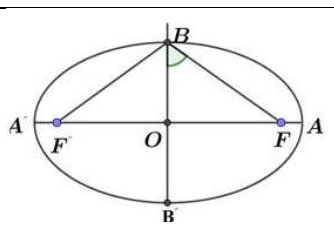


باسمه تعالی

| سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه                        |  | رشته: ریاضی و فیزیک      |  | ساعت شروع: ۸ صبح            |  | مدت امتحان:   |      |
|---|--|--------------------------|--|-----------------------------|--|---------------|------|
| نام و نام خانوادگی:                                   |  | سال دوازدهم آموزش متوسطه |  | تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸      |  | تعداد صفحه: ۲ |      |
| جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ |  |                          |  | طراح سوال: سمیه جلایری نژاد |  |               |      |
| ردیف  | سؤالات (پاسخ نامه دارد)  |                          |  |                             |  |               | نمره |
| ۱   | <p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) اگر <math>A</math> ماتریسی <math>2 \times 2</math> باشد و در عددی حقیقی مانند <math>k</math> ضرب شود، دترمینان آن هم در همان عدد <math>k</math> ضرب می شود.</p> <p>(ب) اگر صفحه <math>P</math> بر محور یک سطح مخروطی عمود باشد و از راس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است.</p> <p>(پ) ضرب خارجی دو بردار، خاصیت جابجایی ندارد.</p> <p>(ت) برای سه بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> و <math>\vec{c}</math> همواره از تساوی <math>\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}</math> می توان نتیجه گرفت <math>\vec{b} = \vec{c}</math>.</p> |                          |  |                             |  |               | ۱    |
| ۲   | <p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>(الف) حاصل <math>\begin{vmatrix} \sin \alpha &amp; \cos \alpha \\ \cos \alpha &amp; -\sin \alpha \end{vmatrix}</math> برابر است با .....</p> <p>(ب) اگر در بیضی خروج از مرکز آن برابر صفر شود بیضی تبدیل به یک ..... می شود.</p>  |                          |  |                             |  |               | ۰/۵  |
| ۳   | <p>به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید.</p> <p>(الف) در چه صورتی ضرب دو ماتریس <math>A \times B</math> قابل تعریف است؟</p> <p>(ب) مکان هندسی همه دایره هایی به شعاع ثابت <math>r</math> که بر دایره <math>C(O, r)</math> در صفحه این مماس خارجی اند.</p>   |                          |  |                             |  |               | ۱    |
| ۴   | <p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} a &amp; 3 \\ 5 &amp; a+2 \end{bmatrix}</math> مقدار <math>a</math> را طوری بدست آورید که ماتریس <math>A + 2I</math> وارون پذیر نباشد.</p>   |                          |  |                             |  |               | ۱/۵  |
| ۵   | <p>دستگاه <math>\begin{cases} x + 3y = 5 \\ -2x - 6y = 1 \end{cases}</math> چند جواب دارد؟ چرا؟</p>  |                          |  |                             |  |               | ۰/۵  |
| ۶   | <p>معادله خط مماس بر دایره <math>x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3</math> در نقطه <math>A(2, 3)</math> روی دایره را بنویسید.</p>   |                          |  |                             |  |               | ۱/۲۵ |
| ۷   | <p>در یک بیضی اندازه قطر بزرگ برابر ۸ و فاصله کانونی برابر ۶ است. اندازه قطر کوچک بیضی را بدست آورید.</p>  |                          |  |                             |  |               | ۱    |
| ۸   | <p>در بیضی زیر طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه <math>\widehat{FBF'}</math> چند درجه است؟</p>   |                          |  |                             |  |               | ۱/۵  |
| ۹   | <p>مختصات کانون و همچنین معادله سهمی را به راس <math>A = (4, 6)</math> و خط هادی <math>x = 9</math> بنویسید.</p>   |                          |  |                             |  |               | ۱/۷۵ |
| ۱۰  | <p>سهمی <math>y^2 - 8x - 8 = 0</math> مفروض است. با یافتن مختصات راس، کانون و خط هادی و همچنین محل برخورد سهمی با محورهای مختصات، نمودار آن را رسم کنید.</p>   |                          |  |                             |  |               | ۲    |
| ۱۱  | <p>فرض کنید مسیر فرود هواپیمایی (خط فرود) در جهت بردار <math>\vec{L}</math> و حداکثر نیروی قابل کنترل در لحظه ی فرود با اندازه این بردار برابر باشد. همچنین باد نیرویی در جهت بردار <math>\vec{W}</math> به هواپیما وارد می کند. در وضعیت زیر خلبان، هواپیما را در هنگام فرود در جهت کدام بردارهای داده شده می تواند قرار دهد تا یک فرود ایمن داشته باشد؟ چرا؟</p>   |                          |  |                             |  |               | ۱    |

| سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه  | رشته: ریاضی و فیزیک  | ساعت شروع: ۸: صبح      | مدت امتحان:   |
|---|--|------------------------|---------------|
| نام و نام خانوادگی:   | سال دوازدهم آموزش متوسطه   | تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸ | تعداد صفحه: ۲ |
| جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷   طراح سوال: سمیه جلایری نژاد |  |                        |               |
| ردیف  | سؤالات (پاسخ نامه دارد)  |                        |               |
| ۱   | دو بردار $\vec{a} = 2i - j + 2k$ و $\vec{b} = i - j$ را در نظر بگیرید. مطلوبست:<br>الف) طول بردار $\vec{a}$<br>ب) $r\vec{a} - \vec{b}$ ( $r = -2$ )  |                        |               |
| ۱/۷۵  | مقدار $m$ را طوری بدست آورید که زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (m, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ برابر ۴۵ درجه باشد.   |                        |               |
| ۱/۵   | الف) دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را طوری رسم کنید که $\vec{a} \cdot \vec{b} = - \vec{a}  \vec{b} $<br>ب) ثابت کنید دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ .  |                        |               |
| ۲/۷۵  | بردارهای $\vec{a} = (2, 1, 4)$ و $\vec{b} = (0, 1, 3)$ و $\vec{c} = (-2, 4, 3)$ مفروض اند.<br>الف) تصویر قائم بردار $\vec{a} + \vec{b}$ را روی امتداد بردار $\vec{c}$ تعیین کنید.<br>ب) حجم متوازی السطوح تولید شده توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ را محاسبه کنید.<br>پ) آیا سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه قرار دارند؟ چرا؟ |                        |               |

باسمه تعالی

| سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه                        |   | رشته: ریاضی و فیزیک         |         | ساعت شروع: ۸ صبح       |                | مدت امتحان:   |      |
|---|---|-----------------------------|---------|------------------------|----------------|---------------|------|
| نام و نام خانوادگی:                                   |   | سال دوازدهم آموزش متوسطه    |         | تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸ |                | تعداد صفحه: ۲ |      |
| جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ |   | طراح سوال: سمیه جلایری نژاد |         |                        |                |               |      |
| ردیف  | پاسخنامه  |                             |         |                        |                |               | نمره |
| ۱   | الف) نادرست   | ب) درست                     | پ) درست | ت) نادرست              | (هر مورد ۰/۲۵) |               | ۱    |
| ۲   | الف) ۱-   | ب) دایره                    |         | (هر مورد ۰/۲۵)         |                |               | ۰/۵  |
| ۳   | الف) در صورتی که تعداد ستون های ماتریس A با تعداد سطرها ی ماتریس B برابر باشد. (۰/۵)<br>ب) دایره ای به مرکز O و شعاع $r + \hat{r}$ (۰/۵)  |                             |         |                        |                |               | ۱    |
| ۴   | $A + 2I = \begin{bmatrix} a & 3 \\ 5 & a+2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+2 & 3 \\ 5 & a+4 \end{bmatrix}$ $ A + 2I  = 0 \quad (0/25) \Rightarrow (a+2)(a+4) - 15 = 0 \quad (0/25)$ $a = 1, a = -7 \quad (0/5)$  |                             |         |                        |                |               | ۱/۵  |
| ۵   | (۰/۲۵) $\frac{-1}{2} = \frac{3}{-6} \neq \frac{5}{1}$ ، یعنی دو خط موازی اند. بنابراین دستگاه جواب ندارد. (۰/۲۵)  |                             |         |                        |                |               | ۰/۵  |
| ۶   | $O = (1,1) \quad (0/25)$ $m_{OA} = \frac{3-1}{2-1} = 2 \quad (0/25)$ $m_a = \frac{-1}{2} \quad (0/25)$ $y - 3 = \frac{-1}{2}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{-1}{2}x + 4 \quad (0/5)$  |                             |         |                        |                |               | ۱/۲۵ |
| ۷   | $2a = 8 \Rightarrow a = 4 \quad (0/25)$ $2c = 6 \Rightarrow c = 3 \quad (0/25)$ $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{7} \quad (0/25) \Rightarrow$ قطر کوچک $= 2\sqrt{7} \quad (0/25)$   |                             |         |                        |                |               | ۱    |
| ۸   |  $a = 2b, a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 4b^2 = b^2 + c^2 \quad (0/25) \Rightarrow c = \sqrt{3}b \quad (0/25)$ $\tan(\widehat{OBF}) = \frac{OF}{OB} = \frac{\sqrt{3}b}{b} = \sqrt{3} \quad (0/5)$ $\widehat{OBF} = 60^\circ \quad (0/25) \Rightarrow \widehat{FBF'} = 120^\circ \quad (0/25)$   |                             |         |                        |                |               | ۱/۵  |
| ۹   | با توجه به جایگاه راس و خط هادی سهمی در دستگاه مختصات داریم: (۰/۵) $a = 5 - 2 = 3$<br>مختصات کانون سهمی: $F = (2 - 3, 3) = (-1, 3) \quad (0/5)$<br>دهانه سهمی رو به چپ است زیرا کانون سمت چپ راس واقع شده است. (۰/۲۵)<br>بنابراین معادله سهمی به صورت مقابل است: (۰/۵) $(y - 3)^2 = -12(x - 2)$   |                             |         |                        |                |               | ۱/۲۵ |
| ۱۰  | $y^2 - 8x - 8 = 0 \Rightarrow y^2 = 8x + 8 \Rightarrow y^2 = 8(x + 1) \quad (0/25)$<br>راس سهمی $A = (-1, 0) \quad (0/25)$<br>دهانه سهمی رو به راست است و داریم: (۰/۲۵) $4a = 8 \Rightarrow a = 2$<br>کانون سهمی: $F = (a + h, k) = (1, 0) \quad (0/25)$<br>معادله خط هادی: $x = -a + h = -3 \quad (0/25)$<br>محل برخورد با محور طول ها همان راس سهمی است و محل برخورد با محور عرض ها:<br>$x = 0 \Rightarrow y^2 - 8 = 0 \Rightarrow y = \pm\sqrt{8} \quad (0/5)$<br>رسم شکل (۰/۲۵) |                             |         |                        |                |               | ۲    |

| سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه   | رشته: ریاضی و فیزیک   | ساعت شروع: ۸ صبح       | مدت امتحان:   |
|--|---|------------------------|---------------|
| نام و نام خانوادگی:  | سال دوازدهم آموزش متوسطه  | تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸ | تعداد صفحه: ۲ |
| جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طرح سوال: سمیه جلاپری نژاد |   |                        |               |
| ردیف   | پاسخنامه  | نمره                   |               |
| ۱۱   | <p>در حالت (ج) فرود ایمن است.</p> <p>بردار برآیند در جهت <math>\vec{a}</math> است و اندازه آن کمتر از <math>\vec{a}</math> است. بنابراین <math>\vec{a}</math> فرود ایمن است.</p> <p>بردار برآیند در جهت <math>\vec{a}</math> نیست و هواپیما از باند فرود خارج می‌شود (خروج از پایین باند)</p> <p>بردار برآیند در جهت <math>\vec{a}</math> نیست و هواپیما از باند فرود خارج می‌شود (خروج از بالای باند)</p>  | ۱                      |               |
| ۱۲   | <p>الف) <math>a = (2, -1, 2) \rightarrow  \vec{a}  = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3 \quad (0/5)</math></p> <p>ب) <math>-2\vec{a} + \vec{b} = (-4, 2, -4) + (1, -2, 0) = (-3, 1, -4) \quad (0/5)</math></p>  | ۱                      |               |
| ۱۳   | <p><math> \vec{a}  = \sqrt{m^2 + 1 + 4} = \sqrt{m^2 + 5} \quad (0/25)</math></p> <p><math> \vec{b}  = \sqrt{1 + 1 + 0} = \sqrt{2} \quad (0/25)</math></p> <p><math>\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a}  \vec{b} } \quad (0/25) \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{m+1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{m^2+5}} \quad (0/25)</math></p> <p><math>m + 1 = \sqrt{m^2 + 5} \quad (0/25) \Rightarrow m^2 + 5 = m^2 + 2m + 1 \quad (0/25)</math></p> <p><math>\Rightarrow m = 2 \quad (0/25)</math></p>   | ۱/۷۵                   |               |
| ۱۴   | <p><math>\theta = \pi</math></p> <p>الف) <math>(0/25)</math></p> <p>ب) <math>\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow  \vec{a} \times \vec{b}  = 0 \Leftrightarrow  \vec{a}  \vec{b} \sin\theta = 0 \Leftrightarrow \sin\theta = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \theta = 0 \text{ یا } \theta = \pi \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}</math></p> <p><math>(0/5)</math></p>   | ۱/۵                    |               |
| ۱۵   | <p>الف) <math>\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (2, 2, 7) \quad (0/25)</math></p> <p>تصویر قائم بردار <math>\vec{u}</math> بر امتداد بردار <math>\vec{c}</math>: <math>\vec{u} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{c}}{ \vec{c} ^2} \vec{c} \quad (0/25)</math></p> <p><math>\vec{u} \cdot \vec{c} = -4 + 8 + 0 = 4 \quad (0/25)</math> و <math> \vec{c}  = \sqrt{4 + 16 + 0} = \sqrt{20} \quad (0/25)</math></p> <p><math>\vec{u} = \frac{4}{20}(-2, 4, 0) = \left(-\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, 0\right) \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>(0/25) \quad V =  \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) </math></p> <p><math>\vec{b} \times \vec{c} = (-9, -6, -2) \quad (0/25)</math></p> <p><math>\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = -18 - 6 - 8 = -32 \quad (0/25)</math></p> <p><math>V =  -32  = 32 \quad (0/25)</math></p> <p>پ) خیر، زیرا در صورتی سه بردار در یک صفحه قرار دارند که حجم متوازی السطوح تولید شده توسط این سه بردار، برابر صفر باشد. <math>(0/5)</math></p> | ۲/۷۵                   |               |