

راهنمایی و جواب سری اول سوالات ریاضی

1. قرینه C نسبت به P را D بنامید. در این صورت APBD محاطی خواهد بود. (چرا؟) از طرفی  $AD=2PN=BP$  (چرا؟) پس چهار ضلعی ما دو ضلع برابر دارد! حال کافیست AP را امتداد دهیم و زوایای جدا شده روی زاویه BPD را با استفاده از چهارضلعی محاطی گفته شده بدست آوریم. با این کار نتیجه می شود که AP میانه مثلث BPD هست پس میانه مثلث ABC نیز هست.

2. سوال به این خوبی رو که همیشه سوزوند. فقط یک جمله می تونم بگم: چهارضلعی محاطی بیابید (و بسازید)!

3. به نظر میاد رابطه مورد نظر به  $\Delta = b^2 - 4ac$  خیلی شباهت داره!! پس چند جمله ای درجه دو زیر را تشکیل می دهیم:

$$f(x) = a^2(a-2)x^2 - (a^3 - a + 2)x + (a^2 + 1)$$

که مبین این معادله همان نامساوی صورت مسئله است. حالا کافیست بگیم این معادله یک ریشه داره. برای این کار می تونیم نشون بدیم که این چندجمله ای در یک نقطه منفی و در یک نقطه مثبت شده. پس در این بین حتما در یک نقطه صفر هم شده (چرا؟؟). برای این کار،  $f(0)$  و  $f(1)$  رو در نظر بگیرید.

4. اگر  $a > b$  باشه می تونیم فرض کنیم  $a - b > \frac{1}{2}$ . (چرا؟)

$$\begin{aligned} |f(b) - f(0) + f(1) - f(a)| &< |f(b) - f(0)| + |f(1) - f(a)| \\ &< |b - 0| + |1 - a| = b + 1 - a < \frac{1}{2} \end{aligned}$$