



باسمه تعالی  
وزارت آموزش و پرورش  
باشگاه دانش‌پژوهان جوان

«مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست.»

امام خمینی (ره)

## بیست و چهارمین المپیاد فیزیک کشور

مرحله دوم

آزمون نظری: سه شنبه ۹۰/۲/۶

شروع: ۹:۱۵ الی ۱۲:۴۵

مدت آزمون: ۳/۵ ساعت

### تذکرات:

- ضمن آرزوی موفقیت برای شما داوطلب گرامی، خواهشمند است به نکات زیر دقیقاً توجه فرمایید:
- این قسمت از آزمون شامل ۸ سؤال و وقت پاسخگویی به آن ۳/۵ ساعت است.
- همه سؤال‌ها نمره مساوی دارد.
- هنگام آزمون همراه داشتن ماشین حساب و تلفن همراه (خاموش یا روشن) تخلف محسوب می‌شود. لذا تلفن همراه و ماشین حساب خود را قبل از شروع آزمون به مسئول حوزه تحویل دهید.
- دانش‌آموزان کلاس دوم به دوره تابستان راه پیدا نمی‌کنند و این آزمون برای آن‌ها تنها جنبه تشویقی و آمادگی برای سال آینده دارد.
- نتایج این آزمون در اواخر خرداد ماه اعلام خواهد شد.

۱. میله رسانای AB به طول  $\ell$  و جرم  $m$  و مقاومت الکتریکی  $R$  توسط میله‌های سبک و با مقاومت ناچیز AD و BC به طول  $b$  به میله‌ی ثابت و با مقاومت ناچیز DC وصل شده است. دستگاه می‌تواند حول میله‌ی DC بچرخد. میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  به طرف بالا و شتاب گرانش به طرف پایین است. در ابتدا مستطیل ABCD افقی است و از این وضعیت رها می‌شود. لحظه‌ای را در نظر بگیرید که دستگاه به اندازه‌ی زاویه‌ی  $\theta$  نسبت به حالت افقی چرخیده و سرعت زاویه‌ای آن  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  است. در این لحظه

الف) شدت جریان را در مدار حساب کنید.

ب) نیروی  $F$  وارد شده از طرف میدان مغناطیسی به میله‌ی AB را حساب کنید.

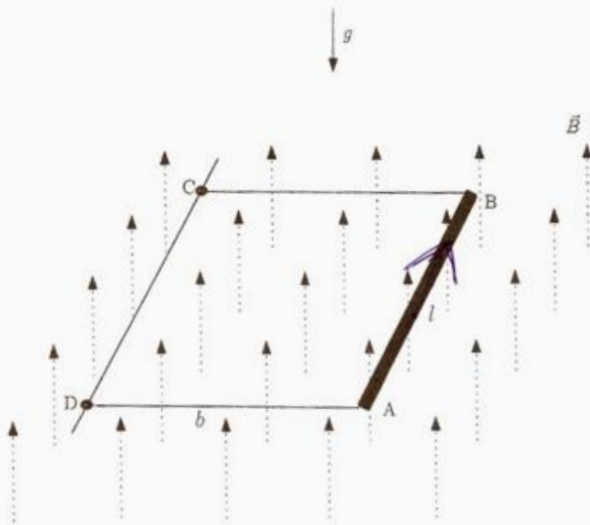
ج) آهنگ انجام کار توسط نیروی  $F$ ،  $\frac{dW}{dt}$ ، را حساب کنید.

د) آهنگ تولید گرما در مقاومت را حساب کنید.

ه) آهنگ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی میله‌ی AB را حساب کنید.

و) آهنگ تغییرات انرژی جنبشی دستگاه را حساب کنید.

توجه: کلیه‌ی پاسخها را بر حسب داده‌های مسئله بنویسید.



۲. لوله‌ای استوانه‌ای به شعاع مقطع  $r$  بر روی سطح افقی زمین ثابت است. گلوله‌ی کوچکی از سطح زمین پرتاب می‌شود و از روی لوله می‌گذرد. صفحه‌ی حرکت گلوله (صفحه‌ی  $xy$ ) بر محور استوانه عمود است. مسیر گلوله در نقاط  $A$  و  $A'$  که در شکل با زاویه‌ی  $\theta$  مشخص شده اند بر لوله مماس است. مقاومت هوا و اتلاف انرژی گلوله در لحظه‌ی تماس با لوله ناچیز و شتاب گرانش در محل  $g$  است.

(الف) سرعت گلوله در نقطه‌ی  $A$  را بر حسب  $r$  و  $\theta$  و  $g$  پیدا کنید.

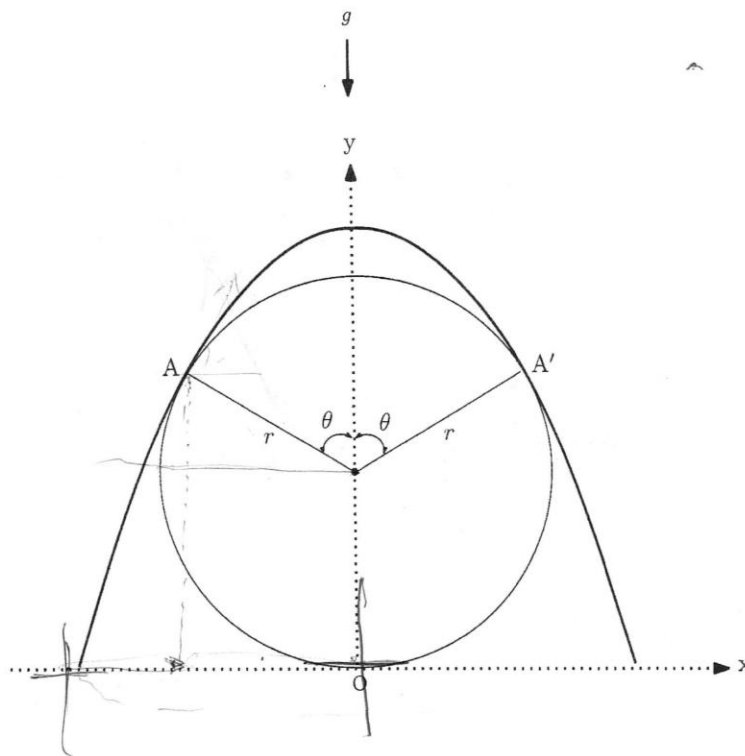
(ب) سرعت پرتاب گلوله از سطح زمین را بر حسب  $r$  و  $\theta$  و  $g$  به دست آورید.

(ج) ارتفاع نقطه‌ی اوج گلوله از سطح زمین را بر حسب  $r$  و  $\theta$  و  $g$  پیدا کنید.

(د) سرعت پرتاب گلوله چقدر باشد تا مسیر گلوله در بالاترین نقطه بر لوله مماس باشد؟ یعنی نقطه‌ی تماس نقطه‌ی  $\theta = 0$  باشد.

(ه) کمترین مقدار سرعت پرتاب گلوله چقدر باشد تا گلوله از روی استوانه رد شود؟ وضعیت‌هایی که گلوله در بخشی از مسیرش روی استوانه لیز می‌خورد را در نظر نگیرید.

(و) مختصه‌ی  $x$  نقطه‌ی پرتاب را برای قسمت (ه) به دست آورید.



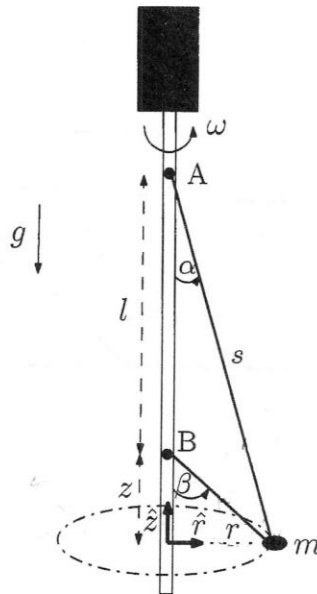
۳. نخ سبکی به طول  $2\ell$  از داخل مهره‌ای به جرم  $m$  عبور کرده و به دو نقطه‌ی ثابت A و B از یک میله‌ی قائم، به فاصله‌ی  $\ell$  از یکدیگر، بسته شده است. این مجموعه با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  حول محور قائم می‌چرخد، طوری که مهره در یک صفحه‌ی ثابت افقی حرکت می‌کند. از اصطکاک بین نخ و مهره صرف نظر کنید.

(الف) قانون دوم نیوتن را در دوراستای  $\hat{r}$  و  $\hat{z}$  بنویسید. از متغیرهای کمکی  $\alpha$ ،  $\beta$ ، و  $r$  که روی شکل مشخص شده اند استفاده کنید.

(ب)  $\sin \alpha$  و  $\sin \beta$  را بر حسب  $r$  و  $s$  و  $\ell$ ؛ و  $\cos \beta$  و  $\cos \alpha$  را بر حسب  $z$  و  $s$  و  $\ell$  بنویسید.  $z$  فاصله‌ی نقطه‌ی B از صفحه‌ی حرکت مهره، و  $s$  فاصله‌ی نقطه‌ی A از مهره است.

(ج)  $\cos \beta$ ،  $\cos \alpha$ ،  $s$ ،  $z$ ، و نیروی کشش در طول نخ را بر حسب  $m$ ،  $\ell$ ،  $\omega$ ، و  $g$  به دست آورید.

(د) کمترین مقدار سرعت زاویه‌ای  $\omega$  چقدر باشد که مهره بر روی دایره‌ای به شعاع  $r \neq 0$  حول میله بچرخد؟



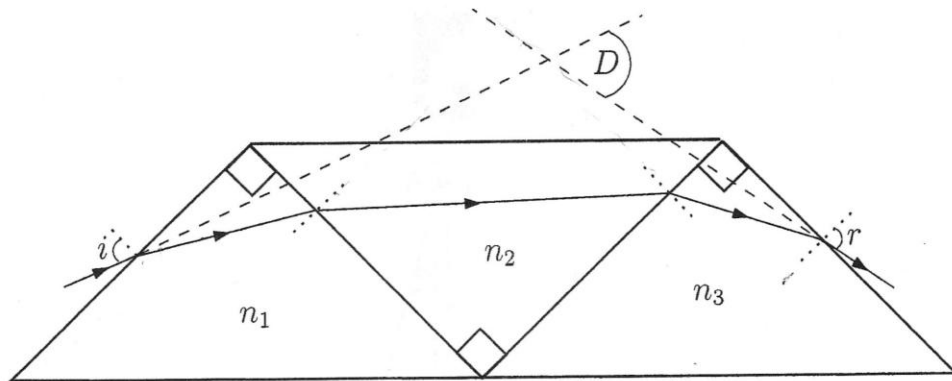
۴. سه منشور که قاعده‌ی هر کدام یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است مطابق شکل به هم چسبیده اند. ضریب شکست منشورها  $n_1$  و  $n_2$  و  $n_3$  است. یک پرتوی نور از هوا به منشوری که در سمت چپ است می‌تابد و از منشوری که در سمت راست است وارد هوا می‌شود. زاویه‌ی تابش پرتوی فرودی به منشور چپ را  $i$  و زاویه‌ی شکست پرتوی خروجی از منشور راست را  $r$  بنامید. فرض کنید مسیر پرتوها چنان است که در هیچ کدام از سطوح جدایی بازتاب کلی رخ نمی‌دهد.

(الف)  $r$  را بر حسب  $i$ ،  $n_1$ ،  $n_2$  و  $n_3$  به دست آورید.

(ب) زاویه‌ی انحراف (زاویه‌ی بین راستای پرتوی تابیده به منشور چپ و راستای پرتوی خروجی از منشور راست)،

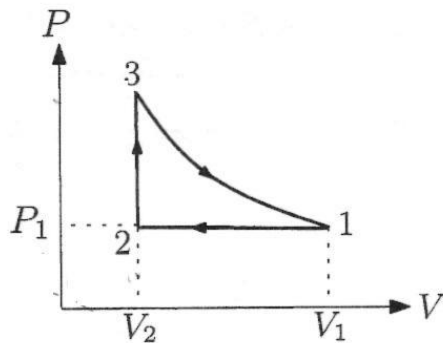
$D$ ، را بر حسب  $i$ ،  $n_1$ ،  $n_2$  و  $n_3$  به دست آورید.

(ج) چه رابطه‌ای بین  $n_1$ ،  $n_2$  و  $n_3$  وجود داشته باشد تا زاویه‌ی انحراف صفر شود؟



۵. معادله‌ی حالت يك گاز غير ایده‌آل  $P(V - nb) = nRT$  و انرژی داخلی آن  $U = nC_{MV}T$  است.  $P$  فشار،  $V$  حجم،  $n$  تعداد مول،  $T$  دمای مطلق،  $C_{MV}$  ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت،  $R$  ثابت جهانی گازها و  $b$  ثابتی است که به جنس گاز بستگی دارد.  $C_{MV}$  را ثابت بگیرید.

چرخه‌ی کاریک ماشین گرمایی که با این گاز کار می‌کند به صورت زیر است. در این چرخه فرآیند  $1 \rightarrow 3$  بی‌دررو است، که در آن کمیت  $T(V - nb)^{R/C_{MV}}$  ثابت است. بازده این ماشین گرمایی را بر حسب  $V_1$ ،  $V_2$ ،  $P_1$ ،  $C_{MV}$ ،  $n$ ،  $R$  و  $b$  بنویسید.

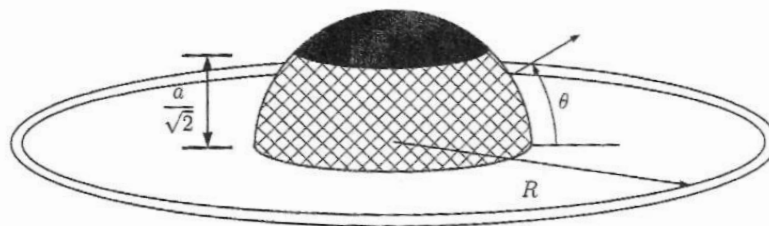


۶. فواره‌ای مطابق شکل از نیم کره‌ای به شعاع  $a$  تشکیل شده که بخشی از سطح آن به طور یکنواخت سوراخ شده و آب از این سوراخها با سرعت یکسان  $v_0$  خارج می‌شود. تعداد سوراخها در واحد سطح نیم کره  $n_0$  است. مقدار آبی که در واحد زمان از هر سوراخ خارج می‌شود را  $Q$  بگیرید.

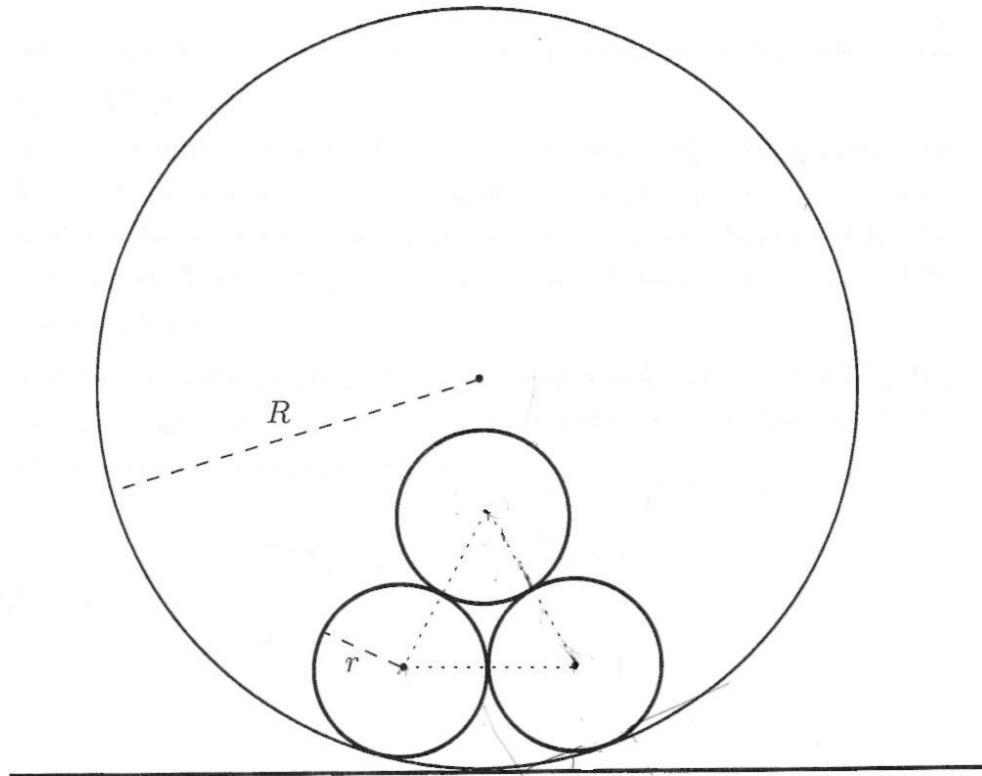
(الف) قطره آبی که زاویه‌ی پرتابش از فواره  $\theta$  است در چه فاصله‌ای از مرکز نیم کره،  $R$ ، به زمین می‌رسد؟ برای سهولت فرض کنید  $a$  کوچک است، به طوری که قطره از مرکز نیم کره با سرعت  $v_0$  پرتاب می‌شود.

(ب) قطره‌هایی که زاویه‌ی پرتابشان بین  $\theta$  و  $\theta + \Delta\theta$  است در فاصله‌ی بین  $R$  و  $R + \Delta R$  از مرکز نیم کره به زمین می‌رسند.  $\Delta R$  چه قدر است؟  $\Delta\theta$  را خیلی کوچک بگیرید. از توانهای دوم و بالاتر  $\Delta\theta$  چشم‌پوشی کنید، و  $\Delta R$  را به صورت ضریبی از  $\Delta\theta$  به دست آورید.

(ج) مقدار آبی که در واحد زمان به واحد سطح زمین در فاصله‌ی  $R = \frac{\sqrt{3} v_0^2}{2g}$  از مرکز نیم کره می‌رسد، بر حسب  $n_0$ ،  $Q$ ،  $a$ ،  $v_0$  و  $g$  چقدر است؟



۷. سه لوله‌ی استوانه‌ای که طول، جرم، و جنس آنها یکسان و شعاع مقطع آنها  $r$  است؛ مطابق شکل درون لوله‌ی استوانه‌ای بزرگتری به شعاع  $R$  در حال تعادل و ساکن اند و در این حالت هر سه لوله‌ی درونی بر هم مماس اند. لوله‌ی بزرگتر به سطح افقی زمین چسبیده است. اصطکاک بین لوله‌ها ناچیز است. اگر  $\frac{R}{r}$  از حد معینی بزرگتر باشد لوله‌ای که بالاتر قرار گرفته جای خود را بین دو لوله باز می‌کند. نسبت  $\frac{R}{r}$  حداکثر چقدر باشد تا لوله‌های درونی به هم مماس بمانند؟





۸. اگر سه رسانای مجزای 1 و 2 و 3 را به پتانسیل‌های  $V_1$  و  $V_2$  و  $V_3$  نسبت به زمین ببندیم؛ بار روی آنها به ترتیب  $Q_1$  و  $Q_2$  و  $Q_3$  می‌شود، به طوری که

$$Q_1 = \alpha_1 V_1 + \beta_1 V_2 + \gamma_1 V_3$$

$$Q_2 = \alpha_2 V_1 + \beta_2 V_2 + \gamma_2 V_3$$

$$Q_3 = \alpha_3 V_1 + \beta_3 V_2 + \gamma_3 V_3$$

ضرایب ثابت  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \alpha_3, \beta_3, \gamma_3$  در رابطه فوق به شکل رساناها و موقعیت فضایی آنها نسبت به هم بستگی دارند.

در حالی که رساناهای 2 و 3 به زمین متصلند رسانای 1 را به پتانسیل 10 ولت وصل می‌کنیم. در این حال بارها به ترتیب  $Q_1 = 25 \mu\text{C}$ ،  $Q_2 = 10 \mu\text{C}$  و  $Q_3 = 15 \mu\text{C}$  می‌شوند. اگر علاوه بر رسانای 1، رسانای 2 را هم به پتانسیل 10 ولت وصل کنیم و رسانای 3 همچنان به زمین وصل باشد، بارها چنین خواهد بود:  $Q_1 = 35 \mu\text{C}$ ،  $Q_2 = 60 \mu\text{C}$  و  $Q_3 = 25 \mu\text{C}$ . حال اگر هر سه رسانا را به پتانسیل 10 ولت وصل کنیم بارها به صورت زیر خواهند بود:  $Q_1 = 50 \mu\text{C}$ ،  $Q_2 = 70 \mu\text{C}$  و  $Q_3 = 50 \mu\text{C}$ .

در حالی که رساناها با حفظ آرایش فضایی‌شان بدون بارند و به هیچ جا اتصال ندارند یک باتری به ولتاژ  $V$  را بین رساناهای 1 و 2 می‌بندیم. رسانای 3 در همان محل قبلی بدون بار و اتصال حضور دارد. ظرفیت خازنی که به این ترتیب بین رساناهای 1 و 2 تشکیل می‌شود چقدر است؟