

گزینه ۳

۱

جسم لزوماً در جهت برآیند نیروهای وارد بر آن حرکت نمی‌کند مانند جسمی که از سطح زمین و با زاویه نسبت به افق پرتاب شود. در طول مسیر منحنی این پرتابه برآیند نیروهای وارد بر آن وزن جسم است که جهت آن در هر لحظه، عمودی و روبه‌پایین است. تغییر بردار سرعت هر متحرکی در جهت شتاب و در نتیجه در جهت برآیند نیروهای وارد بر متحرک خواهد بود.

گزینه ۳

۲

هنگامی که بار اول نخ را به آرامی پایین می‌کشیم و به تدریج نیرو را افزایش می‌دهیم، نیروی وزن وزنه در راستای پایین به ما کمک می‌کند و در نهایت نخ از بالای وزنه پاره می‌شود؛ اما در بار دوم وقتی به صورت ضربه‌ای و در یک لحظه نخ را به پایین می‌کشیم، باتوجه به قانون لختی، وزنه با تغییر ناگهانی سرعت مخالفت می‌کند و نیروی لحظه‌ای باعث می‌شود نخ از پایین وزنه پاره شود.

گزینه ۱

۳

اگر نیروی متوسط کمتر از وزن گلوله باشد، گلوله شتاب مثبت می‌گیرد و سرعتش زیاد می‌شود. اگر برابر وزن گلوله باشد، سرعت گلوله ثابت می‌ماند و هرگز نمی‌ایستد. پس باید بیشتر از وزن گلوله باشد تا گلوله شتاب منفی بگیرد و متوقف شود.

گزینه ۳

۴

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{6}{4} = 1.5 \text{ m/s}^2$$

چون خلاف جهت است منفی می‌شود.

$$v_1 = 9 \text{ m/s} \quad , \quad v_2 = -18 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = -18 - 9 = -27 \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v = -27 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -1.5 = -\frac{27}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{27}{1.5} = \frac{54}{3} = 18 \text{ s}$$

طبق قانون دوم نیوتون  $\vec{F} = m\vec{a}$  دو بردار نیروی برآیند (خالص) وارد بر جسم و بردار شتاب جسم هم‌علامت و هم‌جهت هستند ضمناً بردار شتاب جسم نیز طبق رابطه

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

با بردار تغییرات سرعت جسم هم‌علامت و هم‌جهت است و نه الزاماً با بردار سرعت جسم پس عبارت (الف) صحیح ولی عبارت (ب) غلط است. عبارت (پ) نیز الزاماً صحیح نمی‌باشد. مثلاً در چرخش جسمی با تندی ثابت حول مرکز یک دایره، هرچند تندی جسم ثابت است ولی چون جهت آن تغییر کرده پس بردار سرعت نیز متغیر بوده و حرکت شتابدار است در نتیجه برآیند نیروها صفر نمی‌باشد.

عبارت (ت) نیز غلط است مثلاً در حرکت ماه به دور زمین، برآیند نیروهای وارد بر ماه به سمت کره زمین است ولی راستای حرکت ماه در مداری حول زمین صورت می‌پذیرد.

جمله (ج) صحیح ولی جمله (ث) غلط است چراکه هرچند نیروهای کنش و واکنش هم‌اندازه و هم‌راستا و هم‌نوع هستند ولی چون به دو جسم مختلف وارد می‌شوند نمی‌توان از آن‌ها برآیند گرفت.

اگر نیروی  $F$  را به تدریج زیاد کنیم، کشش در نقطه  $C$  بیشتر از نقاط دیگر طناب بوده و طناب از نقطه  $C$  پاره می‌شود. ولی اگر نیروی  $F$  را بسیار سریع افزایش دهیم، جرم  $m$  فرصت کافی برای شتاب گرفتن نداشته و جابه‌جا نمی‌شود. پس کشش در طناب نمی‌تواند در این مدت زیاد شود. بنابراین طناب از نقطه  $A$  پاره خواهد شد.

$$\begin{cases} 10 - f_k = 2m \\ 20 - f_k = 7m \end{cases} \Rightarrow 10 = 5m \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

باتوجه به سرعت‌های داده شده تغییر سرعت هر جعبه تا لحظه سکون برابر است با:

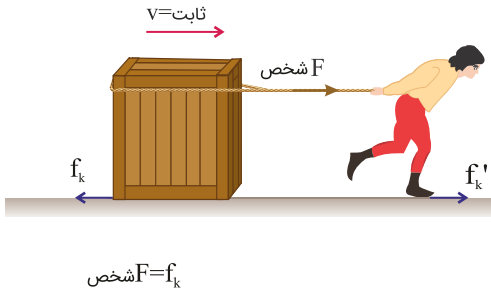
$$\Delta v_A = -2 \text{ m/s}, \Delta v_B = -4 \text{ m/s}, \Delta v_C = -6 \text{ m/s}$$

باتوجه به رابطه شتاب  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  می‌بینیم که در بازه زمانی مساوی شتاب  $C$  از همه بیشتر است. در نتیجه باتوجه به یکسان بودن جعبه‌ها و قانون دوم نیوتن  $F = ma$  نیروی لازم برای متوقف کردن جعبه‌ها به شکل  $F_C > F_B > F_A$  است.

شخص برای جلو رفتن، نیرویی به سمت چپ به قایق وارد می‌کند و قایق به چپ خواهد رفت.

$$F_{\text{شخص}} = F_{\text{قایق}} \Rightarrow m_{\text{شخص}} \times a_{\text{شخص}} = m_{\text{قایق}} \times a_{\text{قایق}}$$

$$50 \times 4 = 100 \times a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$



در شکل،  $F$  نیرویی است که شخص به جعبه وارد می‌کند تا بر اصطکاک  $f$  که بین جعبه و سطح زمین است، غلبه کند. شخص نیز با سطح زیر پایش اصطکاک دارد. نیروی بین پاهای شخص و سطح را با  $f'$  نشان می‌دهیم. این نیرو در جهت حرکت شخص بر آن وارد می‌شود، چون در غیاب اصطکاک، شخص نمی‌تواند به حرکت درآید. باتوجه به ثابت بودن سرعت شخص و جعبه داریم  $F = f$  و  $F = f'$ . نیرویی که شخص به جعبه و سطح زمین وارد می‌کند برابر است با  $F - f'$ ، که باتوجه به یکسان بودن اندازه  $f'$  و  $F$  این برآیند برابر با صفر است.

اندازه برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{\text{net}} = ma = 4 \times 2 = 8 \text{ N} \xrightarrow{(F_1=12 \text{ N})} F_{\text{net}} = \frac{2}{3} F_1$$

چون جسم در خلاف جهت نیروی  $F_1$  شروع به حرکت می‌کند،  $F_{\text{net}}$  در خلاف جهت  $F_1$  به جسم وارد می‌شود:

$$\vec{F}_{\text{net}} = -\frac{2}{3} \vec{F}_1$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow -\frac{2}{3} \vec{F}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\frac{5}{3} \vec{F}_1 \Rightarrow |\vec{F}_2 + \vec{F}_3| = \left| -\frac{5}{3} \vec{F}_1 \right|$$

علامت منفی اندازه بردار را تغییر نمی‌دهد ( $|-a| = |a|$ ): پس:

$$|\vec{F}_2 + \vec{F}_3| = \frac{5}{3} |\vec{F}_1| = \frac{5}{3} \times 12 = 20 \text{ N}$$

$F_1$  که کنار می‌رود،  $F_2$  و  $F_3$  نیرویی با مقدار فوق را به جسم وارد می‌کند که در اثر آن جسم با شتاب  $5 \text{ m/s}^2$  به حرکت خود ادامه می‌دهد:

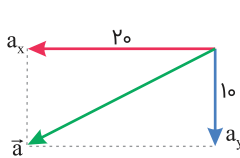
$$a = \frac{|\vec{F}_2 + \vec{F}_3|}{m} = \frac{20}{4} = 5 \text{ m/s}^2$$

بررسی تک تک عبارت‌ها:

نیروهای عمل و عکس‌العمل هم‌اندازه‌اند ولی چون در جهات مختلف وارد می‌شوند بردارهایی برابر نیستند؛ پس عبارت (الف) غلط است.

عمل و عکس‌العمل به دو جسم مختلف وارد می‌شوند؛ پس برآیندی ندارد و عبارات (ب) و (پ) نیز غلط هستند.

عمل و عکس‌العمل هم‌راستا هستند ولی هم‌جهت نیستند؛ پس عبارت (ت) هم غلط است و فقط عبارت (ث) صحیح است.

$$mg = \lambda \Rightarrow m = 0.8 \text{ kg}$$


$$10 \vec{F} = -20\vec{i} - 10\vec{j} = m\vec{a} = 0.8\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -25\vec{i} - 10\vec{j}$$

$$a = \sqrt{(-25)^2 + (-10)^2} = 5\sqrt{29} \text{ m/s}^2$$

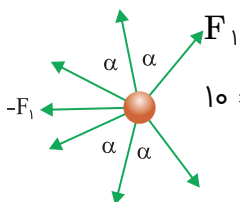
$$\left. \begin{array}{l} \text{در راستای x: } F_x = -2b + a \\ F_x = ma_x = 2 \times 0 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -2b + a = 0 \Rightarrow a = 2b$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{در راستای y: } f_y = 3a + b \\ F_y = ma_y = 2 \times 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 3a + b = 2$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{5}, \quad b = \frac{2}{5}$$

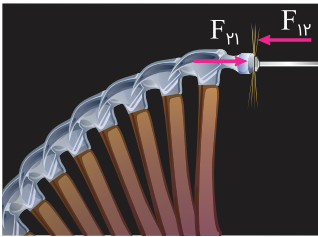
نکته: با کاهش زاویه بین دو بردار، برآیند آن‌ها افزایش می‌یابد. پس طبق رابطه  $a = \frac{F_{\text{net}}}{m}$  با افزایش برآیند نیروها ( $F_{\text{net}}$ )، شتاب جسم نیز افزایش خواهد یافت.

حذف نیروی  $F_1$  مانند این است که نیروی  $-F_1$  را مطابق شکل زیر به جسم وارد کنیم. از آنجایی که جسم در ابتدا در حالت تعادل است، برآیند  $\gamma$  نیرو در حالت اولیه برابر با صفر است. پس شتاب جسم در جهت نیروی  $-F_1$  بوده و شتاب جسم برابر می‌شود با:



$$10 = 2a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

در لحظه برخورد چکش با میخ بردار سرعت لحظه‌ای و نیروی  $F_{۱۲}$  (عکس‌العمل نیروی چکش به میخ که به چکش وارد می‌شود) در خلاف جهت هم خواهند بود:



$$F = ma \Rightarrow -۲۰ = \frac{1}{۲}a \Rightarrow a_{\text{کندشونده}} = -۴۰ \text{ m/s}^2$$

در لحظه برخورد چکش به میخ، سرعت چکش  $۱۰ \text{ m/s}$  و در پایان نیز چکش باید متوقف شود:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -۴۰t + ۱۰ \Rightarrow t = \frac{1}{۴} \text{ s} = ۲۵۰ \text{ ms}$$

$$|\Sigma \vec{F}| = |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| + |\vec{F}_3| \Rightarrow \Sigma \vec{F}_{\text{max}} = ۱۵ \text{ N}$$

در مورد برآیند سه بردار (نیرو) می‌توان گفت:

بیشینه: در حالتی رخ می‌دهد که بردارها در یک جهت باشند.

کمینه: اگر سه بردار تشکیل مثلث بدهند. (مجموع اندازه هر دو بردار از بردار سوم بیشتر شود)

می‌توان نتیجه گرفت که کمترین مقدار برآیند این بردارها می‌تواند صفر باشد. که در این سؤال این شرط برقرار است. بنابراین:

$$\Sigma \vec{F}_{\text{min}} = 0$$

باتوجه به توضیحات می‌توان گفت:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_{\text{max}} = m\mathbf{a}_{\text{max}} \Rightarrow ۱۵ = ۱ \times \mathbf{a}_{\text{max}} \Rightarrow \mathbf{a}_{\text{max}} = ۱۵ \text{ m/s}^2 \\ \vec{F}_{\text{min}} = m\mathbf{a}_{\text{min}} \Rightarrow 0 = ۱ \times \mathbf{a}_{\text{min}} \Rightarrow \mathbf{a}_{\text{min}} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{a}_{\text{max}} - \mathbf{a}_{\text{min}} = ۱۵$$

مفهوم تعادل چنین است که برآیند نیروهای وارد بر یک جسم یا مجموعه برابر با صفر باشد. اگر جسمی در حال تعادل باشد، یا ساکن است و یا بردار سرعت در آن ثابت می‌ماند. به این معنا که جهت و اندازه سرعت نباید تغییر کند. در گزینه‌های (۲) و (۳) جهت سرعت در حال تغییر بوده و در گزینه (۴) نیروی وزن به توپ وارد می‌شود. پس فقط گزینه (۱) درست خواهد بود.

طبق قانون دوم نیوتون اگر نیروی  $F$  به جرم  $m$  شتاب  $a$  بدهد داریم:

$$F = ma$$

پس هرگاه نیروی  $۲F$  به جرم  $m'$  شتاب  $۶a$  می‌دهد می‌توان نوشت:

$$۲F = m' \times ۶a$$

$$F = ma \Rightarrow m = \frac{F}{a}$$

$$۲F = m' \times ۶a \Rightarrow m' = \frac{F}{۳a}$$

در حالت آخر که نیروی  $۴F$  به مجموع جرم‌ها وارد می‌شود می‌توان نوشت:

$$۴F = (m + m')a' \Rightarrow ۴F = \left(\frac{F}{a} + \frac{F}{۳a}\right) \times a'$$

$$۴F = \frac{۴F + F}{۳a} \times a' \Rightarrow a' = ۳a$$

قانون دوم نیوتون را دو بار برای این جسم می‌نویسیم:

$$F_{\text{net}} = ma \begin{cases} F_{\text{net}_y} = ma_y \\ F_{\text{net}_x} = ma_x \end{cases}$$

این دو معادله را از هم کم می‌کنیم:

$$F_{\text{net}_y} - F_{\text{net}_x} = ma_y - ma_x \Rightarrow \Delta F_{\text{net}} = m\Delta a \xrightarrow[\Delta a = ۵ \text{ m/s}^y]{\Delta F_{\text{net}} = ۲۰ \text{ N}} ۲۰ = m \times ۵$$

$$\Rightarrow m = ۴ \text{ kg}$$

قانون دوم نیوتون را به صورت برداری می‌نویسیم:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_y = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_1 + ۲\vec{i} - ۶\vec{j} = ۲\left(\frac{\vec{v}_y - \vec{v}_1}{\Delta t}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 + ۲\vec{i} - ۶\vec{j} = ۲\left(\frac{-۶\vec{i}}{۴}\right) \Rightarrow \vec{F}_1 = -۶\vec{i} + ۶\vec{j}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_1| = \sqrt{(-۶)^2 + ۶^2} = ۶\sqrt{۲} \text{ (N)}$$

نیروی اصطکاک بین کاغذ و توپ، به توپ در جهت راست وارد شده و باعث شتاب گرفتن توپ به سمت راست خواهد شد.

یکایک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینه (۱): هر حرکتی بر مسیر منحنی شتابدار است (چون جهت بردار سرعت تغییر می‌کند) و در هر حرکت شتابداری نیرویی دخالت دارد.

گزینه (۲): طبق قانون اول نیوتون، اگر برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر باشد، جسم به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می‌دهد. مسیر ادامه حرکت یک جسم مستلزم وارد آوردن نیرو به آن نیست.

گزینه (۳): نیروسنج (نه ترازو!)

گزینه (۴): بله؛ اگر جسمی در راستای قائم به سمت بالا پرتاب شود، در بالاترین نقطه مسیر با این‌که سرعت جسم در یک لحظه صفر می‌شود، اما نیروی وزن دست از سر جسم برنمی‌دارد!

طبق قانون دوم نیوتون: شتاب ناشی از نیروی خاص وارد بر جسم، با نیروی خالص وارد بر آن نسبت مستقیم و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

طبق قانون اول نیوتن اگر به جسمی به‌طور هم‌زمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را خنثی کنند، به‌عبارت‌دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود، می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند.

گام اول: بردار  $\vec{F}_{net}$  را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_2 + \vec{F}_1 = -2\vec{i} + 6\vec{j}$$

گام دوم: بردار شتاب را از رابطه  $\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m}$  محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{a} = \frac{-2\vec{i} + 6\vec{j}}{2} = -\vec{i} + 3\vec{j}$$

بنابراین گزینه‌های "۱" و "۳" نمی‌توانند درست باشند.

گام سوم: از رابطه  $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$  سرعت را پس از ۳ s به دست می‌آوریم:

$$\vec{v} = (-\vec{i} + 3\vec{j}) \times 3 = -3\vec{i} + 9\vec{j}$$

در صورتی که بردار سرعت جسم ثابت باشد و یا جسم حرکتی نداشته باشد، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر خواهد بود و می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن‌اند. به بررسی هر یک از موارد می‌پردازیم:

الف) چون توپ ساکن و بدون حرکت است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است و نیروهای وارد بر آن متوازن است.

ب) چون چترباز، با تندی حدی پایین می‌آید، اندازه سرعت آن ثابت است و چون حرکت آن در راستای قائم است، جهت بردار سرعت ثابت است. پس بردار سرعت چترباز ثابت است و نیروهای وارد بر آن متوازن است.

ج) چون جهت حرکت موتورسوار هنگام چرخش دور میدان در حال تغییر است، بردار سرعت جسم متغیر است و نیروهای وارد بر اتومبیل متوازن نیست.

نیرویی که دو نفر به هم وارد می‌کنند با هم برابر است و طبق قانون دوم نیوتن ( $F = ma$ ) شتاب حرکت با جرم نسبت وارون دارد. شخص سبک‌تر با شتاب بیشتری حرکت می‌کند و در زمان مساوی، مسافت بیشتری را طی می‌کند ( $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ ). بنابراین شخص سبک‌تر در فاصله نقطه O تا A به شخص سنگین‌تر خواهد رسید.

برآیند دو نیروی عمود بر هم ۱۵ و ۲۰ نیوتن، معادل یک نیروی  $\sqrt{15^2 + 20^2} = 25$  نیوتن است. در نتیجه دو نیروی ۱۲ و ۱۸ نیوتن، باید برآیندی در خلاف جهت برآیند دو نیروی ۱۵ و ۲۰ نیوتن داشته باشند و اندازه آن هم باید ۲۵ نیوتن باشد.

$$F = ma \Rightarrow 25 = 5a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$